

2024 年中考数学二轮专题 压轴题培优练习 08

1.如图，已知二次函数 $L_1: y = mx^2 + 2mx - 3m + 1 (m \geq 1)$ 和二次函数 $L_2: y = -m(x - 3)^2 + 4m - 1 (m \geq 1)$ 图象的顶点分别为 M, N ，与 x 轴分别相交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左边) 和 C, D 两点 (点 C 在点 D 的左边).

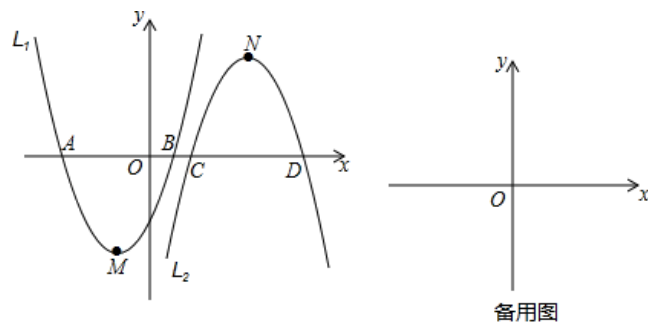
(1) 函数 $y = mx^2 + 2mx - 3m + 1 (m \geq 1)$ 的顶点坐标为 _____；当二次函数 L_1, L_2 的 y 值同时随着 x 的增大而增大时，则 x 的取值范围是 _____；

(2) 当 $AD = MN$ 时，判断四边形 $AMDN$ 的形状 (直接写出，不必证明)；

(3) 抛物线 L_1, L_2 均会分别经过某些定点：

① 求所有定点的坐标；

② 若抛物线 L_1 位置固定不变，通过左右平移抛物线 L_2 的位置使这些定点组成的图形为菱形，则抛物线 L_2 应平移的距离是多少？

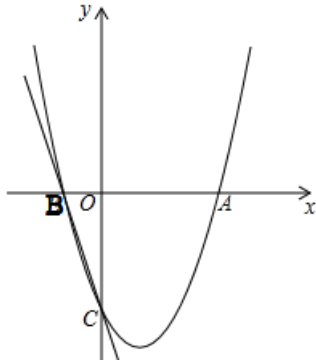


2.如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 经过点 $A(3, 0)$ ， $B(-1, 0)$ ， $C(0, -3)$.

(1)求该抛物线的解析式；

(2)若以点 A 为圆心的圆与直线 BC 相切于点 M ，求切点 M 的坐标；

(3)若点 Q 在 x 轴上，点 P 在抛物线上，是否存在以点 B ， C ， Q ， P 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



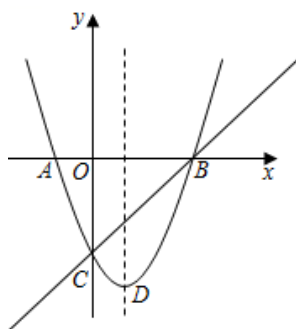
3.如图，直线 $y=x-3$ 与 x 轴， y 轴分别交于 B 、 C 两点．抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 B 、 C ，与 x 轴另一交点为 A ，顶点为 D ．

(1)求抛物线的解析式；

(2)设点 P 从点 D 出发，沿对称轴向上以每秒 1 个单位长度的速度匀速运动．设运动的时间为 t 秒．

①点 P 在运动过程中，若 $\angle CBP=15^\circ$ ，求 t 的值；

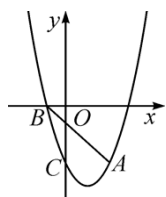
②当 t 为何值时，以 P ， A ， C 为顶点的三角形是直角三角形？求出所有符合条件的 t 值．



4.如图，抛物线 $y=x^2-2x-3$ 与 x 轴负半轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C ，且 $OC=3OB$.

(1)点 D 在 y 轴上，且 $\angle BDO=\angle BAC$ ，求点 D 的坐标；

(2)点 M 在抛物线上，点 N 在抛物线的对称轴上，是否存在以点 A ， B ， M ， N 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出所有符合条件的点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.



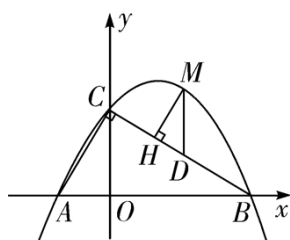
5.如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 B 、 C 两点，点 A 在 x 轴上，

$\angle ACB = 90^\circ$ ，抛物线 $y = ax^2 + bx + \sqrt{3}$ 经过 A 、 B 两点.

(1)求 A 、 B 两点的坐标；

(2)求抛物线的解析式；

(3)点 M 是直线 BC 上方抛物线上的一点，过点 M 作 $MH \perp BC$ 于点 H ，作 $MD \parallel y$ 轴交 BC 于点 D ，求 $\triangle DMH$ 周长的最大值.



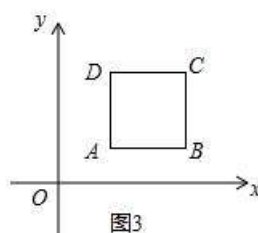
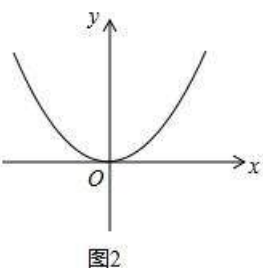
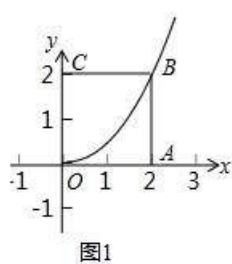
6.我们规定：在正方形 ABCD 中，以正方形的一个顶点 A 为顶点，且过对角顶点 C 的抛物线，称为这个正方形的以 A 为顶点的对角抛物线．

(1)在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 在 x 轴正半轴上，点 C 在 y 轴正半轴上．

①如图 1，正方形 OABC 的边长为 2，求以 O 为顶点的对角抛物线；

②如图 2，在平面直角坐标系中，正方形 OABC 的边长为 a，其以 O 为顶点的对角抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2$ ，求 a 的值；

(2)如图 3，正方形 ABCD 的边长为 4，且点 A 的坐标为(3, 2)，正方形的四条对角抛物线在正方形 ABCD 内分别交于点 M、P、N、Q，直接写出四边形 MPNQ 的形状和四边形 MPNQ 的对角线的交点坐标．

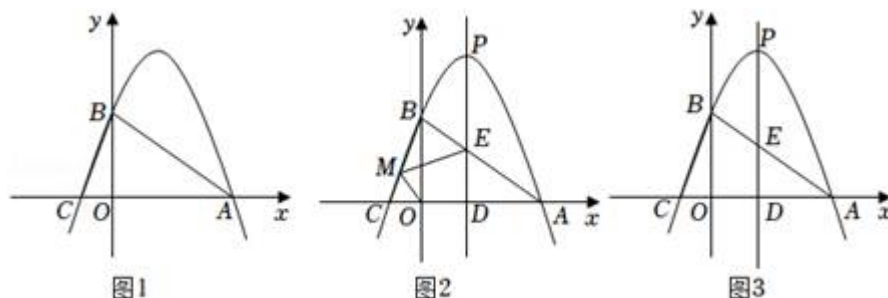


7.如图，抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 $C(-1, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 3)$ ，连接 AB ， BC ，对称轴 PD 交 AB 与点 E 。

(1)求抛物线的解析式；

(2)如图 2，试探究：线段 BC 上是否存在点 M ，使 $\angle EMO = \angle ABC$ ，若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由；

(3)如图 3，点 Q 是抛物线的对称轴 PD 上一点，若以点 Q 、 A 、 B 为顶点的三角形是锐角三角形，请直接写出点 Q 纵坐标 n 的取值范围。



8. 设一次函数 $y_1 = 2x + m + n$ 和二次函数 $y_2 = x(2x + m) + n$.

(1) 求证: y_1, y_2 的图象必有交点;

(2) 若 $m > 0$, y_1, y_2 的图象交于点 $A(x_1, a)$ 、 $B(x_2, b)$, 其中 $x_1 < x_2$, 设 $C(x_3, b)$ 为 y_2 图象上一点, 且 $x_3 \neq x_2$, 求 $x_3 - x_1$ 的值;

(3) 在(2)的条件下, 如果存在点 $D(x_1 + 2, c)$ 在 y_2 的图象上, 且 $a > c$, 求 m 的取值范围.

答案

1.解: (1) $x=-1$, 顶点坐标 M 为 $(-1, -4m+1)$,

由图象得: 当 $-1 < x < 3$ 时, 二次函数 L_1, L_2 的 y 值同时随着 x 的增大而增大.

故答案为: $(-1, -4m+1); -1 < x < 3$

(2)结论: 四边形 AMDN 是矩形.

由二次函数 $L_1: y=mx^2+2mx-3m+1(m \geq 1)$ 和二次函数 $L_2: y=-m(x-3)^2+4m-1(m \geq 1)$ 解析式可得:

A 点坐标为 $(-1-\sqrt{\frac{4m-1}{m}}, 0)$, D 点坐标为 $(3+\sqrt{\frac{4m-1}{m}}, 0)$, 顶点 M 坐标为 $(-1, -4m+1)$, 顶点 N 坐标为 $(3, 4m-1)$,

$\therefore AD$ 的中点为 $(1, 0)$, MN 的中点为 $(1, 0)$,

$\therefore AD$ 与 MN 互相平分,

$\therefore$ 四边形 AMDN 是平行四边形,

又 $\because AD=MN$,

$\therefore \square AMDN$ 是矩形.

(3)① $\because$ 二次函数 $L_1: y=mx^2+2mx-3m+1=m(x+3)(x-1)+1$,

故当 $x=-3$ 或 $x=1$ 时 $y=1$,

即二次函数 $L_1: y=mx^2+2mx-3m+1$ 经过 $(-3, 1)$ 、 $(1, 1)$ 两点,

$\because$ 二次函数 $L_2: y=-m(x-3)^2+4m-1=-m(x-1)(x-5)-1$,

故当 $x=1$ 或 $x=5$ 时 $y=-1$,

即二次函数 $L_2: y=-m(x-3)^2+4m-1$ 经过 $(1, -1)$ 、 $(5, -1)$ 两点,

② $\because$ 二次函数 $L_1: y=mx^2+2mx-3m+1$ 经过 $(-3, 1)$ 、 $(1, 1)$ 两点, 二次函数 $L_2:$

$y=-m(x-3)^2+4m-1$ 经过 $(1, -1)$ 、 $(5, -1)$ 两点,

如图: 四个定点分别为 $E(-3, 1)$ 、 $F(1, 1)$, $H(1, -1)$ 、 $G(5, -1)$, 则组成四边形 EFGH 为平行四边形, 设平移的距离为 x , 根据平移后图形为菱形,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/367021120113006112>