春考数学知识点与公式大全

第一章 集合与函数概念

1.集合

1.1 集合的概念及其表示

⑴.集合中元素的三个特征：

①．**确定性**：给定一个集合，那么任何一个元素在不在这个集合中就确定了.

②．**互异性**：一个集合中的元素是互不相同的，即集合中的元素是不重复出现的.

③．**无序性**：即集合中的元素无顺序,可以任意排列、调换。

⑵.元素与集合的关系有且只有两种：属于（用符号“$\in$”表示）和不属于（用符号“$\notin$”表示）.

⑶.集合常用的表示方法有三种：列举法、Venn 图、描述法.

(4).常见的数集及其表示符号

名称	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
表示符号	N	N^* 或 N_+	Z	Q	R

1.2 集合间的基本关系

	性质	符号表示
空集	空集是任何集合的子集	$\varnothing \subseteq A$
	空集是任何非空集合的真子集	$\varnothing \subsetneq A$（$A \neq \varnothing$）
相等	集合 A 与集合 B 所有元素相同	A=B
子集	集合 A 中的任何一个元素均是集合 B 中的元素	$A \subseteq B$
真子集	集合 A 中的任何一个元素均是集合 B 中的元素,且 B 中至少有一个元素在 A 中没有	

1.3 集合之间的基本运算

	符号表示	**集合表示**
并集	$A \cup B$	$\{x \mid x \in A 或 x \in B\}$
交集	$A \cap B$	$\{x \mid x \in A 且 x \in B\}$
补集	$C_U A$	$\{x \mid x \in U 且 x \notin A\}$

【重要提醒】

1．若有限集 A 中有 n 个元素,则集合 A 的子集个数为 2^n,真子集的个数为 2^n-1.

2．$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B\Leftrightarrow A\cap\left(\complement_U B\right)=\varnothing\Leftrightarrow A\cup\left(\complement_U B\right)=U$.

3．奇数集：$\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}=\{x|x=2n-1,n\in\mathbf{Z}\}=\{x|x=4n\pm1.n\in\mathbf{Z}\}$.

4. 德▪摩根定律：①并集的补集等于补集的交集，即 $\complement_U(A\cup B)=(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$；

②交集的补集等于补集的并集，即 $\complement_U(A\cap B)=(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$.

2.函数及其表示

2.1 **函数与映射的相关概念**

	函数	映射
两个集合 A、B	设 A、B 是两个非空数集	设 A、B 是两个非空集合
对应关系	按照某种确定的对应关系 f,使对于集合 A 中的任意一个数 x，在集合 B 中都有唯一确定的数 $f(x)$和它对应	按某一个确定的对应关系 f，使对于集合 A 中的任意一个元素 x，在集合 B 中都有唯一确定的元素 y 与之对应
名称	称 f：$A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数	称 $f:A\to B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个映射
记法	$y=f(x)$，$x\in A$	f：$A\to B$

注意：判断一个对应关系是否是函数关系，就看这个对应关系是否满足函数定义中“定义域内的任意一个自变量的值都有唯一确定的函数值”这个核心点.

(2)函数的定义域、值域

在函数 $y=f(x)$，$x\in A$ 中，x 叫做自变量，x 的取值范围 A 叫做函数的定义域，与 x 的值相对应的 y 值叫做函数值，函数值的集合$\{f(x)|x\in A\}$叫做函数的值域.

(3)构成函数的三要素：函数的三要素为定义域、值域、对应关系.

(4)函数的表示方法

函数的表示方法有三种：解析法、列表法、图象法.

解析法：一般情况下，必须注明函数的定义域;

列表法：选取的自变量要有代表性，应能反映定义域的特征；

图象法：注意定义域对图象的影响.

2.2 函数的三要素

（1）．**函数的定义域**

函数的定义域是使函数解析式有意义的自变量的取值范围，常见基本初等函数定义域的要求为：

(1)分式函数中分母不等于零.(2)偶次根式函数的被开方式大于或等于 0.

(3)一次函数、二次函数的定义域均为 $\mathbf{R}$.(4)$y=x^0$ 的定义域是$\{x|x\neq 0\}$.

（2）．函数的解析式

(1)函数的解析式是表示函数的一种方式，对于不是 $y=f(x)$的形式，可根据题目的条件转化为该形式.

(2)求函数的解析式时，一定要注意函数定义域的变化，特别是利用换元法(或配凑法)求出的解析式，不注明定义域往往导致错误.

（3）．函数的值域

函数的值域就是函数值构成的集合，熟练掌握以下四种常见初等函数的值域：

(1)一次函数 $y=kx+b$(k 为常数且 $k\neq 0$)的值域为 $\mathbf{R}$.

(2)反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$(k 为常数且 $k\neq 0$)的值域为$(-\infty，0)\cup(0，+\infty)$.

(3)二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a，b，c 为常数且 $a\neq 0$)，

当 $a>0$ 时，二次函数的值域为$[\dfrac{4ac-b^2}{4a},+\infty)$；当 $a<0$ 时，二次函数的值域为$(-\infty,\dfrac{4ac-b^2}{4a}]$.

求二次函数的值域时，应掌握配方法：$y=ax^2+bx+c=a(x+\dfrac{b}{2a})^2+\dfrac{4ac-b^2}{4a}$.

2.3 分段函数

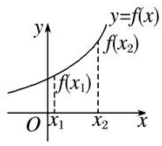
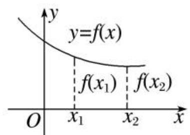
分段函数的概念

若函数在其定义域的不同子集上，因对应关系不同而分别用几个不同的式子来表示，则这种函数称为分段函数．分段函数虽由几个部分组成，但它表示的是一个函数．

3.函数基本性质

3.1 函数的单调性

单调函数的定义

	增函数	减函数
定义	一般地，设函数 $f(x)$ 的定义域为 I，如果对于定义域 I 内某个区间 D 上的任意两个自变量的值 x_1，x_2	
	当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)<f(x_2)$，那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是增函数	当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)>f(x_2)$，那么就说函数 $f(x)$ 在区间 D 上是减函数
图象描述	 自左向右看图象是上升的	 自左向右看图象是下降的

单调区间的定义

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 D 上是增函数或减函数，那么就说函数 $y=f(x)$ 在这一区间具有(严格的)单调性，区间 D 叫做 $y=f(x)$ 的单调区间.

函数的最值

前提	设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 I，如果存在实数 M 满足	
条件	（1）对于任意的 $x\in I$，都 $f(x)\le M$； （2）存在 $x_0\in I$，使得 $f(x_0)=M$	（3）对于任意的 $x\in I$，都 $f(x)\ge M$； （4）存在 $x_0\in I$，使得 $f(x_0)=M$
结论	M 为最大值	M 为最小值

注意：（1）函数的值域一定存在，而函数的最值不一定存在；

（2）若函数的最值存在，则一定是值域中的元素；若函数的值域是开区间，则函数无最值，若函数的值域是闭区间，则闭区间的端点值就是函数的最值.

函数单调性的常用结论

（1）若 $f(x),g(x)$ 均为区间 A 上的增(减)函数，则 $f(x)+g(x)$ 也是区间 A 上的增(减)函数；

（2）若 $k>0$，则 $kf(x)$ 与 $f(x)$ 的单调性相同；若 $k<0$，则 $kf(x)$ 与 $f(x)$ 单调性相反；

（3）函数 $y=f\left(x\right)\left(f\left(x\right)>0\right)$ 在公共定义域内与 $y=-f\left(x\right)$，$y=\dfrac{1}{f(x)}$ 的单调性相反；

（4）函数 $y=f\left(x\right)\left(f\left(x\right)\geq 0\right)$ 在公共定义域内与 $y=\sqrt{f(x)}$ 的单调性相同；

（5）一些重要函数的单调性：

① $y=x+\dfrac{1}{x}$ 的单调性：在 $\left(-\infty,-1\right]$ 和 $\left[1,+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-1,0\right)$ 和 $\left(0,1\right)$ 上单调递减；

② $y=ax+\dfrac{b}{x}$（$a>0$，$b>0$）的单调性：在 $\left(-\infty,-\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right]$ 和 $\left[\sqrt{\dfrac{b}{a}},+\infty\right)$ 上单调递增，在 $\left(-\sqrt{\dfrac{b}{a}},0\right)$ 和 $\left(0,\sqrt{\dfrac{b}{a}}\right)$ 上单调递减.

3.2 函数的奇偶性

（1）．函数奇偶性的定义及图象特点

奇偶性	定义	图象特点
偶函数	如果对于函数 $f\left(x\right)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，那么函数 $f\left(x\right)$ 是偶函数	图象关于 y 轴对称
奇函数	如果对于函数 $f\left(x\right)$ 的定义域内任意一个 x，都有 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，那么函数 $f\left(x\right)$ 是奇函数	图象关于原点对称

注意：由函数奇偶性的定义可知，函数具有奇偶性的一个前提条件是：对于定义域内的任意一个 x，$-x$ 也在定义域内（即定义域关于原点对称）.

（2）．函数奇偶性的几个重要结论

（1）奇函数在关于原点对称的区间上的单调性相同，偶函数在关于原点对称的区间上的单调性相反.

（2）$f(x)$，$g(x)$ 在它们的公共定义域上有下面的结论：

$f(x)$	$g(x)$	$f(x)+g(x)$	$f(x)-g(x)$	$f(x)g(x)$	$f(g(x))$

偶函数	偶函数	偶函数	偶函数	偶函数	偶函数
偶函数	奇函数	不能确定	不能确定	奇函数	偶函数
奇函数	偶函数	不能确定	不能确定	奇函数	偶函数
奇函数	奇函数	奇函数	奇函数	偶函数	奇函数

（3）若奇函数的定义域包括0，则$f\left(0\right)=0$.

（4）若函数$f\left(x\right)$是偶函数，则$f\left(-x\right)=f\left(x\right)=f\left(\left|x\right|\right)$.

（5）定义在$\left(-\infty,+\infty\right)$上的任意函数$f\left(x\right)$都可以唯一表示成一个奇函数与一个偶函数之和.

（6）若函数$y=f\left(x\right)$的定义域关于原点对称，则$f\left(x\right)+f\left(-x\right)$为偶函数，$f\left(x\right)-f\left(-x\right)$为奇函数，$f\left(x\right)\cdot f\left(-x\right)$为偶函数.

重难点 复合函数的单调性①奇函数+奇函数=奇函数，偶函数+偶函数=偶函数；

②奇函数×奇函数=偶函数，奇函数×偶函数=奇函数，偶函数×偶函数=偶函数；

第二章 基本初等函数

2.1 指数与指数函数

（1）根式

概念：式子$\sqrt[n]{a}$叫做根式，其中 n 叫做根指数，a 叫做被开方数.

性质：$(\sqrt[n]{a})^n=a$(a 使$\sqrt[n]{a}$有意义)；

当 n 为奇数时，$\sqrt[n]{a^n}=a$，当 n 为偶数时，$\sqrt[n]{a^n}=|a|=\begin{cases}a，a\geq 0，\\ -a，a<0.\end{cases}$

（2）分数指数幂

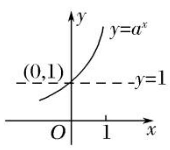
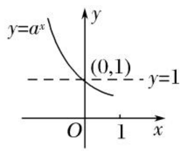
规定：正数的正分数指数幂的意义是 $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$($a>0$，$m$，$n\in N^*$，且 $n>1$)；正数的负分数指数幂的意义是 $a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$($a>0$，$m$，$n\in N^*$，且 $n>1$)；0 的正分数指数幂等于 0；0 的负分数指数幂没有意义.

有理指数幂的运算性质：$a^ra^s=a^{r+s}$；$(a^r)^s=a^{rs}$；$(ab)^r=a^rb^r$，其中 $a>0$，$b>0$，r，$s\in Q$.

（3）指数函数及其性质

概念：函数 $y=a^x(a>0$ 且 $a\neq 1)$叫做指数函数，x 是自变量，函数的定义域是 R，a 是底数.

指数函数的图象与性质

<table>
<tr><td></td><td>$a>1$</td><td>$0<a<1$</td></tr>
<tr><td>图象</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>定义域</td><td colspan="2">R</td></tr>
<tr><td>值域</td><td colspan="2">$(0，+\infty)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">性质</td><td colspan="2">过定点$(0，1)$，即 $x=0$ 时，$y=1$</td></tr>
<tr><td>当 $x>0$ 时，$y>1$；
当 $x<0$ 时，$0<y<1$</td><td>当 $x<0$ 时，$y>1$；
当 $x>0$ 时，$0<y<1$</td></tr>
<tr><td>在$(-\infty，+\infty)$上是增函数</td><td>在$(-\infty，+\infty)$上是减函数</td></tr>
</table>

2.2 对数与对数函数

（1）对数的概念

如果 $a^x=N(a>0$，且 $a\neq 1)$，那么 x 叫做以 a 为底 N 的对数，记作 $x=\log_a N$，其中 a 叫做对数的底数，N 叫做真数.

（2）对数的性质、换底公式与运算性质

(1)对数的性质：①$a^{\log_a N}=N$；②$\log_a a^b=b(a>0$，且 $a\neq 1)$.

(2)对数的运算法则；如果 $a>0$ 且 $a\neq 1$，$M>0$，$N>0$，那么

①$\log_a(MN)=\log_a M+\log_a N$；　②$\log_a \dfrac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$；

③$\log_a M^n=n\log_a M$ $(n\in \mathrm{R})$；　④$\log_{a^n} b^m=\dfrac{m}{n}\log_a b$.

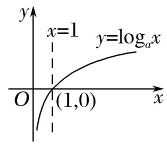
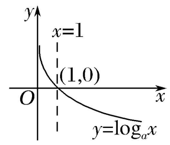
(3)换底公式：$\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}$($a$，$b$ 均大于零且不等于 1).

（3）对数函数及其性质

(1)概念：$y=\log_a x(a>0$，且 $a\neq 1)$叫做对数函数，其中 x 是自变量，定义域是$(0，+\infty)$.

(2)对数函数的图象与性质

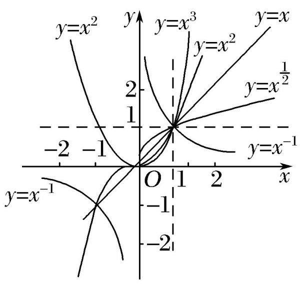
	$a>1$	$0<a<1$

图象		
性质	定义域：(0，+∞)	
	值域：R	
	当 $x=1$ 时，$y=0$，即过定点(1，0)	
	当 $x>1$ 时，$y>0$； 当 $0<x<1$ 时，$y<0$	当 $x>1$ 时，$y<0$； 当 $0<x<1$ 时，$y>0$
	在(0，+∞)上是增函数	在(0，+∞)上是减函数

2.3 幂函数

(1)幂函数的定义：一般地，形如 $y=x^{\alpha}$的函数称为幂函数，其中 x 是自变量，α为常数.

(2)常见的 5 种幂函数的图象



(3)幂函数的性质

①幂函数在(0，+∞)上都有定义；

②当$\alpha>0$ 时，幂函数的图象都过点(1，1)和(0，0)，且在(0，+∞)上单调递增；

③当$\alpha<0$ 时，幂函数的图象都过点(1，1)，且在(0，+∞)上单调递减.

第三章 函数的应用

1.函数零点的定义

一般地，如果函数 $y=f(x)$ 在实数 α 处的值等于零，即 $f(\alpha)=0$，则 α 叫做这个函数的零点.

重点强调：零点不是点，是一个实数；

2.零点存在性定理

如果函数 $y=f(x)$ 在区间$[a, b]$上的图象是连续不断的一条曲线，并且有 $f(a)\cdot f(b)<0$，那么函数 $y=f(x)$ 在区间（a, b）内有零点，即存在 $c\in(a,b)$，使得 $f(c)=0$，这个 c

也就是方程 $f(x)=0$ 的根.

3. 二分法

二分法求零点：对于在区间 $[a，b]$ 上连续不断，且满足 $f(a)\cdot f(b)<0$ 的函数 $y=f(x)$，通过不断地把函数 $f(x)$ 的零点所在的区间一分为二，使区间的两个端点逐步逼近零点，进而得到零点近似值的方法叫做**二分法**.

给定精度 ε，用二分法求函数 $f(x)$ 的零点近似值的步骤如下：

（1）确定区间 $[a，b]$，验证 $f(a)\cdot f(b)<0$，给定精度 ε；

（2）求区间 $(a，b)$ 的中点 x_1；

（3）计算 $f(x_1)$：①若 $f(x_1)=0$，则 x_1 就是函数的零点；

②若 $f(a)\cdot f(x_1)<0$，则令 $b=x_1$（此时零点 $x_0\in(a,x_1)$）；

③若 $f(x_1)\cdot f(b)<0$，则令 $a=x_1$（此时零点 $x_0\in(x_1,b)$）；

（4）判断是否达到精度 ε；

即若 $|a-b|<\varepsilon$，则得到零点零点值 a（或 b）；否则重复步骤 2~4.

注意：二分法的条件 $f(a)\cdot f(b)<0$ 表明用二分法求函数的近似零点都是指变号零点.

第四章 三角函数

1. 角的概念

1．角的定义

角可以看成平面内一条射线绕着端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形.

2．角的分类

$$\text{角的分类}\begin{cases}\begin{array}{l}\text{按旋转方向}\\\text{不同分类}\end{array}\begin{cases}\text{正角：按逆时针方向旋转形成的角}\\\text{负角：按顺时针方向旋转形成的角}\\\text{零角：射线没有旋转}\end{cases}\\\begin{array}{l}\text{按终边位置}\\\text{不同分类}\end{array}\begin{cases}\begin{array}{l}\text{象限角：角的终边在第几象限，这}\\\quad\text{个角就是第几象限角}\end{array}\\\text{轴线角：角的终边落在坐标轴上}\end{cases}\end{cases}$$

3．终边相同的角

所有与角 α 终边相同的角，连同角 α 在内，可构成一个集合：$S=\{\beta|\beta=\alpha+k\cdot360°，k\in Z\}$.

2.弧度制及应用

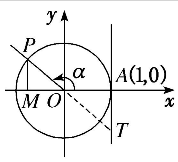
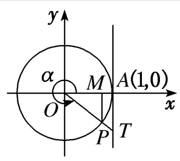
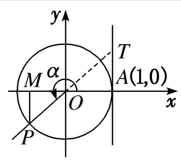
1．弧度制的定义

把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做 1 弧度的角，弧度记作 rad.

2．弧度制下的有关公式

角α的弧度数公式	$\lvert\alpha\rvert=\frac{l}{r}$(弧长用 l 表示)
角度与弧度的换算	①$1°=\frac{\pi}{180}$ rad；②1 rad$=\left(\frac{180}{\pi}\right)°$
弧长公式	弧长 $l=\lvert\alpha\rvert r$
扇形面积公式	$S=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}\lvert\alpha\rvert r^2$

3.任意角的三角函数

<table>
<tr><td colspan="2">三角函数</td><td>正弦</td><td>余弦</td><td>正切</td></tr>
<tr><td colspan="2" rowspan="2">定义</td><td colspan="3">设α是一个任意角，它的终边与单位圆交于点 $P(x，y)$，那么</td></tr>
<tr><td>y叫做α的正弦，记 sin α</td><td>x叫做α的余弦，记 cos α</td><td>$\frac{y}{x}$叫做α的正切，记 tan α</td></tr>
<tr><td rowspan="4">各象限符号</td><td>Ⅰ</td><td>＋</td><td>＋</td><td>＋</td></tr>
<tr><td>Ⅱ</td><td>＋</td><td>－</td><td>－</td></tr>
<tr><td>Ⅲ</td><td>－</td><td>－</td><td>＋</td></tr>
<tr><td>Ⅳ</td><td>－</td><td>＋</td><td>－</td></tr>
<tr><td colspan="2">三角函数线</td><td>
有向线段 MP 为正弦线</td><td>
有向线段 OM 为余弦线</td><td>
有向线段 AT 为正切线</td></tr>
</table>

4.同角三角函数的基本关系

1．同角三角函数的基本关系

(1)平方关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1(\alpha\in R)$．(2)商数关系：$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

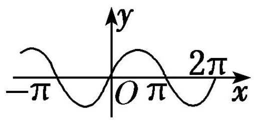
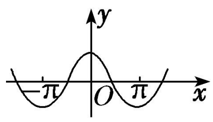
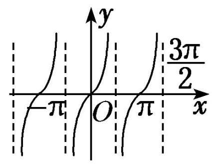
2．同角三角函数基本关系式的应用技巧

5.三角函数的诱导公式

组数	一	二	三	四	五	六

角	$2k\pi+\alpha(k\in Z)$	$\pi+\alpha$	$-\alpha$	$\pi-\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$
正弦	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
余弦	$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
正切	$\tan\alpha$	$\tan\alpha$	$-\tan\alpha$	$-\tan\alpha$		

6. 正弦、余弦、正切函数的图象与性质

函数	$y=\sin x$	$y=\cos x$	$y=\tan x$
图象			
定义域	R	R	$\left\{x \,\middle|\, x\in R，且 x\neq k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in Z\right\}$
值域	$[-1,1]$	$[-1,1]$	R
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数
单调性	在$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi，\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$$(k\in Z)$上是递增函数，$\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi，\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$$(k\in Z)$上是递减函数	在$[2k\pi-\pi 2k\pi](k\in Z)$上是递增函数，在$[2k\pi，2k\pi+\pi](k\in Z)$上是递减函数	在$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi，\frac{\pi}{2}+k\pi\right)(k\in Z)$上是递增函数
周期性	周期是$2k\pi(k\in Z$且$k\neq0)$，最小正周期是2π	周期是$2k\pi(k\in Z$且$k\neq0)$，最小正周期是2π	周期是$k\pi(k\in Z$且$k\neq0)$，最小正周期是π
对称性	对称轴是$x=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in Z)$，对称中心是$(k\pi，0)(k\in Z)$	对称轴是$x=k\pi(k\in Z)$，对称中心是$\left(k\pi+\frac{\pi}{2}，0\right)(k\in Z)$	对称中心是$\left(\frac{k\pi}{2}，0\right)(k\in Z)$

6.函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象

1．用五点法作正弦函数和余弦函数的简图

(1)“五点法”作图原理：

正弦函数$y=\sin x$，$x\in[0,2\pi]$的图象上，五点是：$(0,0)$，$\left(\frac{\pi}{2}，1\right)$，$(\pi，0)$，$\left(\frac{3\pi}{2}，-1\right)$，$(2\pi，0)$．

余弦函数$y=\cos x$，$x\in[0,2\pi]$的图象上，五点是：$(0,1)$，$\left(\frac{\pi}{2}，0\right)$，$(\pi，-1)$，$\left(\frac{3\pi}{2}，0\right)$，$(2\pi，1)$．

(2)五点法作图的三步骤：列表、描点、连线(注意光滑)．

2．函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$的有关概念

$y=A\sin(\omega x+\varphi)$	振幅	周期	频率	相位	初相
($A>0$，$\omega>0$)	A	$T=\frac{2\pi}{\omega}$	$f=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$	$\omega x+\varphi$	φ

3.用五点法画 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$一个周期内的简图

用五点法画 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$一个周期内的简图时，要找五个关键点，如下表所示：

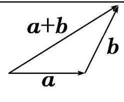
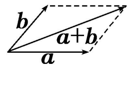
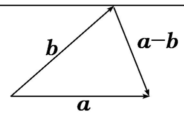
x	$-\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{\pi}{2\omega}-\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{\pi-\varphi}{\omega}$	$\frac{3\pi}{2\omega}-\frac{\varphi}{\omega}$	$\frac{2\pi-\varphi}{\omega}$
$\omega x+\varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y=A\sin(\omega x+\varphi)$	0	A	0	$-A$	0

第五章 平面向量

1.向量的有关概念

名称	定义	备注
向量	既有大小又有方向的量；向量的大小叫做向量的长度(或称模)	平面向量是自由向量
零向量	长度为 0 的向量	记作 0，其方向是任意的
单位向量	长度等于 1 个单位的向量	非零向量 a 的单位向量为$\pm\frac{a}{\lvert a\rvert}$
平行向量	方向相同或相反的非零向量(又叫做共线向量)	0 与任一向量平行或共线
相等向量	长度相等且方向相同的向量	两向量只有相等或不相等，不能比较大小
相反向量	长度相等且方向相反的向量	0 的相反向量为 0

2.向量的线性运算

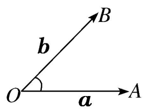
向量运算	定义	法则(或几何意义)	运算律
加法	求两个向量和的运算	 三角形法则  平行四边形法则	(1)交换律： a＋b＝b＋a； (2)结合律：(a＋b)＋c＝a＋(b＋c)
减法	求 a 与 b 的相反向量－b 的和的		a－b＝a＋(－b)

	运算叫做 a 与 b 的差	三角形法则	
数乘	求实数λ与向量 a 的积的运算	$\lvert\lambda a\rvert=\lvert\lambda\rvert\lvert a\rvert$，当$\lambda>0$时，$\lambda a$的方向与 a 的方向相同；当$\lambda<0$时，$\lambda a$的方向与 a 的方向相反；当$\lambda=0$时，$\lambda a=0$	$\lambda(\mu a)=(\lambda\mu)a$；$(\lambda+\mu)a=\lambda a+\mu a$；$\lambda(a+b)=\lambda a+\lambda b$

3.平面向量的坐标运算

运算	坐标表示
和(差)	$a=(x_1,\ y_1)$，$b=(x_2,\ y_2)$，$a+b=(x_1+x_2,\ y_1+y_2)$，$a-b=(x_1-x_2,\ y_1-y_2)$
数乘	已知 $a=(x_1,\ y_1)$，则$\lambda a=(\lambda x_1,\ \lambda y_1)$，其中$\lambda$是实数
任一向量的坐标	已知 $A(x_1,\ y_1)$，$B(x_2,\ y_2)$，则$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1,\ y_2-y_1)$

4.向量的夹角

定义	图示	范围	共线与垂直
已知两个非零向量 a 和 b，作$\overrightarrow{OA}=a$，$\overrightarrow{OB}=b$，则$\angle AOB$就是 a 与 b 的夹角		设ϑ是 a 与 b 的夹角，则ϑ的取值范围是$0°\le\vartheta\le180°$	$\vartheta=0°$或$\vartheta=180°\Leftrightarrow a\parallel b$，$\vartheta=90°\Leftrightarrow a\perp b$

5.平面向量的数量积

定义	设两个非零向量 a，b 的夹角为ϑ，则数量$\lvert a\rvert\lvert b\rvert\cos\vartheta$叫做 a 与 b 的数量积，记作 $a\cdot b$
投影	$\lvert a\rvert\cos\vartheta$叫做向量 a 在 b 方向上的投影， $\lvert b\rvert\cos\vartheta$叫做向量 b 在 a 方向上的投影
几何意义	数量积 $a\cdot b$ 等于 a 的长度$\lvert a\rvert$与 b 在 a 的方向上的投影$\lvert b\rvert\cos\vartheta$的乘积

6.向量数量积的运算律

交换律	$a\cdot b=b\cdot a$
分配律	$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$
数乘结合律	$(\lambda a)\cdot b=\lambda(a\cdot b)=a\cdot(\lambda b)$

第六章 三角恒等变换

1、同角三角函数的基本关系式 ：①$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$，②$\tan\theta=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$，

2、正弦、余弦的诱导公式（奇变偶不变，符号看象限）

3、和角与差角公式

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta \qquad \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$.　　　　$(\sin\alpha \pm \cos\alpha)^2 = 1 \pm 2\sin\alpha\cos\alpha$

4、二倍角公式及降幂公式

$\sin 2\alpha = \sin\alpha\cos\alpha$.　　　　$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha$

$\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$　　　　$\sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}, \cos^2\alpha = \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$

第七章 解三角形

【正弦定理】 $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$（R 为 ΔABC 外接圆的半径）.

【正弦定理的变形】①$a = 2R\sin A, b = 2R\sin B, c = 2R\sin C$

②$\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2R$

【三角形常用结论 】

（1） $a > b \Leftrightarrow A > B \Leftrightarrow \sin A > \sin B \Leftrightarrow \cos A < \cos B$

（2）在△ABC 中，有

$A + B + C = \pi \Leftrightarrow C = \pi - (A+B) \Leftrightarrow \dfrac{C}{2} = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{A+B}{2} \Leftrightarrow 2C = 2\pi - 2(A+B)$.

(3)面积公式：

①$S = \dfrac{1}{2}ah_a = \dfrac{1}{2}bh_b = \dfrac{1}{2}ch_c$，②$S = \dfrac{1}{2}ab\sin C = \dfrac{1}{2}bc\sin A = \dfrac{1}{2}ca\sin B$.

第八章 数列

2.1 等差数列

（1）. 等差数列的定义--------（证明或判断等差数列）

①$a_{n+1} - a_n = d(d\text{为常数})$或②$a_{n+1} - a_n = a_n - a_{n-1}(n \geq 2)$

（2）. 等差数列的通项公式：

$a_n = a_1 + (n-1)d$ 或 $a_n = a_m + (n-m)d$

①当 $d \neq 0$ 时，等差数列的通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d = dn + a_1 - d$ 是关于 n 的一次函数，且斜率为公差 d；

（3）. 等差数列的前 n 和：$S_n = \dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$，$S_n = na_1 + \dfrac{n(n-1)}{2}d$

①前 n 和 $S_n = na_1 + \dfrac{n(n-1)}{2}d = \dfrac{d}{2}n^2 + (a_1 - \dfrac{d}{2})n$ 是关于 n 的二次函数且常数项为 0.

（4）、等差中项：