云南省巧家县第三中学 2024 年数学高三第一学期期末达标测试试题

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。

2．答题时请按要求用笔。

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。

5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．1777 年，法国科学家蒲丰在宴请客人时，在地上铺了一张白纸，上面画着一条条等距离的平行线，而他给每个客人发许多等质量的，长度等于相邻两平行线距离的一半的针，让他们随意投放.事后，蒲丰对针落地的位置进行统计，发现共投针 2212 枚，与直线相交的有 704 枚.根据这次统计数据，若客人随意向这张白纸上投放一根这样的针，则针落地后与直线相交的概率约为（　　）

A．$\dfrac{1}{2\pi}$　　B．$\dfrac{3}{\pi}$　　C．$\dfrac{2}{\pi}$　　D．$\dfrac{1}{\pi}$

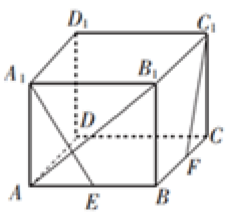
2．等比数列$\left\{a_n\right\}$的各项均为正数，且$a_3a_8+a_4a_7=18$，则$\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=$(　　)

A．12　　B．10　　C．8　　D．$2+\log_3 5$

3．若复数z满足$\mathrm{i}z-2=\mathrm{i}$，则$|z|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

4．如图，在正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=\sqrt{2}AA_1$，E，F分别为AB，BC的中点，异面直线AB_1与C_1F所成角的余弦值为m，则(　　)



A．直线A_1E与直线C_1F异面，且$m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　B．直线A_1E与直线C_1F共面，且$m=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

C．直线A_1E与直线C_1F异面，且$m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　D．直线A_1E与直线C_1F共面，且$m=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

5．已知A,B是球O的球面上两点,$\angle AOB=90^{\circ}$,C为该球面上的动点.若三棱锥$O-ABC$体积的最大值为 36,则球O的表面积为（ ）

A．36π　　B．64π　　C．144π　　D．256π

6．在边长为 1 的等边三角形 ABC 中，点 E 是 AC 中点，点 F 是 BE 中点，则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）

A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{5}{8}$　　D．$\frac{3}{8}$

7．已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则（　　）

A．$f(-3)<f\left(-\log_3 13\right)<f\left(2^{0.6}\right)$　　B．$f(-3)<f\left(2^{0.6}\right)<f\left(-\log_3 13\right)$

C．$f\left(2^{0.6}\right)<f\left(-\log_3 13\right)<f(-3)$　　D．$f\left(2^{0.6}\right)<f(-3)<f\left(-\log_3 13\right)$

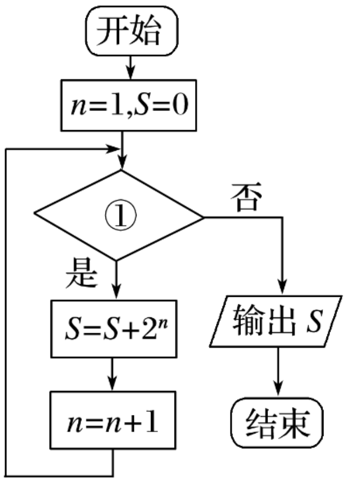
8．已知直线 $y=k(x+1)(k>0)$与抛物线 C: $y^2=4x$ 相交于 A，B 两点，F 为 C 的焦点，若$|FA|=2|FB|$，则$|FA|=$（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

9．在 ΔABC 中，$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD},\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}$，则 $\lambda+\mu=$ （　）

A．$-\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

10．如图所示的程序框图输出的 S 是 126，则①应为（　）



A．$n\le 5?$　　B．$n\le 6?$　　C．$n\le 7?$　　D．$n\le 8?$

11．已知集合 $A=\{-1,0,1,2\}$，$B=\{x\mid y=\lg(1-x)\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{2\}$　　B．$\{-1,0\}$　　C．$\{-1\}$　　D．$\{-1,0,1\}$

12．一个正三角形的三个顶点都在双曲线 $x^2+ay^2=1$ 的右支上，且其中一个顶点在双曲线的右顶点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(3,+\infty)$　　B．$(\sqrt{3},+\infty)$　　C．$(-\infty,-\sqrt{3})$　　D．$(-\infty,-3)$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．给出以下式子：

①**tan25°+tan35°**$+\sqrt{3}$ **tan25°tan35°；**

②**2(sin35°cos25°+cos35°cos65°)；**

③$\dfrac{1+tan15°}{1-tan15°}$

其中，结果为$\sqrt{3}$的式子的序号是_____.

14．已知△ABC 得三边长成公比为$\sqrt{2}$的等比数列，则其最大角的余弦值为_____.

15．设全集$U=\mathbf{R}$，$A=\{x\,|-3<x\le 1,x\in Z\}$，$B=\left\{x\,|\,x^2-x-2\ge 0,x\in R\right\}$，则$A\cap \complement_U B=$______.

16．已知函数$f\left(x\right)=x^2-4x-4$.若$f\left(x\right)<1$在区间$\left(m-1,-2m\right)$上恒成立.则实数m的取值范围是__________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知$f(x)=2\ln(x+2)-(x+1)^2$，$g(x)=k(x+1)$.

（1）求$f(x)$的单调区间；

（2）当$k=2$时，求证：对于$\forall x>-1$，$f(x)<g(x)$恒成立；

（3）若存在$x_0>-1$，使得当$x\in(-1,x_0)$时，恒有$f(x)>g(x)$成立，试求k的取值范围.

18.（12 分）已知$\left\{a_n\right\}$为各项均为整数的等差数列，S_n为$\left\{a_n\right\}$的前n项和，若a_3为$\dfrac{1}{3}a_2$和a_{13}的等比中项，$S_7=49$.

（1）求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

（2）若$T_n=\dfrac{2}{a_1a_2}+\dfrac{2}{a_2a_3}+\dfrac{2}{a_3+a_4}+\ldots+\dfrac{2}{a_na_{n+1}}$，求最大的正整数$n$，使得$T_n<\dfrac{2018}{2019}$.

19.（12 分）已知函数$f\left(x\right)=x^2+ax-a\ln x$，$a\in R$

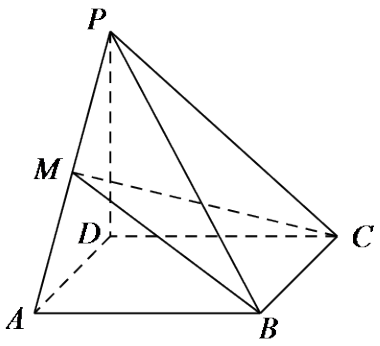
（1）若$a=1$，求$f\left(x\right)$的单调区间和极值；

（2）设$g\left(x\right)=f\left(x\right)+\left(a+2\right)\ln x-\left(a+2b-2\right)x$，且$g\left(x\right)$有两个极值点$x_1$，$x_2\left(x_1<x_2\right)$，若$b\ge 1+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，求$g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)$的最小值.

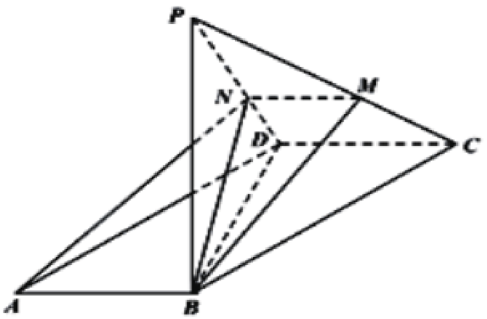
20.（12 分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是矩形，M是PA的中点，$PD\perp$平面$ABCD$，且$PD=CD=4$，$AD=2$.

（1）求AP与平面CMB所成角的正弦.

（2）求二面角$M-CB-P$的余弦值.



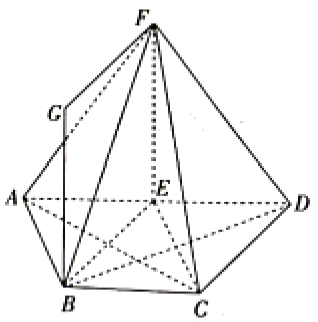
21．（12 分）如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，$AD=2AB$，$\angle A=60^\circ$，现沿对角线 BD 将 ΔABD 折起，使点 **A** 到达点 **P**，点 **M**，**N** 分别在直线 PC，PD 上，且 **A**，**B**，**M**，**N** 四点共面.



（1）求证：$MN\perp BD$；

（2）若平面 $PBD\perp$ 平面 BCD，二面角 $M-AB-D$ 平面角大小为 30°，求直线 PC 与平面 BMN 所成角的正弦值.

22．（10 分）如图，底面 $ABCD$ 是等腰梯形，$AD//BC, AD=2AB=2BC=4$，点 E 为 AD 的中点，以 BE 为边作正方形 $BEFG$，且平面 $BEFG\perp$ 平面 $ABCD$.



（1）证明：平面 $ACF\perp$ 平面 $BEFG$.

（2）求二面角 $A-BF-D$ 的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【解析】

根据统计数据，求出频率，用以估计概率.

【详解】

$\dfrac{704}{2212} \approx \dfrac{1}{\pi}$.

故选:**D.**

【点睛】

本题以数学文化为背景，考查利用频率估计概率，属于基础题.

2、**B**

【解析】

由等比数列的性质求得 a_1a_{10}，再由对数运算法则可得结论.

【详解】

∵数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，∴ $a_3a_8 + a_4a_7 = 2a_1a_{10} = 18$， $a_1a_{10} = 9$，

∴ $\log_3 a_1 + \log_3 a_2 + \cdots + \log_3 a_{10} = \log_3(a_1a_2 \cdots a_{10}) = \log_3(a_1a_{10})^5 = 5\log_3 9 = 10$.

故选：**B.**

【点睛】

本题考查等比数列的性质，考查对数的运算法则，掌握等比数列的性质是解题关键.

3、**D**

【解析】

把已知等式变形，利用复数代数形式的乘除运算化简，再由复数模的计算公式计算.

【详解】

解：由题意知，$\mathrm{i}z = 2 + \mathrm{i}$，

$\therefore z = \dfrac{2+i}{i} = \dfrac{(2+i)i}{i^2} = \dfrac{-1+2i}{-1} = 1 - 2i$，

∴ $|z| = |1 - 2\mathrm{i}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$，

故选：**D.**

【点睛】

本题考查复数代数形式的乘除运算，考查复数模的求法.

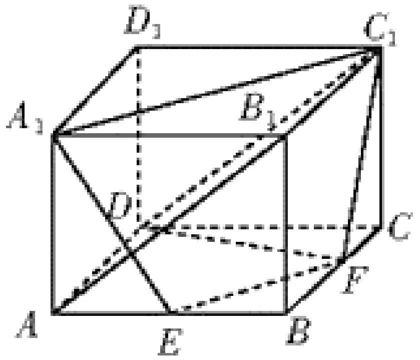
4、**B**

【解析】

连接 EF，A_1C_1，C_1D，DF，由正四棱柱的特征可知 $EF // A_1C_1$，再由平面的基本性质可知，直线 A_1E 与直线 C_1F 共面.，同理易得 $AB_1 // C_1D$，由异面直线所成的角的定义可知，异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角为 $\angle DC_1F$，然后再利用余弦定理求解.

【详解】

如图所示：



连接 EF，A_1C_1，C_1D，DF，由正方体的特征得 $EF // A_1C_1$，

所以直线 A_1E 与直线 C_1F 共面.

由正四棱柱的特征得 $AB_1 // C_1D$，

所以异面直线 AB_1 与 C_1F 所成角为 $\angle DC_1F$.

设 $AA_1=\sqrt{2}$，则 $AB=\sqrt{2}AA_1=2$，则 $DF=\sqrt{5}$，$C_1F=\sqrt{3}$，$C_1D=\sqrt{6}$，

由余弦定理，得 $m=\cos\angle DC_1F=\dfrac{3+6-5}{2\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

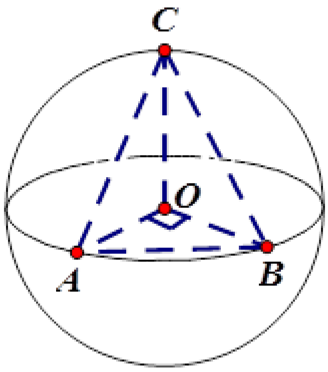
故选：**B**

【点睛】

本题主要考查异面直线的定义及所成的角和平面的基本性质，还考查了推理论证和运算求解的能力，属于中档题.

5、**C**

【解析】



如图所示，当点 C 位于垂直于面 AOB 的直径端点时，三棱锥 $O-ABC$ 的体积最大，设球 O 的半径为 R，此时 $V_{O-ABC}=V_{C-AOB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}R^2\times R=\frac{1}{6}R^3=36$，故 $R=6$，则球 O 的表面积为 $S=4\pi R^2=144\pi$，故选 C.

考点：外接球表面积和椎体的体积.

6、C

【解析】

根据平面向量基本定理，用 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ 来表示 $\overrightarrow{AF}$，然后利用数量积公式，简单计算，可得结果.

【详解】

由题可知：点 E 是 AC 中点，点 F 是 BE 中点

$\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}\right)$，$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

所以 $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

又 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\angle A=1\times1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

所以 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{AB}$

则 $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{5}{8}$

故选：C

【点睛】

本题考查平面向量基本定理以及数量积公式，掌握公式，细心观察，属基础题.

7、C

【解析】

根据题意，由函数的奇偶性可得 $f(-3)=f(3)$，$f(-\log_3 13)=f(\log_3 13)$，又由 $2^{0.6}<2<\log_3 13<\log_3 27=3$，

结合函数的单调性分析可得答案.

【详解】

根据题意，函数 $f\left(x\right)$ 是定义在 R 上的偶函数，则 $f\left(-3\right)=f\left(3\right)$，$f\left(-\log_3 13\right)=f\left(\log_3 13\right)$，

有 $2^{0.6}<2<\log_3 13<\log_3 27=3$，

又由 $f\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上单调递增，则有 $f\left(2^{0.6}\right)<f\left(-\log_3 13\right)<f\left(-3\right)$，故选 **C.**

【点睛】

本题主要考查函数的奇偶性与单调性的综合应用，注意函数奇偶性的应用，属于基础题.

8、**C**

【解析】

方法一：设 $P(-1,0)$，利用抛物线的定义判断出 B 是 AP 的中点，结合等腰三角形的性质求得 B 点的横坐标，根据抛物线的定义求得 $|FB|$，进而求得 $\left|FA\right|$.

方法二：设出 A,B 两点的横坐标 x_A,x_B，由抛物线的定义，结合 $|FA|=2|FB|$ 求得 x_A,x_B 的关系式，联立直线 $y=k\left(x+1\right)$ 的方程和抛物线方程，写出韦达定理，由此求得 x_A，进而求得 $\left|FA\right|$.

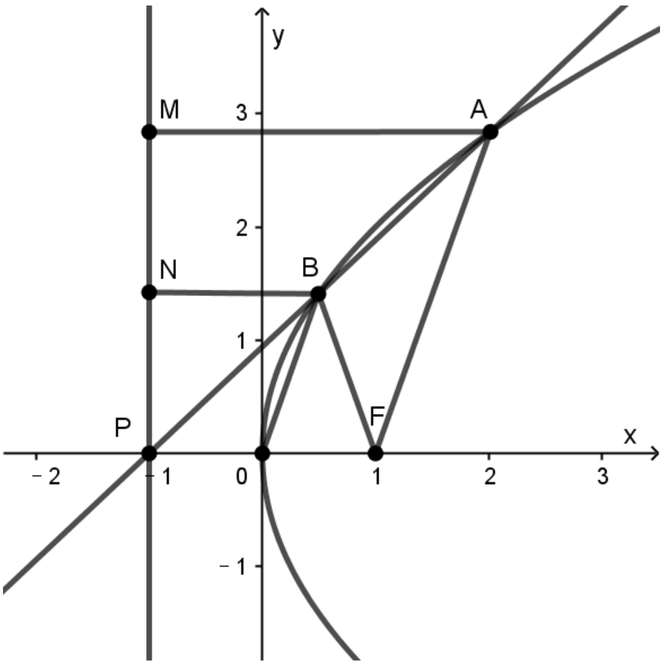
【详解】

方法一：由题意得抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为 $l:x=-1$，直线 $y=k(x+1)$ 恒过定点 $P(-1,0)$，过 A,B 分别作 $AM\perp l$ 于 M，$BN\perp l$ 于 N，连接 OB，由 $|FA|=2|FB|$，则 $|AM|=2|BN|$，所以点 B 为 AP 的中点，又点 O 是 PF 的中点，

则 $|OB|=\dfrac{1}{2}|AF|$，所以 $|OB|=|BF|$，又 $|OF|=1$

所以由等腰三角形三线合一得点 B 的横坐标为 $\dfrac{1}{2}$，

所以 $|FB|=1+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$，所以 $|FA|=2|FB|=3$.



方法二：抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为 $l:x=-1$，直线 $y=k(x+1)$

由题意设 A,B 两点横坐标分别为 $x_A,x_B(x_A,x_B>0)$，

则由抛物线定义得 $|FA|=x_A+1,|FB|=x_B+1$

又 $|FA|=2|FB|$，$\therefore x_A+1=2(x_B+1)\Rightarrow x_A=2x_B+1$ ①

$\begin{cases}y^2=4x\\ y=k(x+1)\end{cases}\Rightarrow k^2x^2+(2k^2-4)x+k^2=0\Rightarrow x_A\cdot x_B=1$ ②

由①②得 $x_A^2-x_A-2=0,\quad \therefore x_A=2,|FA|=x_A+1=3$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查抛物线的定义，考查直线和抛物线的位置关系，属于中档题.

9、**A**

【解析】

先根据 $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD}$ 得到 P 为 ΔABC 的重心，从而 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，故可得 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，利用 $\overrightarrow{BP}=\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AB}$ 可得 $\overrightarrow{BP}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$，故可计算 $\lambda+\mu$ 的值.

【详解】

因为 $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC},\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PD}$，所以 P 为 ΔABC 的重心，

所以 $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC},\therefore\frac{3}{2}\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，