

# 专题 06 空间几何体

## 目录

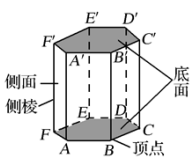
|                      |    |
|----------------------|----|
| 明晰学考要求.....          | 1  |
| 基础知识梳理.....          | 1  |
| 考点精讲讲练基础知识梳理.....    | 4  |
| 考点一：空间几何体的结构特征 ..... | 4  |
| 考点二：空间几何体的表面积 .....  | 8  |
| 考点三：空间几何体的体积 .....   | 11 |
| 考点四：球的表面积与体积 .....   | 15 |
| 实战能力训练.....          | 17 |

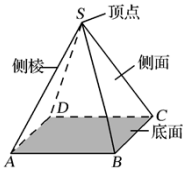
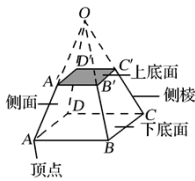
### 明晰学考要求 01

- 1、了解多面体和旋转体的结构特征；
- 2、知道棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积的计算公式；
- 3、知道圆柱、圆锥、圆台的表面积和体积的计算公式；
- 4、知道球的表面积和体积的计算公式；
- 5、了解斜二测画法画简单空间图形的直观图。

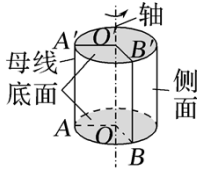
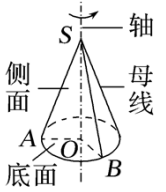
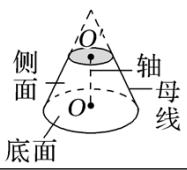
### 基础知识梳理 02

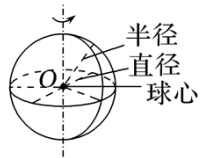
#### 1、棱柱、棱锥、棱台的结构特征

|    |                                                       |                                                                                                                    |                                                                                                                       |
|----|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 棱柱 | 有两个面互相平行，其余各面都是四边形，并且相邻两个四边形的公共边都互相平行，由这些面所围成的多面体叫做棱柱 | <br>记作：棱柱 $ABCDEF-A'B'C'D'E'F'$ | 底面(底)：两个互相平行的面<br>侧面：其余各面<br>侧棱：相邻侧面的公共边<br>顶点：侧面与底面的公共顶点<br><br>直棱柱：侧棱垂直于底面的棱柱<br>斜棱柱：侧棱不垂直于底面的棱柱<br>正棱柱：底面是正多边形的直棱柱 |
|----|-------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|    |                                            |                                                                                                                           |                                                                         |                                  |
|----|--------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|
| 棱锥 | 有一个面是多边形，其余各面都是有一个公共顶点的三角形，由这些面所围成的多面体叫做棱锥 |  <p>记作：棱锥 <math>S-ABCD</math></p>        | 底面(底)：多边形面<br>侧面：有公共顶点的各个三角形面<br>侧棱：相邻侧面的公共边<br>顶点：各侧面的公共顶点             | 正棱锥：底面是正多边形，并且顶点与底面中心的连线垂直于底面的棱锥 |
| 棱台 | 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥，底面和截面之间的那部分多面体叫做棱台       |  <p>记作：棱台 <math>ABCD-A'B'C'D'</math></p> | 上底面：原棱锥的截面<br>下底面：原棱锥的底面<br>侧面：其余各面<br>侧棱：相邻侧面的公共边<br>顶点：侧面与上(下)底面的公共顶点 |                                  |

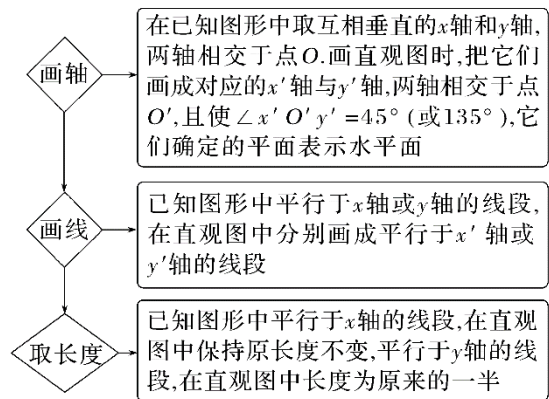
## 2、圆柱、圆锥、圆台的结构特征

| 旋转体 | 结构特征                                                                                                                   | 图形                                                                                   | 表示                              |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| 圆柱  | 以矩形的一边所在直线为旋转轴，其余三边旋转一周形成的面所围成的旋转体叫做圆柱. 旋转轴叫做圆柱的轴；垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面；平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面；无论旋转到什么位置，平行于轴的边都叫做圆柱侧面的母线 |  | 圆柱用表示它的轴的字母表示，如图中的圆柱记作圆柱 $O'O$  |
| 圆锥  | 以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴，其余两边旋转一周形成的面所围成的旋转体叫做圆锥                                                                           |   | 圆锥也用表示它的轴的字母表示，如图中的圆锥记作圆锥 $SO$  |
| 圆台  | 用平行于圆锥底面的平面去截圆锥，底面与截面之间的部分叫做圆台                                                                                         |  | 圆台也用表示它的轴的字母表示，如图中的圆台记作圆台 $O'O$ |

|   |                                                                                                          |                                                                                    |                           |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| 球 | 半圆以它的直径所在直线为旋转轴，旋转一周形成的曲面叫做球面，球面所围成的旋转体叫做球体，简称球.半圆的圆心叫做球的球心，连接球心和球面上任意一点的线段叫做球的半径；连接球面上两点并且经过球心的线段叫做球的直径 |  | 球常用表示球心的字母来表示，左图可表示为球 $O$ |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|

### 3、直观图

用斜二测画法画水平放置的平面图形的直观图的步骤



### 4、棱柱、棱锥、棱台的表面积

(1)多面体的表面积就是围成多面体各个面的面积的和.

(2)棱柱、棱锥、棱台的表面积就是围成它们的各个面的面积的和.

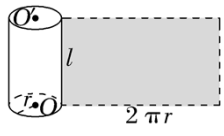
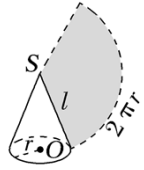
### 5、棱柱、棱锥、棱台的体积

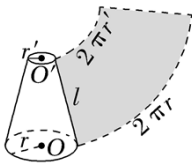
(1)棱柱：棱柱的底面面积为  $S$ ，高为  $h$ ，则  $V=Sh$ .

(2)棱锥：棱锥的底面面积为  $S$ ，高为  $h$ ，则  $V=\frac{1}{3}Sh$ .

(3)棱台：棱台的上、下底面面积分别为  $S'$ ， $S$ ，高为  $h$ ，则  $V=\frac{1}{3}(S'+\sqrt{S'S}+S)h$ .

### 5、圆柱、圆锥、圆台的表面积

|    |                                                                                     |                                                                                           |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| 圆柱 |  | 底面积： $S_{\text{底}}=\pi r^2$<br>侧面积： $S_{\text{侧}}=2\pi r l$<br>表面积： $S=2\pi r l+2\pi r^2$ |
| 圆锥 |  | 底面积： $S_{\text{底}}=\pi r^2$<br>侧面积： $S_{\text{侧}}=\pi r l$<br>表面积： $S=\pi r l+\pi r^2$    |

|    |                                                                                   |                                                                                                                                                       |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 圆台 |  | 上底面面积: $S_{\text{上底}} = \pi r'^2$<br>下底面面积: $S_{\text{下底}} = \pi r^2$<br>侧面积: $S_{\text{侧}} = \pi l(r + r')$<br>表面积: $S = \pi(r'^2 + r^2 + r'l + rl)$ |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 6、圆柱、圆锥、圆台的体积

$V_{\text{圆柱}} = \pi r^2 h$  ( $r$  是底面半径,  $h$  是高),

$V_{\text{圆锥}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$  ( $r$  是底面半径,  $h$  是高),

$V_{\text{圆台}} = \frac{1}{3} \pi h (r^2 + r'r + r'^2)$  ( $r'$ 、 $r$  分别是上、下底面半径,  $h$  是高).

## 7、球的表面积与体积公式

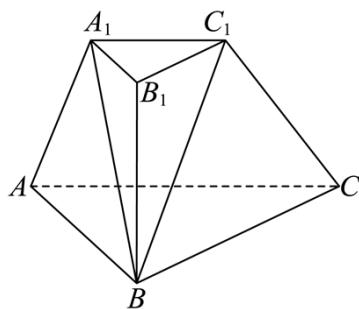
|                 |                                             |
|-----------------|---------------------------------------------|
| 前提条件            | 球的半径为 $R$                                   |
| 球的表面积公式         | $S_{\text{球}} = 4\pi R^2$                   |
| 球的体积公式          | $V_{\text{球}} = \frac{4}{3} \pi R^3$        |
| 球的表面积公式与体积公式的联系 | $V_{\text{球}} = \frac{1}{3} S_{\text{球}} R$ |

## 考点精讲精练 03

### 考点一：空间几何体的结构特征

#### 【典型例题】

例题 1. (2023 高三上·江苏徐州·学业考试) 如图所示, 在三棱台  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 沿平面  $A_1C_1B$  截去三棱锥  $B_1 - A_1C_1B$ , 则剩余的部分是 ( )



A. 三棱锥 B. 四棱锥 C. 三棱柱 D. 四棱柱 【答案】B

【分析】根据锥体、柱体、台体等知识确定正确答案.

【详解】截去三棱锥  $B_1 - A_1C_1B$ ，则剩余的部分  $B - ACC_1A_1$  是四棱锥.

故选：B

例题 2. （2024 年江苏省扬州市学业水平考试数学模拟）已知圆锥的母线长为  $2\sqrt{2}$ ，其侧面展开图为一个半圆，则该圆锥的底面半径为（ ）

A.  $\sqrt{2}$  B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  C.  $\sqrt{3}$  D.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】A

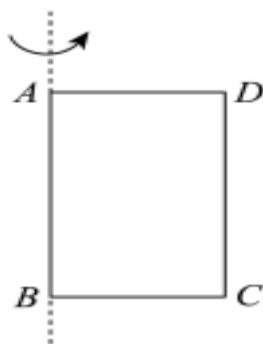
【分析】利用圆锥底面周长即为侧面展开图半圆的弧长，圆锥的母线长即为侧面展开图半圆的半径，列出方程，求解即可.

【详解】设圆锥的母线长为  $l$ ，底面半径为  $r$ ，

则  $\pi l = 2\pi r$ ，所以  $l = 2r$ ，所以  $r = \frac{l}{2} = \sqrt{2}$ .

故选：A.

例题 3. 如图、以矩形  $ABCD$  的边  $AB$  所在直线为轴，其余三边旋转一周形成的面所围成的几何体是（ ）



A. 圆锥 B. 圆台 C. 圆柱 D. 球

【答案】C

【分析】根据圆柱的形成即可得到答案.

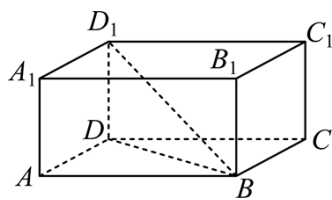
【详解】以矩形  $ABCD$  的边  $AB$  所在直线为轴，

其余三边旋转一周形成的面所围成的几何体是圆柱.

故选：C.

### 【即时演练】

1.如图，在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $AB = AD = 4$ ， $AA_1 = 2$ ，则  $BD_1 =$ （ ）



A. 6

B. 7

C. 10

D. 11

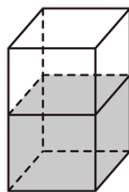
【答案】A

【分析】利用勾股定理计算即可

【详解】 $BD_1 = \sqrt{BD^2 + D_1D^2} = \sqrt{AD^2 + AB^2 + D_1D^2} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 6$

故选：A

2. 如图，将装有水的长方体水槽固定底面一边后倾斜一个小角度，则倾斜后水槽中的水形成的几何体是（ ）



A. 棱柱

B. 棱台

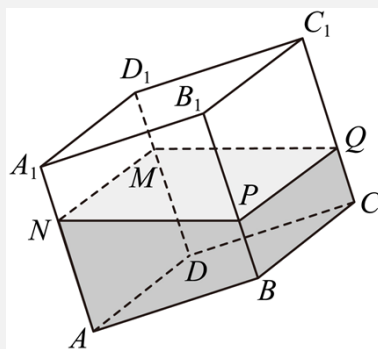
C. 棱柱与棱锥的合体

D. 不能确定

【答案】A

【分析】根据棱柱的定义进行判断

【详解】如图.



$\because$  平面  $AA_1D_1D \parallel$  平面  $BB_1C_1C$ ,

$\therefore$  有水的部分始终有两个平面平行，而其余各面都易证是平行四边形(水面与两平行平面的交线)，因此呈棱柱形状.

故选：A

3. 有一个多面体，共由四个面围成，每一个面都是三角形，则这个几何体为（ ） A. 四棱柱

B. 四棱锥

C. 三棱柱

D. 三棱锥

【答案】D

【分析】由柱体和锥体的性质即可得出答案.

【详解】四个面都是三角形的几何体只能是三棱锥.

故选: D.

4. 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PO \perp$  平面  $ABC$ , 垂足为  $O$ , 且  $PA=PB=PC$ , 则点  $O$  一定是  $\triangle ABC$  的 ( )

A. 内心

B. 外心

C. 重心

D. 垂心

【答案】B

【分析】根据题意, 结合勾股定理, 求得  $OA=OB=OC$ , 即可求得答案.

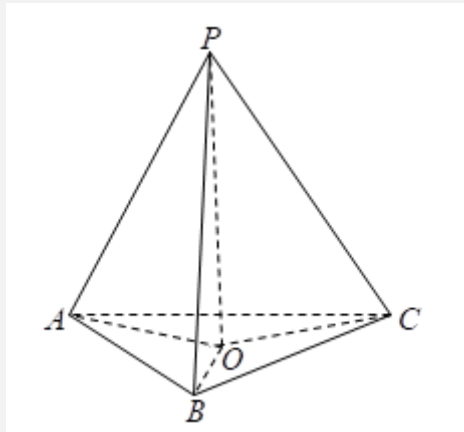
【详解】如图所示, 分别连接  $OA, OB, OC$ ,

因为  $PO \perp$  平面  $ABC$ , 可得  $PO \perp OA, PO \perp OB, PO \perp OC$

又因为  $PA=PB=PC$ , 利用勾股定理, 可得  $OA=OB=OC$ ,

所以点  $O$  一定是  $\triangle ABC$  的外心.

故选: B.



## 考点二: 空间几何体的表面积

### 【典型例题】

例题 1. (2023 高三·江苏·学业考试) 若圆柱的上、下底面的圆周都在一个半径为 2 的球面上, 则该圆柱侧面积的最大值为 ( )

A.  $4\pi$  B.  $8\pi$  C.  $12\pi$  D.  $16\pi$  【答案】B

【分析】设底面圆半径为 $r$ ，则圆柱的高为 $2\sqrt{4-r^2}$ ，圆柱侧面积为 $S=4\pi r\sqrt{4-r^2}$ ，利用均值等式计算得到答案.

【详解】设底面圆半径为 $r$ ，则圆柱的高为 $2\sqrt{4-r^2}$ ，

圆柱侧面积为 $S=2\pi r \cdot 2\sqrt{4-r^2}=4\pi r\sqrt{4-r^2} \leq 4\pi \times \frac{r^2+4-r^2}{2}=8\pi$ ，

当且仅当 $r=\sqrt{4-r^2}$ ，即 $r=\sqrt{2}$ 时等号成立.

故选：B.

例题 2. 已知圆锥的底面半径为 1，母线与底面所成的角是  $60^\circ$ ，则该圆锥的侧面积是（ ）

- A.  $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$       B.  $2\pi$       C.  $\frac{2\pi}{3}$       D.  $\pi$

【答案】B

【分析】根据给定条件，求出圆锥的母线长，再利用圆锥的侧面积公式计算即得.

【详解】由圆锥的母线与底面所成的角是  $60^\circ$ ，得圆锥轴截面等腰三角形且底角为  $60^\circ$ ，

所以圆锥轴截面等腰三角形是正三角形，因此圆锥母线长为 2，

所以该圆锥的侧面积是  $\pi \times 1 \times 2 = 2\pi$ .

故选：B

例题 3. （2023 高三上·江苏徐州·学业考试）如图 1 是一栋度假别墅，它的屋顶可近似看作一个多面体，

图 2 是该屋顶的结构示意图，其中四边形  $ABFE$  和四边形  $DCFE$  是两个全等的等腰梯形，

$AB \parallel CD \parallel EF$ ,  $\triangle EAD$  和  $\triangle FBC$  是两个全等的正三角形. 已知该多面体的棱  $BF$  与平面  $ABCD$  成的角  $45^\circ$ ，

$AB=20, BC=8$ ，则该屋顶的侧面积为（ ）



图1

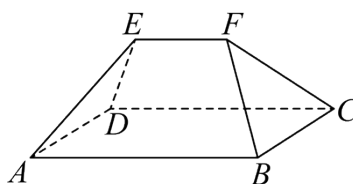


图2

- A. 80      B.  $80\sqrt{3}$       C. 160      D.  $160\sqrt{3}$

【答案】D

【分析】先求两个等腰梯形的高，进而计算出屋顶的侧面积.

【详解】设  $G, H$  分别是  $BC, AD$  的中点，连接  $HG$ ，根据对称性可知，

$F$  在平面  $ABCD$  的射影在  $HG$  上，设其为  $O$ ，连接  $FO, OB$ ，则  $FO \perp$  平面  $ABCD$ ，而  $OB \subset$  平面  $ABCD$ ，所以  $OF \perp OB$ ，

所以  $\angle FBO$  是  $BF$  与平面  $ABCD$  成的角, 即  $\angle FBO = 45^\circ$ ,

$$\text{所以 } FO = OB = 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2},$$

过  $O$  作  $OP \perp AB$ , 垂足为  $P$ , 连接  $FP$ ,

由于  $OP, AB \subset$  平面  $ABCD$ , 所以  $FO \perp OP, FO \perp AB$ ,

由于  $FO \cap OP = O, FO, OP \subset$  平面  $FOP$ , 所以  $AB \perp$  平面  $FOP$ ,

由于  $FP \subset$  平面  $FOP$ , 所以  $AB \perp FP$ ,

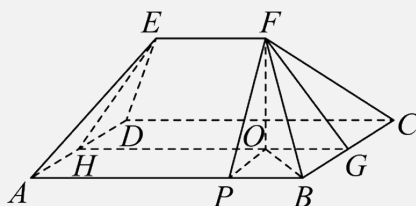
$$OP = \frac{1}{2}BC = 4, \text{ 所以 } FP = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = 4\sqrt{3},$$

$$\text{所以 } BP = \sqrt{8^2 - (4\sqrt{3})^2} = 4, \text{ 所以 } EF = 20 - 4 \times 2 = 12,$$

所以该屋顶的侧面积为:

$$2 \times \left( \frac{12+20}{2} \times 4\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 60^\circ \right) = 160\sqrt{3}.$$

故选: D



### 【即时演练】

1. 已知棱长为 2, 各面均为等边三角形的四面体, 则其表面积为 ( )

A. 12

B.  $2\sqrt{3}$

C.  $4\sqrt{3}$

D.  $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

【答案】C

【分析】利用三角形面积公式及四面体表面积的意义计算即得.

【详解】棱长为 2, 各面均为等边三角形的四面体,

$$\text{其表面积为: } S = 4 \times \left( \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 60^\circ \right) = 4\sqrt{3}.$$

故选: C

2. 已知圆柱的底面半径为 1, 母线长为 2, 则该圆柱的侧面积为 ( )

A.  $2\pi$

B.  $4\pi$

C.  $6\pi$

D. 4

【答案】B

【分析】利用圆柱侧面积公式直接求解即可. 【详解】圆柱的侧面积  $S = 2\pi \times 1 \times 2 = 4\pi$ .

故选: B.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/368113023134007000>