专题 15 坐标系中的面积（和实数有关）

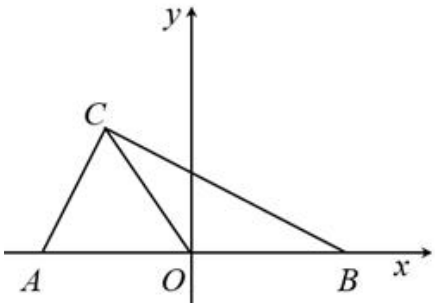
【例题讲解】

如图，在平面直角坐标系中，$A(a,0)$，$B(b,0)$，$C(-1,2)$，且$|a+2|+\sqrt{b-3}=0$．

(1)求 a，b 的值；

(2)①在x轴的正半轴上存在一点M,（使$\triangle COM$ 的面积$=\frac{1}{2}\triangle ABC$的面积，求出点 M 的坐标；

②在坐标轴的其它位置是否存在点 M，使$\triangle COM$ 的面积$=\frac{1}{2}\triangle ABC$的面积恒成立？若存在，请直接写出符合条件的点 M 的坐标．



（1）解：$\because |a+2|+\sqrt{b-3}=0$ $\therefore a+2=0,b-3=0$，解得：$a=-2$，$b=3$，

（2）①点 A 的坐标为(-2，0)，点 B 的坐标为(3，0)，设 M 的坐标为(0，m)，

根据题意 $\frac{1}{2}\times 1\times m=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2\times 5$，解得：$m$=5，所以 M 点坐标为(0，5).

②存在.当点 M 在 y 轴上，设 M 的坐标为(0，m)，根据题意得 $\frac{1}{2}\times 1\times|m|=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2\times 5$，

解得 m=±5，此时点 M 的坐标为(0，-5)(0，5).

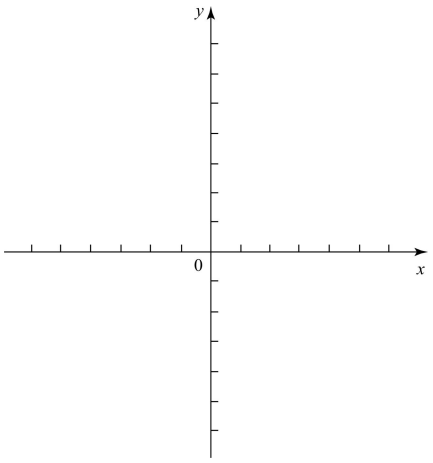
当点 M 在 x 轴上，设 M 的坐标为(n，0)，根据题意得 $\frac{1}{2}\times 2\times|n|=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2\times 5$，

解得 n=±2.5，此时点 M 的坐标为(-2.5，0)(2.5，0)，

综上所述：点 M 的坐标为(-5，0)，(5，0)，(-2.5，0)，(2.5，0).

【综合解答】

1．在平面直角坐标系中，A（a，0），B（0，b），且 a、b 满足$|a+b-4|+(2a+4)^2=0$．



(1)求 OA，OB 长度；

抖音. 整理，更多资料加微信：.

(2)在 x 轴上是否存在点 C，使得三角形 ABC 的面积是 12；若存在，求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3)若点 P 从点 B 出发沿着 y 轴运动（点 P 不与原点、B 点重合）速度为每秒 2 个单位长度，连接 AB、AP，当运动的时间 t 为几秒时，$S_{\triangle ABP}=3S_{\triangle AOP}$ ？并求出此时点 P 的坐标.

【答案】(1) $OA=2,OB=6$

(2)存在；$C(2,0)$ 或 $C(-6,0)$

(3)当 P 移动 2.25 秒，此时 $P\left(0,\frac{3}{2}\right)$ 或 P 移动 4.5 秒，此时 $P(0,-3)$ 时，$S_{\triangle ABP}=3S_{\triangle AOP}$.

【分析】（1）根据非负性求出 a，b 的值即可；

（2）利用 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot OB$ 进行计算即可；

（3）$S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}BP\cdot OA$，$S_{\triangle AOP}=\frac{1}{2}OP\cdot OA$，利用 $S_{\triangle ABP}=3S_{\triangle AOP}$ 进行计算即可.

（1）

解：$\because |a+b-4|+(2a+4)^2=0$，$|a+b-4|\geq 0,(2a+4)^2\geq 0$ ，

$\therefore a+b-4=0$，$2a+4=0$，

解得：$a=-2,b=6$，

$\therefore A(-2,0)$，$B(0,6)$，

$\therefore OA=2,OB=6$；

（2）

解：存在.

设 $C(m,0)$

则：$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot OB=\frac{1}{2}|m+2|\times 6=12$，

$\therefore |m+2|=4$，

$\therefore m+2=4$ 或 $m+2=-4$，

解得：$m=2$ 或 $m=-6$，

$\therefore C(2,0)$ 或 $C(-6,0)$

（3）

解：设 $P(0,n)$

抖音. 整理，更多资料加微信：.

$S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}BP\cdot OA=\frac{1}{2}|n-6|\times 2=|n-6|$，

$S_{\triangle AOP}=\frac{1}{2}OP\cdot OA=\frac{1}{2}|n|\times 2=|n|$，

∵ $S_{\triangle ABP}=3S_{\triangle AOP}$，

∴ $|n-6|=3|n|$，

∴ $(n-6)^2=9n^2$ ，

整理得：$2n^2+3n-9=0$，

解得：$n=-3$ 或 $n=\frac{3}{2}$，

当 $n=-3$ 时：$t=\frac{6+3}{2}=4.5$（秒），

当 $n=\frac{3}{2}$ 时：$t=\frac{6-\frac{3}{2}}{2}=2.25$（秒）；

∴当 P 移动 2.25 秒，此时 $P\left(0,\frac{3}{2}\right)$ 或 P 移动 4.5 秒，此时 $P(0,-3)$ 时，$S_{\triangle ABP}=3S_{\triangle AOP}$.

【点睛】本题考查平面直角坐标系下的点的坐标和动点问题，根据题意准确的找出点的位置是解题的关键.

2．如图 1，已知，点 A（1，a），$AH\perp x$ 轴，垂足为 H，将线段 AO 平移至线段 BC，点 B（b，0），其中点 A 与点 B 对应、点 O 与点 C 对应，a、b 满足 $\sqrt{4-a}+(b-3)^2=0$.

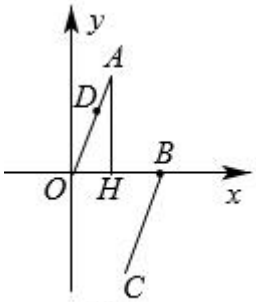


图1

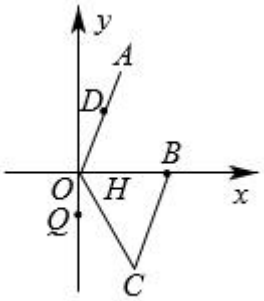


图2

(1)填空：①直接写出 A、B、C 三点的坐标 A（ ____）、B（ ____）、C（ ____）；

②直接写出三角形 AOH 的面积 ____.

(2)如图 2，连 OC，动点 P 从点 B 开始在 x 轴上以每秒 2 个单位的速度向左运动，同时点 Q 从点 O 开始在 y 轴上以每秒 1 个单位的速度向下运动．若经过 t 秒，三角形 AOP 与三角形 COQ 的面积相等，试求 t 的值及点 P 的坐标.

【答案】(1)①1，4；3，0；2，-4；②2

(2)t＝1.2 时，P(0.6，0)；t＝2 时，P(-1，0)

抖音. 整理，更多资料加微信：.

【分析】（1）①利用非负数的性质求出 a，b 的值，可得结论；②利用三角形面积公式求解即可；

（2）分两种情形：①当点 P 在线段 OB 上，②当点 P 在 BO 的延长线上时，分别利用面积关系，构建方程，可得结论．

（1）

解：①∵ $\sqrt{4-a}+(b-3)^2=0$，

又∵ $\sqrt{4-a}$ ≥0，$(b-3)^2\geq 0$，

∴a＝4，b＝3，

∴A(1，4)，B(3，0)，

∵B 是由 A 平移得到的，

∴A 向右平移 2 个单位，向下平移 4 个单位得到 B，

∴点 C 是由点 O 向右平移 2 个单位，向下平移 4 个单位得到的，

∴C(2，-4)．

故答案为：1，4；3，0；2，-4．

② $S_{\Delta AOH}=\frac{1}{2}OH\cdot AH=\frac{1}{2}\times 1\times 4=2$．

故答案为：2．

（2）

解：①当点 P 在线段 OB 上，

由三角形 AOP 与三角形 COQ 的面积相等得：

$\frac{1}{2}OP\cdot y_A=\frac{1}{2}OQ\cdot x_C$，

∴ $\frac{1}{2}$×(3 - 2t)×4＝ $\frac{1}{2}$×2t，

解得 t＝1.2．

此时 P(0.6，0)．

②当点 P 在 BO 的延长线上时，

由三角形 AOP 与三角形 COQ 的面积相等得：

$\frac{1}{2}OP\cdot y_A=\frac{1}{2}OQ\cdot x_C$，

$\frac{1}{2}$×(2t-3) ×4＝ $\frac{1}{2}$×2×t，

解得 t＝2，

此时 P(-1，0)，

抖音. 整理，更多资料加微信：.

综上所述，$t=1.2$ 时，$P(0.6，0)$；$t=2$ 时，$P(-1，0)$.

【点睛】本题主要考查坐标与图形变化-平移，非负数的性质，三角形的面积等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题.

3．已知，点 $A(1,a)$，$AH\perp x$ 轴，垂足为 H，将线段 AO 平移至线段 BC，点 $B(b,0)$，其中点 A 与点 B 对应，点 O 与点 C 对应，a、b 满足 $\sqrt{4-a}+(b-3)^2=0$.

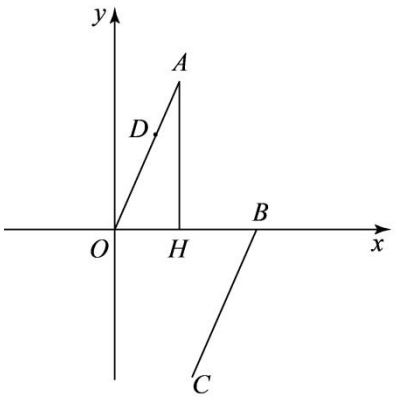


图1

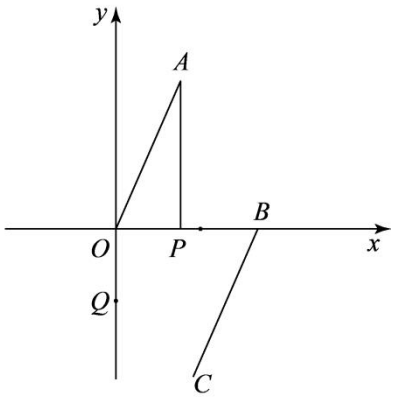


图2

(1)填空：

①直接写出 A、B、C 三点的坐标 A(_____)、B(_____)、C(_____)；

②直接写出三角形 AOH 的面积_____.

(2)如图1，若点 $D(m,n)$ 在线段 OA 上，证明：$4m=n$.

(3)如图2，连 OC，动点 P 从点 B 开始在 x 轴上以每秒2个单位的速度向左运动，同时点 Q 从点 O 开始在 y 轴上以每秒1个单位的速度向下运动．若经过 t 秒，三角形 AOP 与三角形 COQ 的面积相等，试求 t 的值及点 P 的坐标.

【答案】(1)① $A(1,4)$，$B(3,0)$，$C(2,-4)$；②2

(2)见解析

(3) $t=1.2$ 时，$P(0.6,0)$；$t=2$ 时，$P(-1,0)$.

【分析】（1）①利用非负数的性质求出 a，b 的值，可得结论．②利用三角形面积公式求解即可.

（2）连接 DH，根据 ΔODH 的面积 $+\Delta ADH$ 的面积 $=\Delta OAH$ 的面积，构建关系式，可得结论.

（3）分两种情形：①当点 P 在线段 OB 上，②当点 P 在 BO 的延长线上时，分别利用面积关系，构建方程，可得结论.

（1）

解：①$\because \sqrt{4-a}+(b-3)^2=0$，

抖音. 整理，更多资料加微信：.

又$\because \sqrt{4-a} \geq 0$，$(b-3)^2 \geq 0$，

$\therefore 4-a=0$，$b-3=0$，

$\therefore a=4$，$b=3$，

$\therefore A(1,4)$，$B(3,0)$，

$\because$ 点 A 与点 B 对应，点 O 与点 C 对应，

$\therefore$ 点 C 的横坐标为 $0+(3-1)=2$，纵坐标为 $0+(0-4)=-4$，

$\therefore C(2,-4)$，

故答案为：1，4；3，0；2，-4．

②$\triangle AOH$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times 1\times 4=2$，

故答案为：2．

（2）

证明：如图，连接 DH．

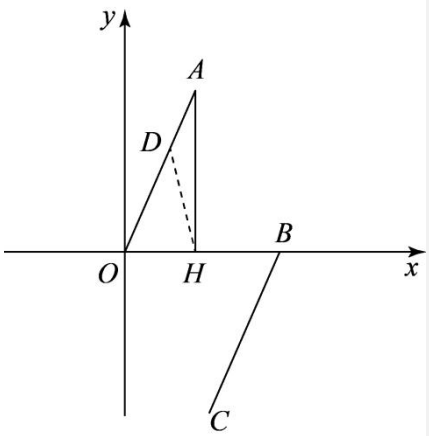


图1

$\because \triangle ODH$ 的面积 $+\triangle ADH$ 的面积 $=\triangle OAH$ 的面积，

$\therefore \frac{1}{2}\times 1\times n+\frac{1}{2}\times 4\times(1-m)=2$，

$\therefore 4m=n$．

（3）

解：①当点 P 在线段 OB 上，$\frac{1}{2}\times(3-2t)\times 4=\frac{1}{2}\times 2t$，

解得 $t=1.2$．

此时 $P(0.6,0)$．

抖音. 整理，更多资料加微信：.

② 当点 P 在 BO 的延长线上时，$\frac{1}{2}\times(2t-3)\times 4=\frac{1}{2}\times 2\times t$，

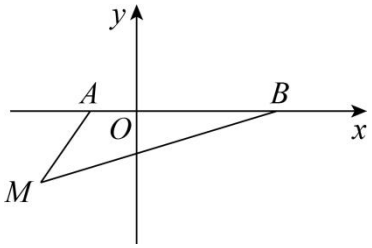
解得 $t=2$，

此时 $P(-1,0)$，

综上所述，$t=1.2$ 时，$P(0.6,0)$；$t=2$ 时，$P(-1,0)$.

【点睛】本题考查坐标与图形变化－平移，非负数的性质，三角形的面积等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题.

4．如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(a,0)$，$B(b,0)$，其中 a，b 满足 $|a+1|+(b-3)^2=0$



(1)填空：$a=$_____，$b=$_____；

(2)如果在第三象限内有一点 $M(-2,m)$，请用含 m 的式子表示三角形 ABM 的面积；

(3)在（2）的条件下，当 $m=-2$ 时，在 y 轴上有一点 P，使得三角形 BMP 的面积与三角形 ABM 的面积相等，请求出点 P 的坐标.

【答案】(1)-1，3

(2) $-2m$

(3) $P(0,-\frac{14}{5})$ 或 $P(0,\frac{2}{5})$

【分析】（1）根据绝对值和平方的非负性，即可得出答案；

（2）过点 M 作 $MN\perp x$ 轴于点 N，MN 为 M 点纵坐标的绝对值，也是三角形 ABM 的高，根据三角形面积公式即可得出答案；

（3）设 BM 与 y 轴的交点为 Q 点，先用待定系数法求出 BM 的解析式，再求出 Q 点坐标，根据 P 点所在的位置分类讨论，分为 P 点在 Q 点下方或 P 点在 Q 点上方两种情况，设出 P 点坐标，通过 $S_{\triangle PBM}=S_{\triangle PBQ}+S_{\triangle PMQ}$ 代入，即可求出 P 点坐标.

（1）

∵ $|a+1|+(b-3)^2=0$，$|a+1|\geq 0$，$(b-3)^2\geq 0$，

∴ $a+1=0$ 且 $b-3=0$，

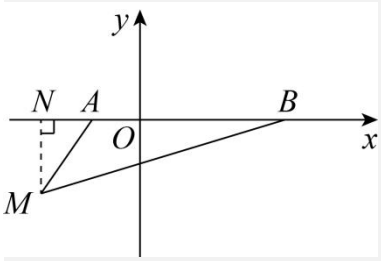
抖音. 整理，更多资料加微信：.

∴ $a=-1$， $b=3$，

故答案为：-1，3；

（2）

过点 M 作 $MN\perp x$ 轴于点 N，



∵ $A(-1,0)$， $B(3,0)$，

∴AB=3-(-1)=4

∵ $M(-2,m)$ 位于第三象限

∴ $MN=|m|=-m$

∴ $S_{\triangle ABM}=\frac{1}{2}AB\cdot MN=\frac{1}{2}\times4\times(-m)=-2m$

故答案为： $-2m$；

（3）

当 $m=-2$ 时， $S_{\triangle ABM}=-2\times(-2)=4$，

设 BM 与 y 轴的交点为 Q 点，BM 的解析式为 $y=kx+b$，

将 $B(3,0)$ 和 $M(-2,-2)$ 代入得：

$\begin{cases}0=3k+b\\-2=-2k+b\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=\frac{2}{5}\\b=-\frac{6}{5}\end{cases}$，

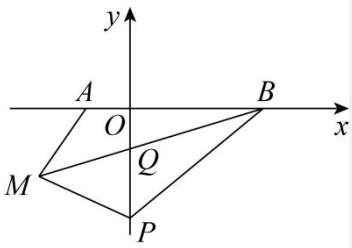
∴BM 的解析式为 $y=\frac{2}{5}x-\frac{6}{5}$，

当 x=0 时， $y=-\frac{6}{5}$，

∴ $Q\left(0,-\frac{6}{5}\right)$，

设 $P(0,n)$，当 P 点位于 Q 点下方时，如图所示，

抖音. 整理，更多资料加微信：.

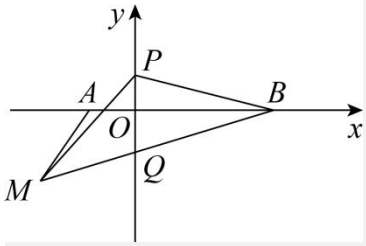


$\therefore S_{\triangle PBM}=S_{\triangle PBQ}+S_{\triangle PMQ}=\frac{1}{2}\times(-\frac{6}{5}-n)\times 3+\frac{1}{2}\times(-\frac{6}{5}-n)\times 2=4$

解得 $n=-\frac{14}{5}$，

$\therefore P(0,-\frac{14}{5})$；

当 P 点位于 Q 点上方时，如图所示，



$S_{\triangle PBM}=S_{\triangle PBQ}+S_{\triangle PMQ}=\frac{1}{2}\times(n+\frac{6}{5})\times 3+\frac{1}{2}\times(n+\frac{6}{5})\times 2=4$

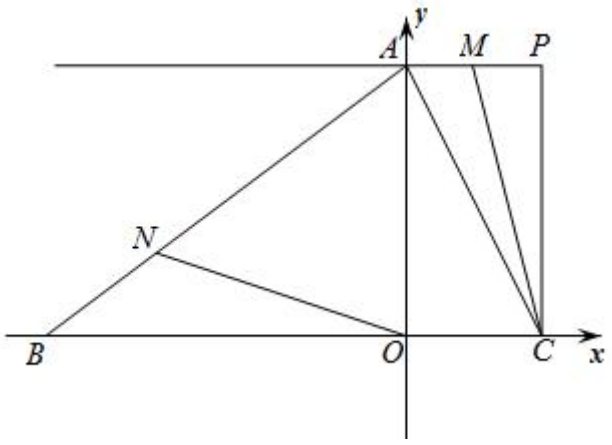
解得 $n=\frac{2}{5}$，

$\therefore P(0,\frac{2}{5})$；

综上所述，$P(0,-\frac{14}{5})$ 或 $P(0,\frac{2}{5})$.

【点睛】本题考查了一次函数中的几何问题，包括已知点表示三角形面积，以及已知三角形面积找出点的坐标，分类讨论思想和灵活运用函数知识和几何知识是本题的关键.

5．如图，C 为 x 轴正半轴上一动点，$A(0,a)$，$B(b,0)$，且 a，b 满足 $\sqrt{a-6}+(b+8)^2=0$，$AB=10$.



(1)求△ABO 的面积；

抖音. 整理，更多资料加微信：.

(2)求点 O 到 AB 的距离；

(3)如图 2，若 $P(3,6)$，$PC\perp x$ 轴于点 C，点 M 从点 P 出发，在射线 PA 上运动，同时另一动点 N 从点 B 出发向点 A 运动，到点 A 时两点停止运动，M，N 的速度分别为 2 个单位长度/秒，3 个单位长度/秒，当 $S_{\triangle MAC}=\frac{1}{3}S_{\triangle BON}$ 时，求运动的时间 t 的值.

【答案】(1) 24

(2) $\frac{24}{5}$

(3) $\frac{15}{14}$ 秒或 $\frac{5}{2}$ 秒

【分析】（1）先根据非负数的性质求出 a、b 的值，从而得到 OA，OB 的长，再根据三角形面积公式求解即可；

（2）如图，过点 O 作 $OG\perp AB$ 于 G，利用面积法 $S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\times OA\times OB=\frac{1}{2}\times AB\times OG$ 进行求解即可；

（3）设运动时间为 t 秒，则 $PM=2t$，$BN=3t$，然后分别用 t 表示出两个三角形的面积，结合题目所给条件列出方程求解即可.

(1)

$\because \sqrt{a-6}+|b+8|=0$，$\sqrt{a-6}\geq 0,|b+8|\geq 0$，

$\therefore \sqrt{a-6}=0,|b+8|=0$，

$\therefore a=6$，$b=-8$，

$\therefore$ 点 $A(0,6)$，点 $B(-8,0)$，

$\therefore OA=6$，$OB=8$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times OA\times BO=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$；

(2)

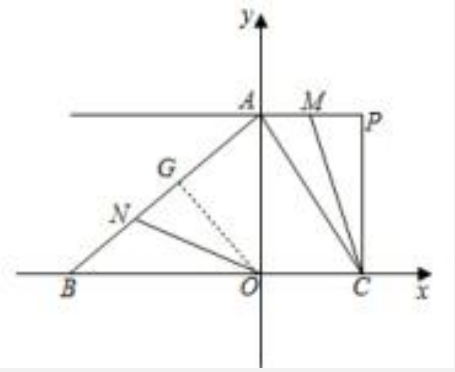
解：如图，过点 O 作 $OG\perp AB$ 于 G，

$\because S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\times OA\times OB=\frac{1}{2}\times AB\times OG$，

$\therefore OG=\frac{OA\times OB}{AB}=\frac{24}{5}$，

$\therefore$ 点 O 到 AB 的距离为 $\frac{24}{5}$；

抖音. 整理，更多资料加微信：.



(3)

解：设运动时间为 t 秒，则 $PM=2t$，$BN=3t$，其中 $0\le t\le\frac{10}{3}$，

$\therefore S_{\triangle BON}=\frac{1}{2}\times BN\times OG=\frac{1}{2}\times 3t\times\frac{24}{5}=\frac{36}{5}t$，

$\because AM=|3-2t|$，

$\therefore S_{\triangle MAC}=\frac{1}{2}\times|3-2t|\times 6=|9-6t|$，

$\because S_{\triangle MAC}=\frac{1}{3}S_{\triangle BON}$，

$\therefore|9-6t|=\frac{1}{3}\times\frac{36}{5}t$，

解得：$t_1=\frac{15}{14}$，$t_2=\frac{5}{2}$，

$\because 0\le t\le\frac{10}{3}$，

答：运动时间为 $\frac{15}{14}$ 秒或 $\frac{5}{2}$ 秒.

【点睛】本题主要考查了非负数的性质，坐标与图形，三角形面积，解绝对值方程等等，正确理解题意求出 a、b 是解题的关键.

6．如图 1，已知点 A（0，a），点 B（b，0），其中 a，b 满足 $\sqrt{2a+b-12}+|a-b+6|=0$，点 C（m，n）在第一象限，已知 m 的算术平方根是 2，64 的立方根为 n.

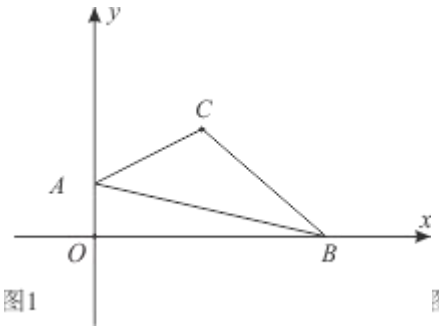


图1

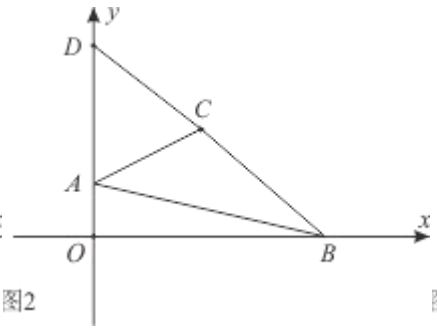


图2

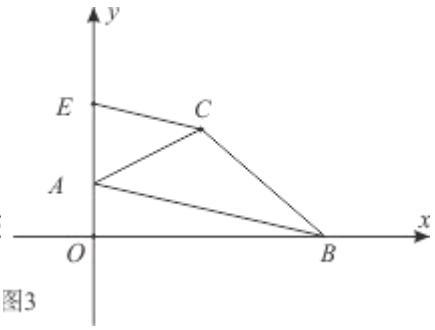


图3

(1)直接写出 A，B，C 三点的坐标；

(2)求出△ABC 的面积；

抖音. 整理，更多资料加微信：.

(3)如图 2，延长 BC 交 y 轴于 D 点，求点 D 的坐标；

(4)如图 3，过点 C 作 $CE // AB$ 交 y 轴于 E 点，求 E 点的坐标.

【答案】(1)A（0，2），B（8，0），C（4，4）

(2)12

(3)点 D（0，8）

(4)点 E（0，5）

【分析】（1）由非负性和平方根的定义可求解；

（2）由面积和差关系可求解；

（3）由等腰三角形的性质可求解；

（4）由三角形的面积关系可求解.

（1）解：∵ $\sqrt{2a+b-12}+|a-b+6|=0$ ∴$2a+b-12=0$，$a-b+6=0$，∴$a=2$，$b=8$，∴点 A（0，2），点 B（8，0），

∵m 的算术平方根是 2，64 的立方根为 n，∴$m=4$，$n=4$，∴点 C（4，4）.

（2）如图 1，过点 C 作 $CF \perp OB$ 于 F，

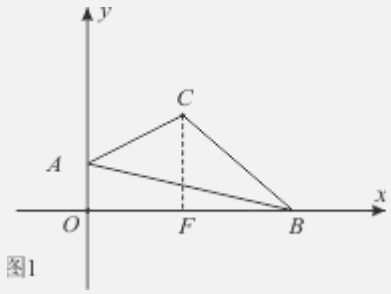


图1

∵点 A（0，2），点 B（8，0），点 C（4，4），∴$OA=2$，$OB=8$，$CF=OF=4$，∴$BF=OB-OF=4$，∵$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle BCF}+S_{梯形AOFC}-S_{\triangle AOB}$，

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times 4\times 4+\frac{1}{2}\times(2+4)\times 4-\frac{1}{2}\times 2\times 8=12$.

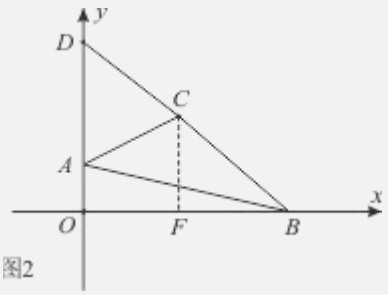


图2

（3）过点 C 作 $CF \perp x$ 轴，

∵$CF=BF=4$，$\angle CFB=90°$，∴$\angle CBF=\angle BCF=45°$，∴$\angle ODB=45°$∴$\angle OBD=\angle ODB$，∴$OD=OB=8$，∴点 D（0，8）.

抖音. 整理，更多资料加微信：.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/366233133114011022