第11章 电路的频率响应

本章重点

首 页

●重点

1. 网络函数

2. 串、并联谐振的概念；

返 回

11.1 网络函数

当电路中激励源的频率变化时，电路中的感抗、容抗将跟随频率变化，从而导致电路的工作状态亦跟随频率变化。因此，分析研究电路和系统的频率特性就显得格外重要。

$\boxed{\text{频率特性}}$ $\longrightarrow$

电路和系统的工作状态跟随频率而变化的现象，称为电路和系统的频率特性，又称频率响应。

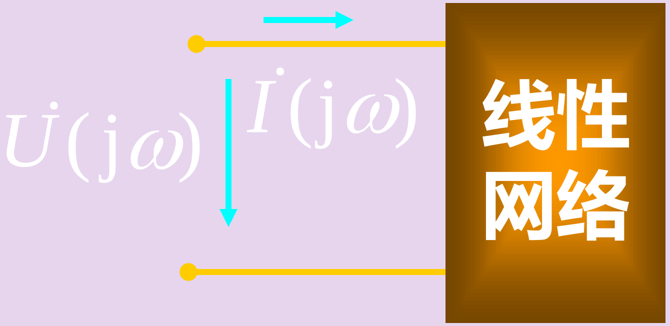
1. 网络函数H（jω）的定义

在线性正弦稳态网络中，当只有一个独立激励源作用时，网络中某一处的响应（电压或电流）与网络输入之比，称为该响应的网络函数。

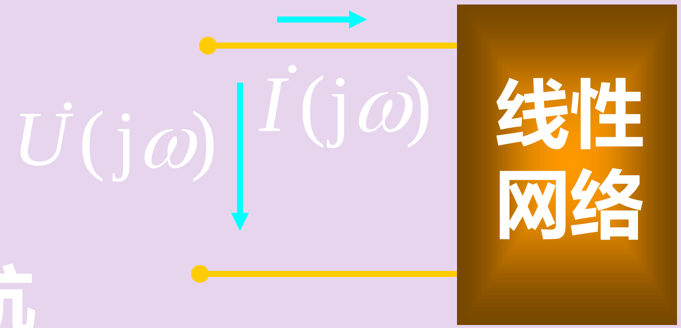
$$H(\mathrm{j}\omega) \overset{\mathrm{def}}{=} \frac{\dot{R}(\mathrm{j}\omega)}{\dot{E}(\mathrm{j}\omega)}$$

2. 网络函数$H(\mathrm{j}\omega)$的物理意义

- **驱动点函数**



激励是电流源，响应是电压

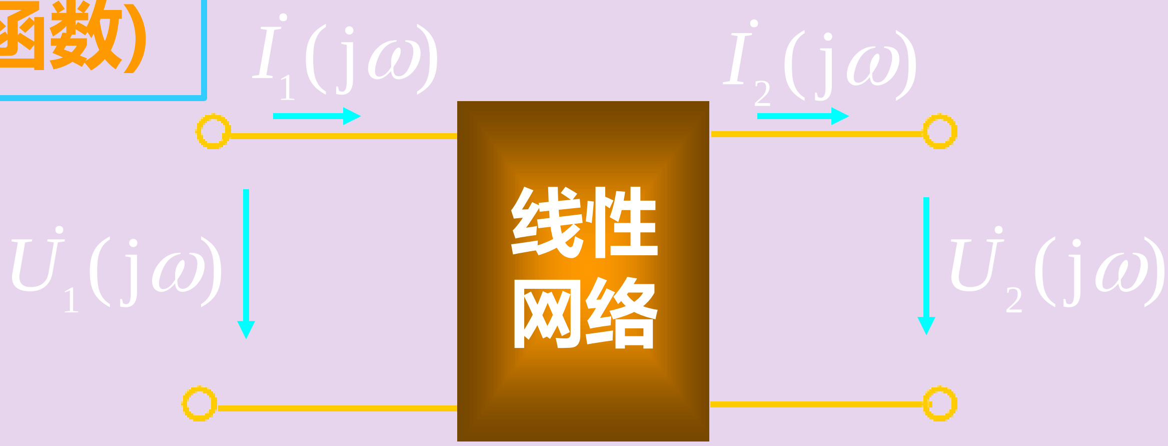


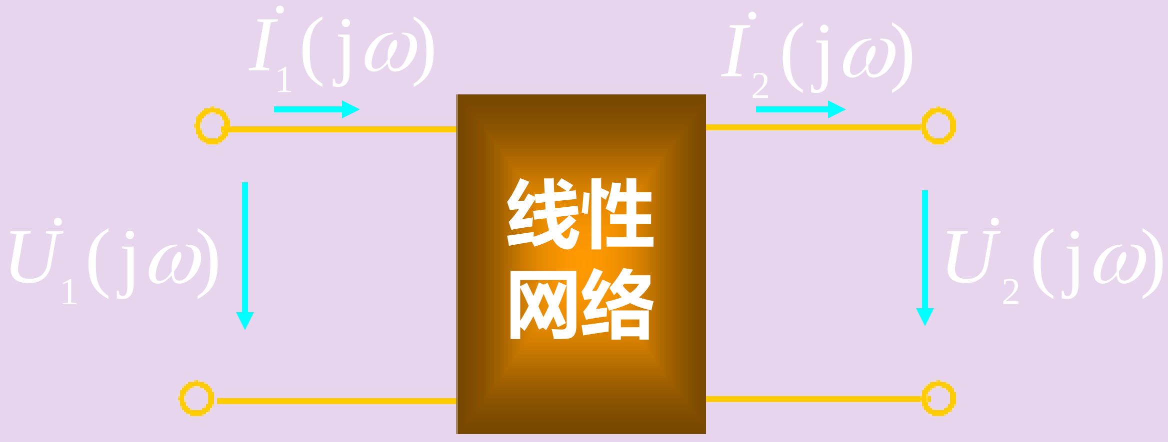
$$H(j\omega)=\frac{\dot U(j\omega)}{\dot I(j\omega)} \longrightarrow \text{策动点阻抗}$$

激励是电压源，响应是电流

$$H(j\omega)=\frac{\dot I(j\omega)}{\dot U(j\omega)} \longrightarrow \text{策动点导纳}$$

- **转移函数(传递函数)**





激励是电压源

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{I}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_1(\mathrm{j}\omega)}$$

转移导纳

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_1(\mathrm{j}\omega)}$$

转移电压比

激励是电流源

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_2(\mathrm{j}\omega)}{\dot{I}_1(\mathrm{j}\omega)}$$

转移阻抗

$$H(\mathrm{j}\omega)=\dot{I}\ ($$

转移电流比

注意

① $H(j\omega)$与网络的结构、参数值有关，与输入、输出变量的类型以及端口对的相互位置有关，与输入、输出幅值无关。因此网络函数是网络性质的一种体现。

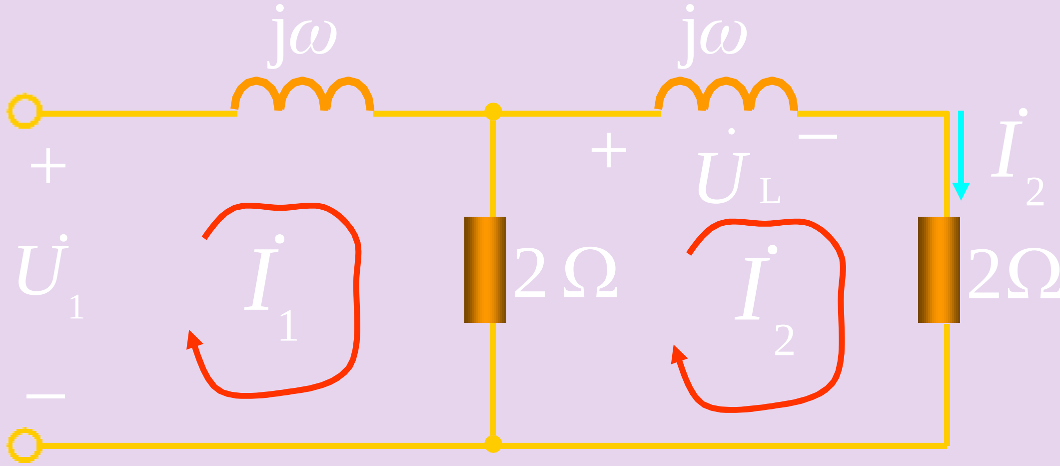
② $H(j\omega)$ 是一个复数，它的频率特性分为两个部分：

幅频特性 → 模与频率的关系 $|H(j\omega)| \sim \omega$

相频特性 → 幅角与频率的关系 $\varphi(j\omega) \sim \omega$

③ 网络函数可以用相量法中任一分析求解方法获得。

例　求图示电路的网络函数 $\dot{I}_2/\dot{U}_S$ 和 $\dot{U}_L/\dot{U}_S$



解 列网孔方程解电流 $\dot{I}$

$$\begin{cases}(2+j\omega)\dot{I}_1-2\dot{I}_2=\dot{U}_S\\-2\dot{I}_1+(4+j\omega)\dot{I}_2=0\end{cases}$$

$$\dot{I}_2=\frac{2\dot{U}_S}{4+(j\omega)^2+j6\omega}$$

转移导纳

$$\dot{I}_2/\dot{U}_S=\frac{2}{4-\omega^2+j6\omega}$$

$$\dot{U}_L/\dot{U}_S=\frac{j2\omega}{4-\omega^2+j6\omega}$$

转移电压比

注意 ①以网络函数中jω的最高次方的次数定义网络函数的阶数。

②由网络函数能求得网络在任意正弦输入时的端口正弦响应，即有

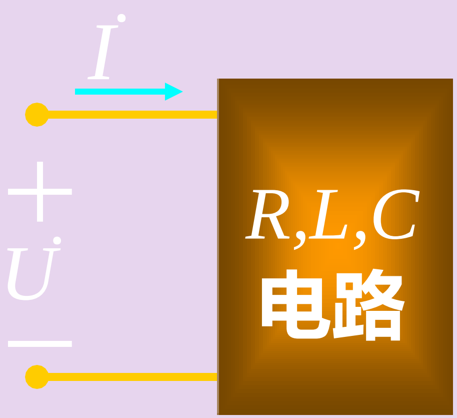
$$H(j\omega)=\frac{\dot{R}(j\omega)}{\dot{E}(j\omega)} \longrightarrow \dot{R}(j\omega)=H(j\omega)\dot{E}(j\omega)$$

11.2 *RLC*串联电路的谐振

谐振是正弦电路在特定条件下产生的一种特殊物理现象。谐振现象在无线电和电工技术中得到广泛应用，研究电路中的谐振现象有重要实际意义。

1. 谐振的定义

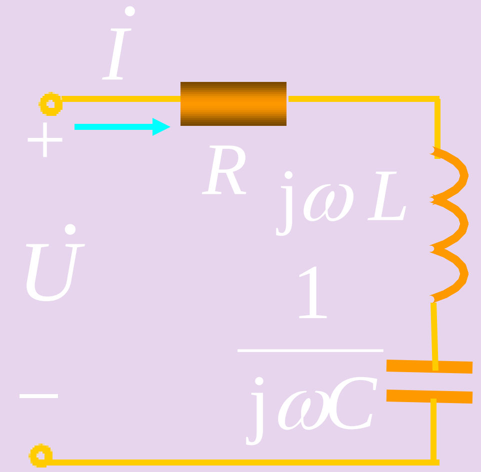
含*R*、*L*、*C*的一端口电路，在特定条件下出现端口电压、电流同相位的现象时，称电路发生了谐振。



$$\frac{\dot U}{\dot I} = Z = R$$

发生谐振

2.串联谐振的条件



$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + \mathrm{j}(X_L + X_C)$$

$$= R + \mathrm{j}X$$

谐振条件

$$\omega_0 = \frac{1}{\quad}$$

谐振角频率

仅与电路参数有关

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

谐振频率

串联电路实现谐振的方式：

(1) L C 不变，改变 ω

ω_0由电路参数决定，一个R L C串联电路只有一个对应的ω_0，当外加电源频率等于谐振频率时，电路发生谐振。

(2)电源频率不变，改变 L 或 C（常改变C）。

3. RLC串联电路谐振时的特点

阻抗的频率特性

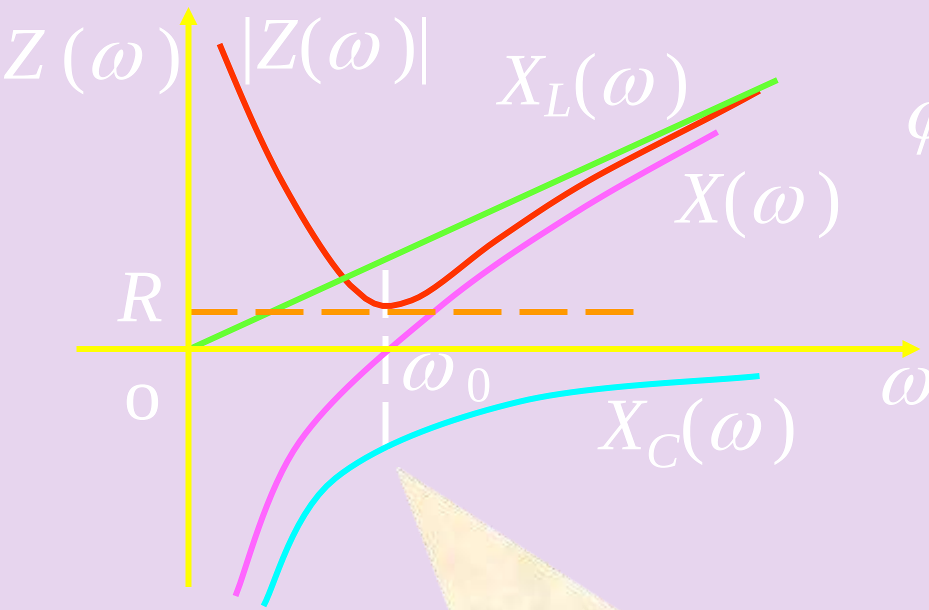
$$Z = R + \mathrm{j}(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = |Z(\omega)| \angle \varphi(\omega)$$

$$|Z(\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

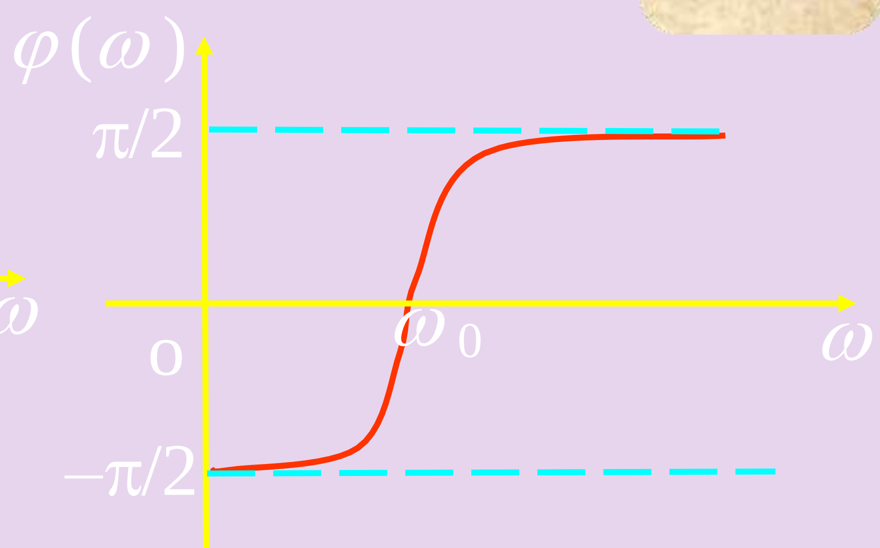
幅频特性

$$\varphi(\omega) = \mathrm{tg}^{-1}\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \mathrm{tg}^{-1}\frac{X_L + X_C}{R} = \mathrm{tg}^{-1}\frac{X}{R}$$

相频特性



Z(jω)频响曲线



$Z(j\omega)$频响曲线表明阻抗特性可分三个区域描述：

容性区

$\omega < \omega_0$

$X(j\omega) < 0$

$\varphi(j\omega) < 0$

$R < |Z(j\omega)|$

$\lim_{\omega\to 0} |Z(j\omega)| = \infty$

电阻性

$\omega = \omega_0$

$X(j\omega) = 0$

$\varphi(j\omega) = 0$

$Z(j\omega_0) = R$

感性区

$\omega > \omega_0$

$X(j\omega) > 0$

$\varphi(j\omega) > 0$

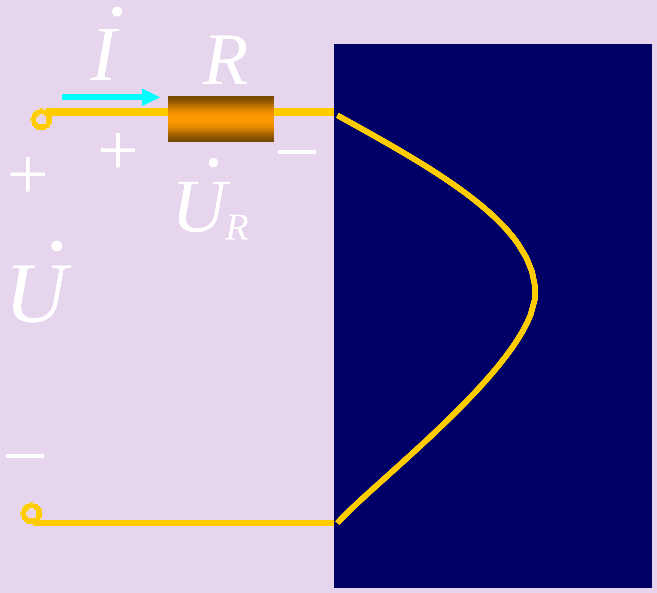
$R < |Z(j\omega)|$

$\lim_{\omega\to 0} |Z(j\omega)| = \infty$

(1). 谐振时$\dot{U}$与$\dot{I}$同相.

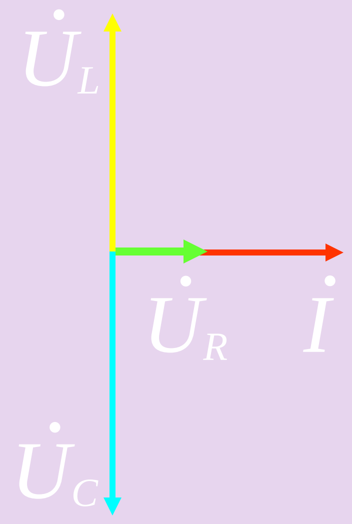
入端阻抗为纯电阻，即$Z=R$，阻抗值$|Z|$最小。

电流I和电阻电压U_R达到最大值 $I_0=U/R$ （U一定）。



$$\dot{U}_L+\dot{U}_C=0$$

$$X=0$$



(2) LC上的电压大小相等，相位相反，串联总电压为零，也称电压谐振，即

$$\dot{U}_L+\dot{U} \quad =$$

电源电压全部加在电阻上，$\dot{U}_R=\dot{U}$

$$\dot{U}_L = \mathrm{j}\omega_0 L\dot{I} = \mathrm{j}\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = \mathrm{j}Q\dot{U}$$

$$\dot{U}_C = -\mathrm{j}\frac{\dot{I}}{\omega_0 C} = -\mathrm{j}\omega_0 L\frac{\dot{U}}{R} = -\mathrm{j}Q\dot{U}$$

$$\left|\dot{U}_L\right| = \left|\dot{U}_C\right| = QU$$

特性阻抗

品质因数

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\rho}{R}$$

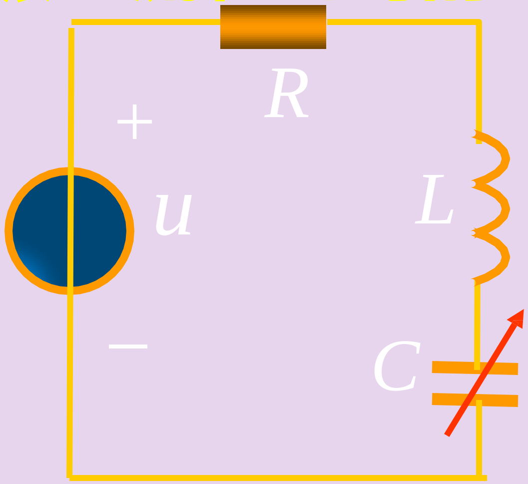
(3) 谐振时出现过电压

当 $\rho = \omega_0 L = 1/(\omega_0 C) >> R$ 时，$Q >> 1$

$U_L = U_C = QU >> U$

例 某收音机输入回路 $L=0.3\text{mH}$，$R=10\Omega$，为收到中央电台560kHz信号，求：(1)调谐电容 C 值；

(2)如输入电压为1.5μV,求谐振电流和此时的电容电压



解

(1) $$C=\frac{1}{(2\pi f)^2 L}=269\text{pF}$$

(2) $$I_0=\frac{U}{R}=\frac{1.5}{10}$$

$$U_C=I_0X_C=158.5\mu\text{V}>>1.5\mu\text{V}$$

or $$U_C=QU=\frac{\omega_0 L}{R}U$$

(4) 谐振时的功率

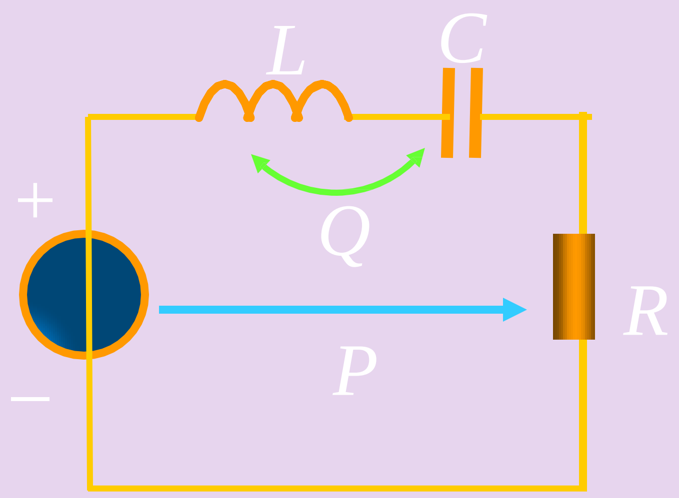
$P=UI\cos\varphi=UI=RI_0^2=U^2/R$,

电源向电路输送电阻消耗的功率，电阻功率达最大。

$$Q=UI\sin\varphi=Q_L+Q_C=0$$

$$Q_L=\omega_0 LI_0^2,\quad Q_C=-\frac{1}{\omega_0 C}I_0^2=-\omega_0 LI_0^2$$

注意 电源不向电路输送无功。电感中的无功与电容中的无功大小相等，互相补偿，彼此进行能量交换。



(5) 谐振时的能量关系

设 $u = U_m \sin \omega_0 t$ 则 $i = \dfrac{U_m}{R} \sin \omega_0 t = I_m \sin \omega_0 t$

$$u_C = \frac{I_m}{\omega_0 C} \sin(\omega_0 t - 90^\circ) = -\sqrt{\frac{L}{C}} I_m \cos \omega_0 t$$

$$w_C = \frac{1}{2} C u_C^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \cos^2 \omega_0 t \rightarrow$$ 电场能量

$$w_L = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} L I_m^2 \sin^2 \omega_0 t \rightarrow$$ 磁场能量

表明

①电感和电容能量按正弦规律变化，最大值相等 $W_{Lm}=W_{Cm}$。L、C的电场能量和磁场能量作周期振荡性的交换，而不与电源进行能量交换。

②总能量是不随时间变化的常量，且等于最大值。

$$W_{总}=W_L+W_C=\frac{1}{2}LI_m^2=\frac{1}{2}CU_{Cm}^2=CQ^2U^2$$

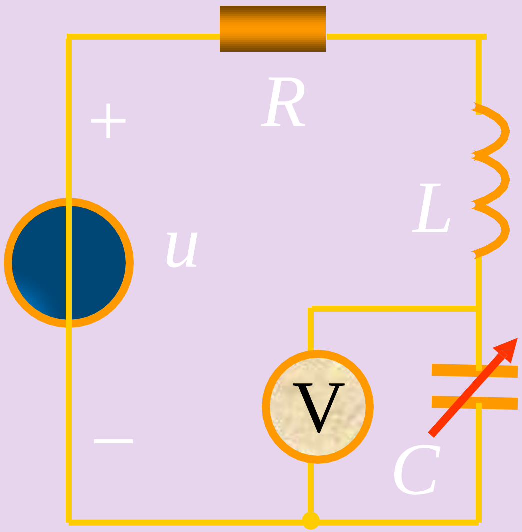
电感、电容储能的总值与品质因数的关系：

$$Q=\frac{\omega_0 L}{R}=\omega_0\cdot\frac{LI_0^2}{RI_0^2}=2\pi\cdot\frac{LI_0^2}{RI_0^2T_0}$$

$$=2\pi\frac{\text{谐振时电路中电磁场的总储能}}{\text{谐振时一周期内电路消耗的能量}}$$

Q是反映谐振回路中电磁振荡程度的量，Q越大，总能量就越大，维持振荡所消耗的能量愈小，振荡程度越剧烈。则振荡电路的“品质”愈好。一般在要求发生谐振的回路中希望尽可能提高Q值。

例



一接收器的电路参数为：U=10V ω=5×10³ rad/s，调C使电路中的电流最大，I_{max}=200mA，测得电容电压为600V，求R、L、C及Q。

解

$$R=\frac{U}{I_0}=\frac{10}{200\times10^{-3}}=50\Omega$$

$$U_C=QU\Rightarrow Q=\frac{U_C}{U}=\frac{600}{10}=60$$

$$L=\frac{RQ}{\omega_0}=\frac{50\times60}{5\times10^3}=60\text{mH}\quad C=\frac{1}{\omega_0^2L}=6.67\mu\text{F}$$

11.3 *RLC*串联电路的频率响应

研究物理量与频率关系的图形（谐振曲线）可以加深对谐振现象的认识。

① $H(\mathrm{j}\omega)=\dot{U}_R(\mathrm{j}\omega)/\dot{U}_S(\mathrm{j}\omega)$ 的频率响应

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{\dot{U}_R(\mathrm{j}\omega)}{\dot{U}_S(\mathrm{j}\omega)}=\frac{R}{\quad}$$

为比较不同谐振回路，令

$$\omega\rightarrow\frac{\omega}{\omega_0}=\eta$$