2023-2024学年福建省龙岩市上杭县第一中学高三下学期第三次检测试题数学试题

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用2B铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

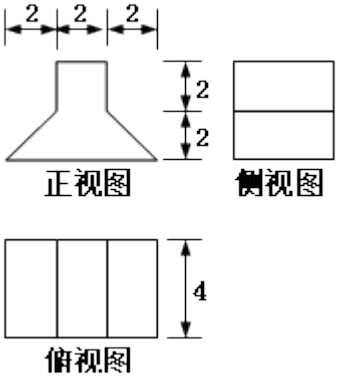
2．作答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．若某几何体的三视图（单位:cm）如图所示，则此几何体的体积是（　　）



A．36 cm³　　B．48 cm³　　C．60 cm³　　D．72 cm³

2．把函数$f\left(x\right)=A\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)(A\neq 0)$的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，得到函数$g\left(x\right)$的图象，若函数$g\left(x-m\right)\left(m>0\right)$是偶函数，则实数$m$的最小值是（　　）

A．$\frac{5\pi}{12}$　　B．$\frac{5\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{6}$　　D．$\frac{\pi}{12}$

3．已知抛物线$C:y^2=4x$和点$D(2,0)$，直线$x=ty-2$与抛物线C交于不同两点A，B，直线BD与抛物线C交于另一点E．给出以下判断：

①以BE为直径的圆与抛物线准线相离；

②直线OB与直线OE的斜率乘积为-2；

③设过点A，B，E的圆的圆心坐标为(a,b)，半径为r，则$a^2-r^2=4$．

其中，所有正确判断的序号是（　　）

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

4．已知集合$A=\left\{(x,y)\middle|x^2+y^2=4\right\},B=\left\{(x,y)\middle|y=2^x\right\}$，则$A\cap B$元素个数为(　　)

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．已知 *l*，*m* 是两条不同的直线，*m*⊥平面 α，则“$l//\alpha$”是“*l*⊥*m*”的（　　）

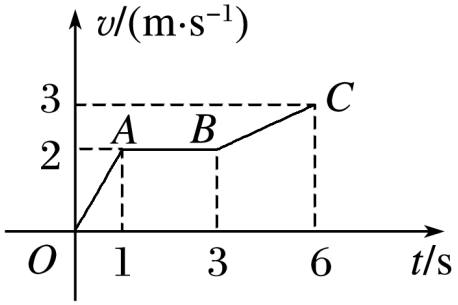
A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．已知将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，则 ω 的值为（　　）

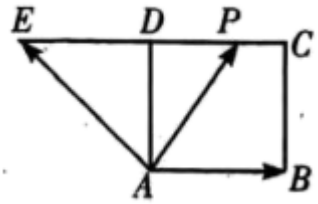
A．2　　B．3　　C．4　　D．$\frac{3}{2}$

7．一物体作变速直线运动，其 $v-t$ 曲线如图所示，则该物体在 $\frac{1}{2}$s~6s 间的运动路程为（　　）*m*．



A．1　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$\frac{49}{4}$　　D．2

8．如图，四边形 $ABCD$ 为正方形，延长 CD 至 E，使得 $DE=CD$，点 P 在线段 CD 上运动.设 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AE}$，则 $x+y$ 的取值范围是（　　）



A．$[1,2]$　　B．$[1,3]$　　C．$[2,3]$　　D．$[2,4]$

9．甲乙两人有三个不同的学习小组 A，B，C 可以参加，若每人必须参加并且仅能参加一个学习小组，则两人参加同一个小组的概率为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{5}$　　D．$\frac{1}{6}$

10．已知向量 $\vec{a}=(1,m)$，$\vec{b}=(3,-2)$，且 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，则 *m*=(　)

A．−8　　B．−6

C．6　　D．8

11．已知函数 $f(x)=a\left(e^2x-2\ln x\right)(a>0)$，$D=\left[\frac{1}{e},1\right]$ 若所有点 $(s,f(t))$，$(s,t\in D)$ 所构成的平面区域面积为 e^2-1，则 $a=$（　　）

A．e　　B．$\frac{1}{e-2}$　　C．1　　D．$\frac{e}{e-2}$

12．已知正三棱锥 $A-BCD$ 的所有顶点都在球 O 的球面上，其底面边长为 4，E、F、G 分别为侧棱 AB，AC，AD 的中点.若 O 在三棱锥 $A-BCD$ 内，且三棱锥 $A-BCD$ 的体积是三棱锥 $O-BCD$ 体积的 4 倍，则此外接球的体积与三棱锥 $O-EFG$ 体积的比值为（　　）

A．$6\sqrt{3}\pi$　　B．$8\sqrt{3}\pi$　　C．$12\sqrt{3}\pi$　　D．$24\sqrt{3}\pi$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E,F 分别为棱 AA_1,D_1A_1 的中点，则直线 EF 与直线 A_1B 所成角的正切值为_____.

14．已知正四棱柱的底面边长为 3cm，侧面的对角线长是 $3\sqrt{5}\text{cm}$，则这个正四棱柱的体积是____cm^3.

15．已知 a、b 为正实数，直线 $x+y+1=0$ 截圆 $\left(x-a\right)^2+\left(y-b\right)^2=4$ 所得的弦长为 $2\sqrt{2}$，则 $\frac{a+1}{ab}$ 的最小值为_____.

16．曲线 $y=x\cos x$ 在 $x=\frac{\pi}{3}$ 处的切线的斜率为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 过点 $(m,2\sqrt{m})(m>0)$.

（1）求抛物线 *C* 的方程；

（2）*F* 是抛物线 *C* 的焦点，过焦点的直线与抛物线交于 *A*，*B* 两点，若 $\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FA}$，求 $|AB|$ 的值.

18．（12 分）某校共有学生 2000 人，其中男生 900 人，女生 1100 人，为了调查该校学生每周平均体育锻炼时间，采用分层抽样的方法收集该校 100 名学生每周平均体育锻炼时间（单位：小时）.

（1）应抽查男生与女生各多少人？

（2）根据收集 100 人的样本数据，得到学生每周平均体育锻炼时间的频率分布表：

时间（小时）	[0,1]	(1,2]	(2,3]	(3,4]	(4,5]	(5,6]
频率	0.05	0.20	0.30	0.25	0.15	0.05

若在样本数据中有 38 名男学生平均每周课外体育锻炼时间超过 2 小时，请完成每周平均体育锻炼时间与性别的列联表，并判断是否有 95%的把握认为“该校学生的每周平均体育锻炼时间与性别有关”？

	男生	女生	总计
每周平均体育锻炼时间不超过 2 小时			
每周平均体育锻炼时间超过 2 小时			
总计			

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

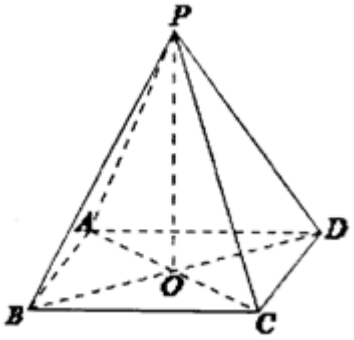
$P(K^2\geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

19.（12 分）已知$\{a_n\}$为各项均为整数的等差数列，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，若a_3为$\dfrac{1}{3}a_2$和a_{13}的等比中项，$S_7=49$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若$T_n=\dfrac{2}{a_1a_2}+\dfrac{2}{a_2a_3}+\dfrac{2}{a_3+a_4}+\ldots+\dfrac{2}{a_na_{n+1}}$，求最大的正整数$n$，使得$T_n<\dfrac{2018}{2019}$.

20.（12 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是矩形，四条侧棱长均相等.



（1）求证：AB∥平面PCD；

（2）求证：平面$PAC\perp$平面$ABCD$.

21.（12 分）已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且 n、a_n、S_n成等差数列，$b_n=2\log_2(1+a_n)-1$.

（1）证明数列$\{a_n+1\}$是等比数列，并求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（2）若数列$\{b_n\}$中去掉数列$\{a_n\}$的项后余下的项按原顺序组成数列$\{c_n\}$，求$c_1+c_2+\cdots+c_{100}$的值.

22.（10分）在ΔABC中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，且$\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

（1）若$a=5$，$c=2\sqrt{5}$，求b的值；

（2）若$B=\frac{\pi}{4}$，求$\tan 2C$的值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

试题分析：该几何体上面是长方体，下面是四棱柱；长方体的体积$V_1=2\cdot 2\cdot 4=16$，四棱柱的底面是梯形，体积为

$V_2=\frac{1}{2}(2+6)\cdot 2\cdot 4=32$，因此总的体积$V=16+32=48$.

考点：三视图和几何体的体积.

2、A

【解析】

先求出$g(x)$的解析式，再求出$g(x-m)(m>0)$的解析式，根据三角函数图象的对称性可求实数m满足的等式，从而可求其最小值.

【详解】

$f(x)=A\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)(A\neq 0)$的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，

所得图象对应的函数解析式为$g(x)=A\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=A\sin\left(2x-\frac{2\pi}{3}\right)$，

故$g(x-m)=A\sin\left(2x-2m-\frac{2\pi}{3}\right)$.

令$2x-2m-\frac{2\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，解得$x=m+\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$.

因为$y=g\left(x-m\right)$为偶函数，故直线$x=0$为其图象的对称轴，

令$m+\frac{7\pi}{12}+\frac{k\pi}{2}=0$，$k\in Z$，故$m=-\frac{7\pi}{12}-\frac{k\pi}{2}$，$k\in Z$，

因为$m>0$，故$k\le -2$，当$k=-2$时，$m_{\min}=\frac{5\pi}{12}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数的图象变换以及三角函数的图象性质，注意平移变换是对自变量x做加减，比如把$y=f\left(2x\right)$的图象向右平移 1 个单位后，得到的图象对应的解析式为$y=f\left[2\left(x-1\right)\right]=f\left(2x-2\right)$，另外，如果$x=m$为正弦型函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)$图象的对称轴，则有$f\left(m\right)=\pm A$，本题属于中档题.

3、D

【解析】

对于①，利用抛物线的定义，利用$d=\frac{d_1+d_2}{2}=\frac{|BF|+|EF|}{2}>\frac{|BE|}{2}=R$可判断；

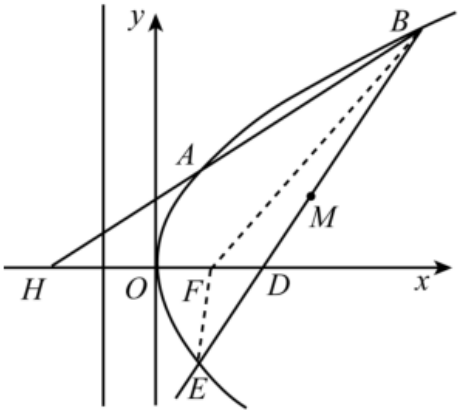
对于②，设直线DE的方程为$x=my+2$，与抛物线联立，用坐标表示直线OB与直线OE的斜率乘积，即可判断；

对于③，将$x=ty-2$代入抛物线C的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$，利用韦达定理可得

$|BE|^2=16m^4+48m^2+32$，再由$r^2=|MN|^2+\left(\frac{|BE|}{2}\right)^2$，可用 m 表示$r^2$，线段$BE$的中垂线与$x$轴的交点（即圆心$N$）横坐标为$2m^2+4$，可得 a，即可判断.

【详解】

如图，设F为抛物线C的焦点，以线段BE为直径的圆为M，则圆心M为线段BE的中点.



设B，E到准线的距离分别为d_1，d_2，eM的半径为R，点M到准线的距离为d，

显然B，E，F三点不共线，

则$d=\frac{d_1+d_2}{2}=\frac{|BF|+|EF|}{2}>\frac{|BE|}{2}=R$．所以①正确．

由题意可设直线DE的方程为$x=my+2$，

代入抛物线C的方程，有$y^2-4my-8=0$．

设点B，E的坐标分别为(x_1,y_1)，(x_2,y_2)，

则$y_1+y_2=4m$，$y_1y_2=-8$．

所以$x_1x_2=(my_1+2)(my_2+2)=m^2y_1y_2+2m(y_1+y_2)+4=4$．

则直线OB与直线OE的斜率乘积为$\frac{y_1y_2}{x_1x_2}=-2$．所以②正确．

将$x=ty-2$代入抛物线C的方程可得，$y_Ay_1=8$，从而，$y_A=-y_2$．根据抛物线的对称性可知，

A，E两点关于x轴对称，所以过点A，B，E的圆的圆心N在x轴上．

由上，有$y_1+y_2=4m$，$x_1+x_2=4m^2+4$，

则$|BE|^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2+(y_1+y_2)^2-4y_1y_2=16m^4+48m^2+32$．

所以，线段BE的中垂线与x轴的交点（即圆心N）横坐标为$2m^2+4$，所以$a=2m^2+4$．

于是，$r^2=|MN|^2+\left(\frac{|BE|}{2}\right)^2=\left(2m^2+4-\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2+\left(\frac{y_1+y_2}{2}\right)^2+4m^4+12m^2+8$，

代入$x_1+x_2=4m^2+4$，$y_1+y_2=4m$，得$r^2=4m^4+16m^2+12$，

所以$a^2-r^2=(2m^2+4)^2-(4m^4+16m^2+12)=4$．

所以③正确．

故选：D

【点睛】

本题考查了抛物线的性质综合，考查了学生综合分析，转化划归，数形结合，数学运算的能力，属于较难题．

4、B

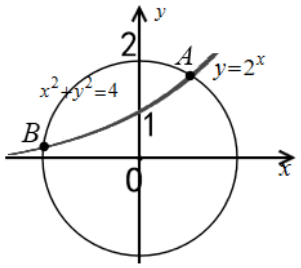
【解析】

作出两集合所表示的点的图象，可得选项．

【详解】

由题意得，集合 A 表示以原点为圆心，以 2 为半径的圆，集合 B 表示函数 $y=2^x$ 的图象上的点，作出两集合所表示的点的示意图如下图所示，得出两个图象有两个交点:点 A 和点 B，所以两个集合有两个公共元素，所以 $A\cap B$ 元素个数为 2，

故选：B.



【点睛】

本题考查集合的交集运算，关键在于作出集合所表示的点的图象，再运用数形结合的思想，属于基础题.

5、A

【解析】

根据充分条件和必要条件的定义，结合线面垂直的性质进行判断即可.

【详解】

当 $m\perp$平面 α 时，若 $l\parallel\alpha$”则“$l\perp m$”成立，即充分性成立，

若 $l\perp m$，则 $l\parallel\alpha$ 或 $l\subset\alpha$，即必要性不成立，

则“$l\parallel\alpha$”是“$l\perp m$”充分不必要条件，

故选：A.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合线面垂直的性质和定义是解决本题的关键.难度不大，属于基础题

6、B

【解析】

因为将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，

可得 $g(x)=\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi\right)$，结合已知，即可求得答案.

【详解】

Q 将函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$0<\omega<6$，$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象

$\therefore g(x)=\sin\left[\omega\left(x-\frac{\pi}{3}\right)+\varphi\right]=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi\right)$，

又Q $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象都关于 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，

$\therefore$ 由 $\begin{cases}\frac{\pi}{4}\omega+\varphi=k_1\pi+\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{4}\omega-\frac{\pi}{3}\omega+\varphi=k_2\pi+\frac{\pi}{2}\end{cases}\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，

得 $\frac{\pi}{3}\omega=\left(k_1-k_2\right)\pi$，$\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，

即 $\omega=3\left(k_1-k_2\right)\left(k_1,k_2\in\mathbf{Z}\right)$，

又Q $0<\omega<6$，

$\therefore\ \omega=3$.

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了三角函数图象平移和根据图象对称求参数，解题关键是掌握三角函数图象平移的解法和正弦函数图象的特征，考查了分析能力和计算能力，属于基础题.

7、C

【解析】

由图像用分段函数表示 $v(t)$，该物体在 $\frac{1}{2}$s~6s 间的运动路程可用定积分 $s=\int_{\frac{1}{2}}^{6}v(t)\mathrm{d}t$ 表示，计算即得解

【详解】

由题中图像可得，

$$v(t)=\begin{cases}2t,0\le t<1\\ 2,1\le t\le 3\\ \frac{1}{3}t+1,3<t\le 6\end{cases}$$

由变速直线运动的路程公式，可得

$$s=\int_{\frac{1}{2}}^{6}v(t)\mathrm{d}t=\int_{\frac{1}{2}}^{1}2t\mathrm{d}t+\int_{1}^{3}2\mathrm{d}t+\int_{3}^{6}\left(\frac{1}{3}t+1\right)\mathrm{d}t$$

$$=t^2\Big|_{\frac{1}{2}}^{1}+2t\Big|_{1}^{3}+\left(\frac{1}{6}t^2+t\right)\Big|_{3}^{6}=\frac{49}{4}(\mathrm{m}).$$

所以物体在 $\frac{1}{2}$s~6s 间的运动路程是 $\frac{49}{4}$m.

故选：C

【点睛】

本题考查了定积分的实际应用，考查了学生转化划归，数形结合，数学运算的能力，属于中档题.

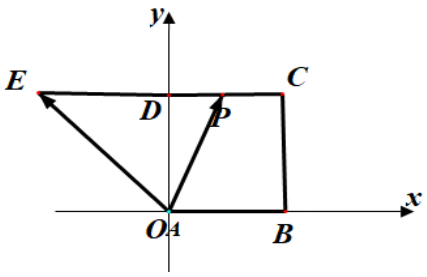
8、C

【解析】

以 A 为坐标原点，以 AB, AD 分别为 x 轴，y 轴建立直角坐标系，利用向量的坐标运算计算即可解决.

【详解】

以 A 为坐标原点建立如图所示的直角坐标系，不妨设正方形 $ABCD$ 的边长为 1，



则 $B(1,0)$，$E(-1,1)$，设 $P(t,1)(0 \le t \le 1)$，则 $(t,1)=x(1,0)+y(-1,1)$，所以 $t=x-y$，且 $y=1$，

故 $x+y=t+2 \in [2,3]$.

故选：C.

【点睛】

本题考查利用向量的坐标运算求变量的取值范围，考查学生的基本计算能力，本题的关键是建立适当的直角坐标系，是一道基础题.

9、A

【解析】依题意，基本事件的总数有 $3\times3=9$ 种，两个人参加同一个小组，方法数有 3 种，故概率为 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

10、D

【解析】

由已知向量的坐标求出 $\vec{a}+\vec{b}$ 的坐标，再由向量垂直的坐标运算得答案.

【详解】

$\because \vec{a}=(1,m), \vec{b}=(3,-2), \therefore \vec{a}+\vec{b}=(4,m-2)$，又 $(\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{b}$，

∴3×4+（－ 2）×（m－ 2）＝0，解得 m＝1.

故选 D.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/366041144225010210