

专题 01 分式与分式的乘除法压轴题八种模型全攻略



考点一 分式的判断

考点三 分式的值为 0

考点五 最简分式

考点七 分式乘方

考点二 分式有无意义

考点四 分式的求值

考点六 分式乘除混合运算

考点八 含乘方的分式乘除混合运算

典型例题

考点一 分式的判断

例题：（2022 吉林长春 八年级期末）下列各式中，是分式的是（ ）

A. $\frac{a}{3}$

B. $\frac{1}{-}$

C. $\frac{2}{a}$

D. $\frac{a-b}{2}$

【答案】C

【分析】根据分式的形式判断即可.

【详解】解：A、 $\frac{a}{3}$ 是单项式，属于整式，故此选项错误，不符合题意；

B、 $\frac{1}{-}$ 是单项式，属于整式，故此选项错误，不符合题意；

C、 $\frac{2}{a}$ 是分式，故此选项正确，符合题意；

D、 $\frac{a-b}{2}$ 是多项式，属于整式，故此选项错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了分式，解题关键是熟记分式是 $\frac{A}{B}$ 的形式，A、B 都是整式，B 中含有字母.

【变式训练】

1.（2022 福建泉州 八年级期末）下列代数式中，是分式的是（ ）

A. $\frac{1}{2022}$

B. $\frac{1}{2a}$

C. $\frac{2x-y}{3}$

D. $\frac{m}{5}$

【答案】B

【分析】根据分式的定义，即可求解.

【详解】解：A、是整式，故此选项不符合题意；

B、是分式，故此选项符合题意；

C、是整式，故此选项不符合题意；

D、是整式，故此选项不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了分式的定义，熟练掌握形如 $\frac{A}{B}$ （其中A,B 为整式，其中B 中含有字母且B $\neq 0$ ）的式子，称为分式是解题的关键.

2.（2022 四川遂宁 八年级期末）下列各式： $\frac{1}{x}$ ， $\frac{1}{2}x-y$ ， $\frac{x}{3}$ ， $\frac{2}{m-x}$ ， $\frac{x}{x-3}$ ， $\frac{4x-9y}{13}$ ， $\frac{a-b}{a-b}$ 中，分式有（ ）个
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【答案】C

【分析】判断分式的依据是看分母中是否含有字母，如果含有字母则是分式，如果不含有字母则不是分式.

【详解】解：分式有： $\frac{1}{x}$ ， $\frac{2}{m-x}$ ， $\frac{x}{x-3}$ ， $\frac{a-b}{a-b}$ ，共有4个.

故选：C.

【点睛】本题考查的是分式的定义，解题的关键是掌握，如果A，B 表示两个整式，并且B 中含有字母，那么式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

考点二 分式有无意义

例题：（2022 甘肃 武威第九中学八年级期末）要使分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义，x 需满足的条件是_____.

【答案】 $x \neq 3$

【分析】根据分式有意义的条件解答.

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{1}{x-3}$ 有意义，

$\therefore x-3 \neq 0$ ，

解得 $x \neq 3$ ，

故答案为： $x \neq 3$.

【点睛】此题考查了分式有意义的条件：分母不等于零，熟记条件是解题的关键.

【变式训练】

1.（2022 江苏南京 八年级期末）若分式 $\frac{x-2}{x}$ 在实数范围内有意义，则x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq 2$

【分析】根据分式的分母不能为0 即可得.

【详解】解：由题意得： $x-2 \neq 0$ ，

解得 $x \neq 2$ ，

故答案为： $x = 2$.

【点睛】 本题考查了分式有意义的条件，熟练掌握分式的分母不能为 0 是解题关键.

2. (2022 江苏无锡 八年级期末) 当 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 时，分式 $\frac{x^2 - 1}{1 - x}$ 无意义，当 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 时，分式 $\frac{x^2 - 1}{1 - x}$ 的值为 0.

【答案】 -1 1

【分析】 根据分式有意义的条件和分式值为 0 的条件列方程和不等式即可得答案.

【详解】 解：由题意得使分式 $\frac{x^2 - 1}{1 - x}$ 无意义时，

则 $1 - x = 0$

$x = -1$,

当分式 $\frac{x^2 - 1}{1 - x}$ 的值为 0 时，

则 $x^2 - 1 = 0$ ， $x^2 - 1 = 0$

$x = 1$ ， $x = -1$

$\therefore x = 1$.

故答案为： -1 ； 1

【点睛】 本题考查分式的值为零的条件及分式有意义的条件，要使分式有意义，分母不为 0，分式的值为 0，则分子为 0，分母不为 0.

考点三 分式的值为 0

例题：(2022 河南郑州 八年级期末) 若分式 $\frac{x^2 - 4}{2x - 4}$ 的值为 0，则 x 的取值为_____.

【答案】 2

【分析】 根据分式的值为零的条件可以求出 x 的值.

【详解】 解：由题意得， $x^2 - 4 = 0$ ， $2x - 4 \neq 0$ ，

由 $x^2 - 4 = 0$ 得 $x = 2$ 或 $x = -2$ ，

由 $2x - 4 \neq 0$ 得 $x \neq 2$ ，

$\therefore x = -2$.

故答案为： -2 .

【点睛】 本题考查分式为 0 的条件，若分式的值为零，需同时具备两个条件：①分子为 0；②分母不为 0，这两个条件缺一不可.

【变式训练】

1. (2022 江苏扬州 八年级期末) 当 $x = \underline{\hspace{1cm}}$ 时，分式 $\frac{x - 4}{x - 2}$ 的值为零.

【答案】 4

【分析】首先根据分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零，得出 $\frac{x-4}{x-2}=0$ ，进而计算出 x 的值即可。

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{x-4}{x-2}$ 的值为零，

$$\therefore \frac{x-4}{x-2}=0,$$

解得： $x=4$ 。

故答案为：4

【点睛】本题主要考查了分式值为零的条件，熟练掌握“分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零”是解本题的关键。

2. (2022 安徽滁州 七年级阶段练习) 当 x 的值是_____时，分式 $\frac{|x|-3}{2x-6}$ 的值为零。

【答案】-3

【分析】根据分式值为零的条件是分子等于零且分母不等于零列出不等式，解等式或不等式即可。

【详解】解：由题意得 $|x|-3=0$ ，且 $2x-6 \neq 0$ ，

解得： $x=\pm 3$ ， $x \neq 3$ ，

$\therefore x=-3$ 。

则 $x=-3$ 时，分式 $\frac{|x|-3}{2x-6}$ 的值为零。

故答案为：-3。

【点睛】本题主要考查的是分式值为零的条件，特别注意分母不为 0 的条件，熟练掌握相关知识是解题的关键。

考点四 分式的求值

例题：(2022 江苏淮安 八年级期末) 已知 $\frac{1}{x-1}=1$ ，则分式 $\frac{2}{x-1} \cdot x-1$ 的值为_____。

【答案】3

【分析】根据 $\frac{1}{x-1}=1$ ，可求得 $\frac{2}{x-1}=2$ ， $x-1=1$ ，据此即可求得。

【详解】解： $\because \frac{1}{x-1}=1$ ，

$$\frac{2}{x-1}=2, \quad x-1=1,$$

$$\frac{2}{x-1} \cdot x-1=2 \cdot 1=3,$$

故答案为：3。

【点睛】 本题考查了代数式求值问题，熟练掌握和运用代数式求值的方法是解决本题的关键.

【变式训练】

1. (2021 河北承德 八年级期末) 若 $a - 3b = 0$ ，则 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - ab}$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{2}{3}$

【分析】 把 $a - 3b = 0$ 代入求解即可.

【详解】 解：把 $a - 3b = 0$ 代入 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - ab}$ 得，

$$\frac{(3b)^2 - b^2}{(3b)^2 - 3b \cdot b} = \frac{8b^2}{12b^2} = \frac{2}{3},$$

故答案为： $\frac{2}{3}$.

【点睛】 本题考查了求分式的值，解题关键是整体代入后熟练运用分式的基本性质进行约分.

2. (2021 江苏泰州 八年级期中) 若 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ ，则 $\frac{2a - b}{2a + b}$ 的值为_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【分析】 先根据已知设出 $a = 3k$ ， $b = 2k$ ，再把 a ， b 的值代入即可求出答案.

【详解】 解： $\because \frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 设 $a = 3k$ ， $b = 2k$ ，

$$\frac{2a - b}{2a + b} = \frac{6k - 2k}{6k + 2k} = \frac{1}{2}.$$

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点睛】 此题考查了分式的求值. 此题比较简单，解题的关键是注意掌握分式的求值方法.

考点五 最简分式

例题：(2022 山东省济南第十二中学八年级阶段练习) 下列各分式中，是最简分式的是 ()

A. $\frac{x}{2x}$

B. $\frac{x^2 - 2x - 1}{x - 1}$

C. $\frac{x - 1}{x}$

D. $\frac{x - 1}{x^2 - 1}$

【答案】 C

【分析】 根据最简分式的定义 “分子分母没有公因式的分式为最简分式” 分析判断即可.

【详解】 解： A. $\frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$ ，不符合题意；

B. $\frac{x^2 - 2x - 1}{x - 1} \neq x - 1$ ，不符合题意；

C. $\frac{x-1}{x}$ ，是最简分式，符合题意；

D. $\frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$ ，不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了最简分式，熟练掌握最简分式的定义是解本题的关键.

【变式训练】

1. (2022 广西贺州 七年级期末) 在下列分式中，是最简分式的是 ()

A. $\frac{x-1}{x^2-1}$ B. $\frac{x-2}{x^2-2}$ C. $\frac{y}{2y^2}$ D. $\frac{6}{2y-2}$

【答案】B

【分析】根据最简分式的定义，逐项分析判断即可求解.

【详解】A、原式 $\frac{x-1}{x-1} = \frac{1}{x+1}$ ，故 A 不是最简分式，不符合题意；

B、 $\frac{x-2}{x^2-2}$ 是最简分式，符合题意；

C、原式 $\frac{1}{2y}$ ，故 C 不是最简分式，不符合题意；

D、原式 $\frac{3}{y-1}$ ，故 D 不是最简分式，不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查最简分式，解题的关键是正确理解最简分式的定义，最简分式定义，一个分式的分子与分母没有非零次的公因式时 (即分子与分母互素) 叫最简分式.

2. (2022 河南平顶山 八年级期末) 下列各分式中，最简分式是 ()

A. $\frac{x}{x^2-3x}$ B. $\frac{x^2-y^2}{x-y^2}$ C. $\frac{y^2-x^2-2xy}{x^2-xy}$ D. $\frac{x^2-y^2}{x^2y-xy^2}$

【答案】D

【分析】判断分式是否是最简分式，看分式的分子分母能否进行因式分解，是否能约分.

【详解】解：A 项可化简为 $\frac{1}{x-3}$ ，故错误；

B 项可化简为 $\frac{x-y}{x-y}$ ，故错误；

C 项可化简为 $\frac{x-y}{x}$ ，故错误；

D 项是最简分式，故正确.

故选 D.

【点睛】此题考查了最简分式，掌握分式在化简时，应先将分子、分母中能够分解因式的部分进行分解因

式是解题的关键.

考点六 分式乘除混合运算

例题：（2022 上海 七年级期末）计算： $\frac{x^2}{y} \cdot \frac{y^2}{x} \cdot \frac{y}{x^4}$

【答案】 $\frac{x^3}{y^4}$

【分析】 先计算乘方，再将除法转换成乘法进行计算.

【详解】 解： $\frac{x^2}{y} \cdot \frac{y^2}{x} \cdot \frac{y}{x^4}$

$$= \frac{x^4}{y^2} \cdot \frac{x^3}{y^6} \cdot \frac{x^4}{y^4}$$

$$= \frac{x^4}{y^2} \cdot \frac{x^3}{y^6} \cdot \frac{y^4}{x^4}$$

$$= \frac{x^3}{y^4}.$$

【点睛】 本题主要考查了负整数指数幂和分式的乘除法，解题关键是熟记其计算法则和运算顺序.

【变式训练】

1. （2022 山东 曹县教学研究室二模）计算： $a^{-1} \cdot \frac{1}{a^{-3}} \cdot \frac{a^{-2}}{3a^{-4}}$.

【答案】 $\frac{a^2}{a^{-2}}$

【分析】 根据分式的混合运算法则即可求解.

【详解】 解： $a^{-1} \cdot \frac{1}{a^{-3}} \cdot \frac{a^{-2}}{3a^{-4}}$

$$\frac{a^{-2}}{a^{-3}} \cdot \frac{1}{a^{-3}} \cdot \frac{a^{-2}}{3a^{-4}}$$

$$\frac{a^{-2+3}}{a^{-3}} \cdot \frac{a^{-3}}{a^{-2}} \cdot \frac{a^{-2}}{a^{-4}}$$

$$\frac{a^1}{a^{-2}} \cdot \frac{a^{-3}}{a^{-2}} \cdot \frac{a^{-2}}{a^{-4}}$$

【点睛】 此题主要考查分式的化简，解题的关键是熟知其运算法则.

考点七 分式乘方

例题：（2021 吉林吉林 八年级期末）计算： $(\frac{2a_2b}{3c})_2 (\frac{2ab}{3c})_3$ _____.

【答案】 $\frac{3ac}{2b}$

【分析】先计算分式的乘方运算，再把除法运算转化为乘法运算，再约分即可得到答案.

【详解】解： $(\frac{2a_2b}{3c})_2 (\frac{2ab}{3c})_3 = \frac{4a_4b_2}{9c_2} \cdot \frac{8a_3b_3}{27c_3}$
 $= \frac{4a_4b_2}{9c_2} \cdot \frac{27c_3}{8a_3b_3} = \frac{3ac}{2b},$

故答案为： $\frac{3ac}{2b}$

【点睛】本题考查的是分式的乘方运算，分式的除法运算，掌握分式的乘方与除法运算的运算法则是解本题的关键.

【变式训练】

1. （2021 湖南常德 八年级期中）计算： $\frac{m_2n}{2x_2y} \cdot \frac{2x_2}{mn} =$ _____.

【答案】 $\frac{2}{yn} \cdot \frac{2}{ny}$

【分析】首先计算乘方，把分子分母分别乘方，然后再计算乘法，即可得答案.

【详解】解：原式= $\frac{m_2n}{2x_2y} \cdot \frac{4x_2}{m_2n_2} \cdot \frac{2}{yn}.$

故答案为： $\frac{2}{yn}.$

【点睛】此题主要考查了分式的乘法，关键是掌握分式的乘法法则：分式乘分式，用分子的积作积的分子，分母的积作积的分母. 分式的乘方法则：把分子、分母分别乘方.

2. （2022 福建省华安县第一中学八年级阶段练习）计算 $(\frac{b_2}{2a})_2 \cdot \frac{6}{b_4}$ 的结果是_____.

【答案】 $\frac{3}{2a_2}$

【分析】直接利用分式的乘方，分式的乘法运算法则化简得出答案..

【详解】解： $\frac{b_2_2}{2a} \cdot \frac{6}{b_4} = \frac{b_4}{4a_2} \cdot \frac{6}{b_4} = \frac{3}{2a_2}$

故答案为： $\frac{3}{2a_2}.$

【点睛】此题主要考查了分式的乘方和分式的乘法运算，正确化简分式是解题关键.

考点八 含乘方的分式乘除混合运算

例题：（2021 全国 八年级课时练习）计算

(1) $\frac{2x^4y^2}{3z}^3$ ；

(2) $\frac{2ab^3}{c^2d}^2 \cdot \frac{6a^4}{b^3} \cdot \frac{3c}{b^2}^3$.

【答案】(1) $\frac{8x_{12}y_6}{27z_3}$ ； (2) $\frac{18b_3}{a_2cd_2}$

【分析】先根据积的乘方运算法则去括号，再利用分式的乘除运算法则化简即可.

【详解】解：(1) 原式= $\frac{8x_{12}y_6}{27z_3}$ ；

(2) 原式= $\frac{4a_2b_6}{c_4d_2} \cdot \frac{b_3}{6a_4} \cdot \frac{27c_3}{b_6}$

= $\frac{18b_3}{a_2cd_2}$.

【点睛】此题主要考查了分式的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

【变式训练】

1.（2021 山东 东营市东营区实验中学八年级阶段练习）计算：

(1) $\frac{y^3}{x}^2 \cdot \frac{x}{y}^3 \cdot \frac{x_2y}{x}^2$

(2) $\frac{x_2}{x}^4 \cdot (x-2) \cdot \frac{1}{x-2}$

【答案】(1) $\frac{y}{x}$

(2) $\frac{1}{x-2}$

【分析】(1) 先计算幂的乘方，然后进行同底数幂的乘法运算即可；

(2) 先因式分解，然后进行乘除运算即可.

(1)

解：原式 $\frac{y^6}{x^2} \cdot \frac{x^3}{y^3} \cdot x_2y^2$

$xy^3 \cdot \frac{1}{x_2y^2}$

$\frac{y}{x}$

(2)

解：原式 $\frac{x^2 \cdot x^2}{x^2} \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1}{x^2}$

$$\frac{1}{x^2}$$

【点睛】 本题考查了幂的乘方，同底数幂的乘法运算，含平方差的分式乘除混合运算．解题的关键在于正确的计算．

2.（2021 全国 八年级课时练习） $\frac{a^2}{b} \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot (2ab)^2$.

【答案】 $\frac{1}{4a^4b^2}$.

【分析】 根据含乘方的分式乘除的混合计算法则进行求解即可．

【详解】 解： $\frac{a^2}{b} \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot (2ab)^2$

$$\frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{b^2}{a^4} \cdot \frac{1}{4a^2b^2}$$

$$\frac{a^2b^2}{4a^6b^4}$$

$$\frac{1}{4a^4b^2} .$$

【点睛】 本题主要考查了含乘方的分式乘除的混合计算，解题的关键在于能够熟练掌握相关计算法则．

课后训练

一、选择题

1.（2021 浙江 温州市第二中学三模）使分式 $\frac{x-3}{x-4}$ 有意义的字母 x 的取值范围是（ ）

- A． $x \neq 0$
- B． $x \neq 3$
- C． $x \neq 4$
- D． $x \neq 3$ 且 $x \neq 4$

【答案】 C

【分析】 根据分式有意义的条件即可作出判断．

【详解】 解：根据题意得 $x-4 \neq 0$ ，则 $x \neq 4$ ．

故选：C．

【点睛】 本题考查分式有意义的条件，熟知分式的分母不能为零是解答的关键．

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/367055065024006163>