

江苏省兴化市戴泽中学 2024 届高三（最后冲刺）数学试卷

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $z - \sqrt{3}(1+z)i = 1$ ，复数 z 的共轭复数是 $\bar{z}$ ，则 $z + \bar{z} =$ ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

2. 定义在 R 上函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) = f(x)$ ，且对任意的不相等的实数 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$ 有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立，

若关于 x 的不等式 $f(2mx - \ln x - 3) \geq 2f(3) - f(-2mx + \ln x + 3)$ 在 $x \in [1, 3]$ 上恒成立，则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{1}{2e}, 1 + \frac{\ln 6}{6}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2e}, 1 + \frac{\ln 3}{6}\right]$ C. $\left[\frac{1}{e}, 2 + \frac{\ln 3}{3}\right]$ D. $\left[\frac{1}{e}, 2 + \frac{\ln 6}{3}\right]$

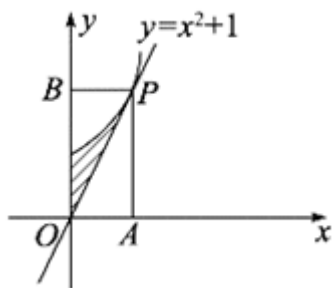
3. 羽毛球混合双打比赛每队由一男一女两名运动员组成. 某班级从 3 名男生 A_1, A_2, A_3 和 3 名女生 B_1, B_2, B_3 中各随机选出两名，把选出的 4 人随机分成两队进行羽毛球混合双打比赛，则 A_1 和 B_1 两人组成一队参加比赛的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{9}$

4. 已知定点 A, B 都在平面 α 内，定点 $P \notin \alpha, PB \perp \alpha, C$ 是 α 内异于 A, B 的动点，且 $PC \perp AC$ ，那么动点 C 在平面 α 内的轨迹是 ()

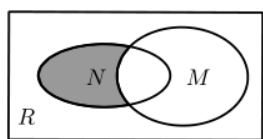
- A. 圆，但要去掉两个点 B. 椭圆，但要去掉两个点
C. 双曲线，但要去掉两个点 D. 抛物线，但要去掉两个点

5. 如图在直角坐标系 xOy 中，过原点 O 作曲线 $y = x^2 + 1 (x \geq 0)$ 的切线，切点为 P ，过点 P 分别作 x 、 y 轴的垂线，垂足分别为 A 、 B ，在矩形 $OAPB$ 中随机选取一点，则它在阴影部分的概率为 ()



- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}$, $N = \{x | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, 且 M 、 N 都是全集 R (R 为实数集) 的子集, 则如图所示韦恩图中阴影部分所表示的集合为 ()



- A. $\{x | 3 < x \leq 5\}$ B. $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$
C. $\{x | -3 \leq x \leq -2\}$ D. $\{x | -3 \leq x \leq 5\}$

7. 已知向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{b} = (1, \sqrt{3})$, 且 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\frac{1}{2}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 等于 ()

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. 0

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的实轴长为 2, 离心率为 2, F_1 、 F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点, 点 P

在双曲线 C 上运动, 若 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形, 则 $|PF_1| + |PF_2|$ 的取值范围是 ()

- A. $(2\sqrt{7}, 8)$ B. $(2\sqrt{5}, 7)$ C. $(2\sqrt{5}, 8)$ D. $(2\sqrt{7}, 7)$

9. 已知集合 $A = \{x | |x - 1| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | 2^x \in A\}$, 则集合 $B =$ ()

- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

10. 已知正四面体 $A - BCD$ 外接球的体积为 $8\sqrt{6}\pi$, 则这个四面体的表面积为 ()

- A. $18\sqrt{3}$ B. $16\sqrt{3}$ C. $14\sqrt{3}$ D. $12\sqrt{3}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中, $\vec{BD} = \vec{DC}$, $\vec{AP} = 2\vec{PD}$, $\vec{BP} = \lambda \vec{AB} + \mu \vec{AC}$, 则 $\lambda + \mu =$ ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

12. 在平面直角坐标系中, 若不等式组 $\begin{cases} x-4y+4 \leq 0 \\ 2x+y-10 \leq 0 \\ 5x-2y+2 \geq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域内存在点 (x_0, y_0) , 使不等式 $x_0 + my_0 + 1 \leq 0$

成立, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, -\frac{5}{2}]$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, -4]$

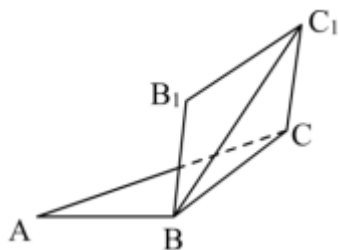
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在直角三角形 ABC 中, $\angle C$ 为直角, $\angle BAC > 45^\circ$, 点 D 在线段 BC 上, 且 $CD = \frac{1}{3}CB$, 若 $\tan \angle DAB = \frac{1}{2}$, 则 $\angle BAC$ 的正切值为_____.

14. 已知半径为 R 的圆周上有一定点 A , 在圆周上等可能地任意取一点与点 A 连接, 则所得弦长介于 R 与 $\sqrt{3}R$ 之间的概率为_____.

15. 有以下四个命题: ①在 $\triangle ABC$ 中, $A > B$ 的充要条件是 $\sin A > \sin B$; ②函数 $y = f(x)$ 在区间 $(1, 2)$ 上存在零点的充要条件是 $f(1) \cdot f(2) < 0$; ③对于函数 $y = f(x)$, 若 $f(2) = f(-2)$, 则 $f(x)$ 必不是奇函数 ④函数 $y = f(1-x)$ 与 $y = f(1+x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称. 其中正确命题的序号为_____.

16. 如图所示, 平面 $BCC_1B_1 \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = 120^\circ$, 四边形 BCC_1B_1 为正方形, 且 $AB = BC = 2$, 则异面直线 BC_1 与 AC 所成角的余弦值为_____.



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 某大型单位举行了一次全体员工都参加的考试, 从中随机抽取了 20 人的分数. 以下茎叶图记录了他们的考试分数 (以十位数字为茎, 个位数字为叶):

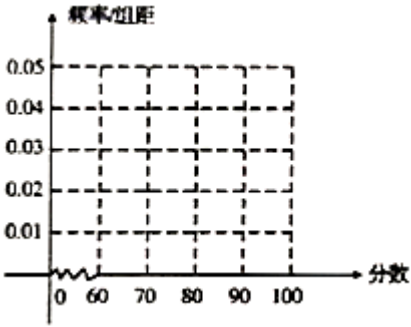
	分数
6	7 5
7	8 6 3 3 3 1
8	9 8 8 7 7 6 3 3
9	8 6 6 5

若分数不低于 95 分, 则称该员工的成绩为“优秀”.

(1) 从这 20 人中任取 3 人, 求恰有 1 人成绩“优秀”的概率;

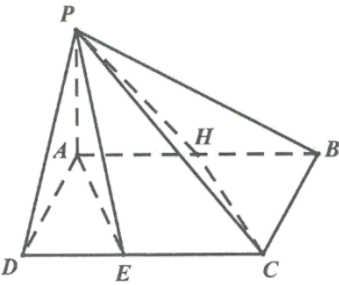
(2) 根据这 20 人的分数补全下方的频率分布表和频率分布直方图, 并根据频率分布直方图解决下面的问题.

组别	分组	频数	频率	$\frac{\text{频率}}{\text{组距}}$
1	$[60,70)$			
2	$[70,80)$			
3	$[80,90)$			
4	$[90,100]$			



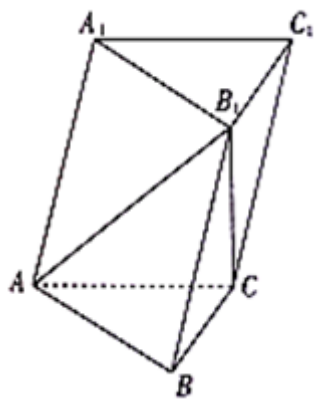
- ①估计所有员工的平均分数（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；
- ②若从所有员工中任选3人，记 X 表示抽到的员工成绩为“优秀”的人数，求 X 的分布列和数学期望.

18. (12分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，侧面 $PAB \perp$ 底面 $ABCD$ ， H 为棱 AB 的中点， E 为棱 DC 上任意一点，且不与 D 点、 C 点重合. $AB=2$, $AD=PA=1$, $PH=\sqrt{2}$.



- (1) 求证：平面 $APE \perp$ 平面 $ABCD$ ；
- (2) 是否存在点 E 使得平面 APE 与平面 PHC 所成的角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ ？若存在，求出点 E 的位置；若不存在，请说明理由.

19. (12分) 如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AC=BC=1$, $AB=\sqrt{2}$, $B_1C=1$, $B_1C \perp$ 平面 ABC .



(1) 证明：平面 $A_1ACC_1 \perp$ 平面 BCC_1B_1

(2) 求二面角 $A-B_1B-C$ 的余弦值.

20. (12 分) 已知动圆过定点 $F(0,1)$ ，且与直线 $l: y = -1$ 相切，动圆圆心的轨迹为 C ，过 F 作斜率为 $k(k \neq 0)$ 的直线 m 与 C 交于两点 A, B ，过 A, B 分别作 C 的切线，两切线的交点为 P ，直线 PF 与 C 交于两点 M, N 。

(1) 证明：点 P 始终在直线 l 上且 $PF \perp AB$ ；

(2) 求四边形 $AMBN$ 的面积的最小值.

21. (12 分) 2019 年春节期间，某超市准备举办一次有奖促销活动，若顾客一次消费达到 400 元则可参加一次抽奖活动，超市设计了两种抽奖方案。

方案一：一个不透明的盒子中装有 30 个质地均匀且大小相同的小球，其中 10 个红球，20 个白球，搅拌均匀后，顾客从中随机抽取一个球，若抽到红球则顾客获得 60 元的返金券，若抽到白球则获得 20 元的返金券，且顾客有放回地抽取 3 次。

方案二：一个不透明的盒子中装有 30 个质地均匀且大小相同的小球，其中 10 个红球，20 个白球，搅拌均匀后，顾客从中随机抽取一个球，若抽到红球则顾客获得 80 元的返金券，若抽到白球则未中奖，且顾客有放回地抽取 3 次。

(1) 现有两位顾客均获得抽奖机会，且都按方案一抽奖，试求这两位顾客均获得 180 元返金券的概率；

(2) 若某顾客获得抽奖机会。

①试分别计算他选择两种抽奖方案最终获得返金券的数学期望；

②为了吸引顾客消费，让顾客获得更多金额的返金券，该超市应选择哪一种抽奖方案进行促销活动？

22. (10 分) 若函数 $f(x)$ 在 x_0 处有极值，且 $f(x_0) = x_0$ ，则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的“ F 点”。

(1) 设函数 $f(x) = kx^2 - 2 \ln x$ ($k \in \mathbf{R}$)。

①当 $k = 1$ 时，求函数 $f(x)$ 的极值；

②若函数 $f(x)$ 存在“ F 点”，求 k 的值；

(2) 已知函数 $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ ($a, b, c \in \mathbf{R}, a \neq 0$) 存在两个不相等的 F 点 x_1, x_2 , 且 $|g(x_1) - g(x_2)| \geq 1$, 求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

根据复数代数形式的运算法则求出 z ，再根据共轭复数的概念求解即可。

【详解】

解： $\because z - \sqrt{3}i - \sqrt{3}zi = 1$ ，

$$\therefore z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$

$$\text{则 } \bar{z} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i,$$

$$\therefore z + \bar{z} = -1,$$

故选：C.

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的运算法则，考查共轭复数的概念，属于基础题。

2、B

【解析】

结合题意可知 $f(x)$ 是偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 单调递减, 化简题目所给式子, 建立不等式, 结合导函数与原函数的单调性关系, 构造新函数 $h(x), g(x)$, 计算最值, 即可.

【详解】

结合题意可知 $f(x)$ 为偶函数, 且在 $[0, +\infty)$ 单调递减, 故

$$f(2mx - \ln x - 3) \geq 2f(3) - f(-2mx + \ln x + 3) \text{ 可以转换为}$$

$f(2mx - \ln x - 3) \geq f(3)$ 对应于 $x \in [1, 3]$ 恒成立, 即 $|2mx - \ln x - 3| \leq 3$

即 $0 \leq 2mx - \ln x \leq 6$ 对 $x \in [1, 3]$ 恒成立

即 $2m \geq \frac{\ln x}{x}$ 且 $2m \leq \frac{6 + \ln x}{x}$ 对 $x \in [1, 3]$ 恒成立

令 $g(x) = \frac{\ln x}{x}$, 则 $g'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$ 在 $[1, e]$ 上递增, 在 $(e, 3]$ 上递减,

所以 $g(x)_{\max} = \frac{1}{e}$

令 $h(x) = \frac{6 + \ln x}{x}$, $h'(x) = \frac{-5 - \ln x}{x^2} < 0$, 在 $[1, 3]$ 上递减

所以 $h(x)_{\min} = \frac{6 + \ln 3}{3}$. 故 $m \in \left[\frac{1}{2e}, 1 + \frac{\ln 3}{6} \right]$, 故选 B.

【点睛】

本道题考查了函数的基本性质和导函数与原函数单调性关系, 计算范围, 可以转化为函数, 结合导函数, 计算最值, 即可得出答案.

3、B

【解析】

根据组合知识, 计算出选出的 4 人分成两队混合双打的总数为 $\frac{C_3^2 C_3^2 C_2^1 C_2^1}{A_2^2}$, 然后计算 A_1 和 B_1 分在一组的数目为 $C_2^1 C_2^1$,

最后简单计算, 可得结果.

【详解】

由题可知:

分别从 3 名男生、3 名女生中选 2 人: $C_3^2 C_3^2$

将选中 2 名女生平均分为两组: $\frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2}$

将选中 2 名男生平均分为两组: $\frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2}$

则选出的 4 人分成两队混合双打的总数为:

$$C_3^2 C_3^2 \frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2} \frac{C_2^1 C_1^1}{A_2^2} A_2^2 = \frac{C_3^2 C_3^2 C_2^1 C_2^1}{A_2^2} = 18$$

A_1 和 B_1 分在一组的数目为 $C_2^1 C_2^1 = 4$

所以所求的概率为 $\frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

故选：B

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用，对平均分组的问题要掌握公式，比如：平均分成 m 组，则要除以 A_m^m ，即 $m!$ ，审清题意，细心计算，考验分析能力，属中档题.

4、A

【解析】

根据题意可得 $AC \perp BC$ ，即知 C 在以 AB 为直径的圆上.

【详解】

∵ $PB \perp \alpha, AC \subset \alpha$,

∴ $PB \perp AC$,

又 $PC \perp AC, PB \cap PC = P$,

∴ $AC \perp$ 平面 PBC ，又 $BC \subset$ 平面 PBC

∴ $AC \perp BC$,

故 C 在以 AB 为直径的圆上，

又 C 是 α 内异于 A, B 的动点，

所以 C 的轨迹是圆，但要去掉两个点 A, B

故选：A

【点睛】

本题主要考查了线面垂直、线线垂直的判定，圆的性质，轨迹问题，属于中档题.

5、A

【解析】

设所求切线的方程为 $y = kx$ ，联立 $\begin{cases} y = kx (k > 0) \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$ ，消去 y 得出关于 x 的方程，可得出 $\Delta = 0$ ，求出 k 的值，进而求得

切点 P 的坐标，利用定积分求出阴影部分区域的面积，然后利用几何概型概率公式可求得所求事件的概率.

【详解】

设所求切线的方程为 $y = kx$ ，则 $k > 0$ ，

联立 $\begin{cases} y = kx (k > 0) \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$ ，消去 y 得 $x^2 - kx + 1 = 0$ ①，由 $\Delta = k^2 - 4 = 0$ ，解得 $k = 2$ ，

方程①为 $x^2 - 2x + 1 = 0$ ，解得 $x = 1$ ，则点 $P(1, 2)$ ，

所以，阴影部分区域的面积为 $S = \int_0^1 (x^2 + 1 - 2x) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$,

矩形 $OAPB$ 的面积为 $S' = 1 \times 2 = 2$ ，因此，所求概率为 $P = \frac{S}{S'} = \frac{1}{6}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查定积分的计算以及几何概型，同时也涉及了二次函数的切线方程的求解，考查计算能力，属于中等题.

6、C

【解析】

根据韦恩图可确定所表示集合为 $N \cap (\complement_R M)$ ，根据一元二次不等式解法和定义域的求法可求得集合 M, N ，根据补集和交集定义可求得结果.

【详解】

由韦恩图可知：阴影部分表示 $N \cap (\complement_R M)$ ，

$$Q M = \{x | (x-5)(x+2) < 0\} = \{x | -2 < x < 5\}, \quad N = \{x | 9 - x^2 \geq 0\} = \{x | -3 \leq x \leq 3\},$$

$$\therefore N \cap (\complement_R M) = \{x | -3 \leq x \leq -2\}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查集合运算中的补集和交集运算，涉及到一元二次不等式和函数定义域的求解；关键是能够根据韦恩图确定所求集合.

7、B

【解析】

先求出 $|\vec{b}|$ ，再利用投影公式 $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|}$ 求解即可.

【详解】

解：由已知得 $|\vec{b}| = \sqrt{1+3} = 2$ ，

由 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影为 $\frac{1}{2}$ ，得 $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{1}{2}$ ，

则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} |\vec{b}| = 1$.

故答案为：B.

【点睛】

本题考查向量的几何意义，考查投影公式的应用，是基础题.

8、A

【解析】

由已知先确定出双曲线方程为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ ，再分别找到 $\triangle F_1PF_2$ 为直角三角形的两种情况，最后再结合

$|PF_1| - |PF_2| = 2$ 即可解决.

【详解】

由已知可得 $2a = 2$ ， $\frac{c}{a} = 2$ ，所以 $a = 1, c = 2, b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{3}$ ，从而双曲线方程为

$x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ ，不妨设点 P 在双曲线 C 右支上运动，则 $|PF_1| - |PF_2| = 2$ ，当 $|PF_1| \perp |PF_2|$ 时，

此时 $|PF_1|^2 + |PF_2|^2 = 16 = (|PF_1| - |PF_2|)^2 + 2|PF_1||PF_2|$ ，所以 $|PF_1||PF_2| = 6$ ，

$(|PF_1| + |PF_2|)^2 = |PF_1|^2 + |PF_2|^2 + 2|PF_1||PF_2| = 28$ ，所以 $|PF_1| + |PF_2| = 2\sqrt{7}$ ；

当 $|PF_2| \perp x$ 轴时， $|PF_1|^2 = |PF_2|^2 + 16$ ，所以 $|PF_1| + |PF_2| = \frac{16}{2} = 8$ ，又 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三

角形，所以 $|PF_1| + |PF_2| \in (2\sqrt{7}, 8)$ 。

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的性质及其应用，本题的关键是找到 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形的临界情况，即 $\triangle F_1PF_2$ 为直角三角形，是一道中档题.

9、D

【解析】

弄清集合 B 的含义，它的元素 x 来自于集合 A ，且 2^x 也是集合 A 的元素.

【详解】

因 $|x - 1| \leq 3$ ，所以 $-2 \leq x \leq 4$ ，故 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ ，又 $x \in \mathbf{Z}$ ， $2^x \in A$ ，则 $x = 0, 1, 2$ ，

故集合 $B = \{0, 1, 2\}$ 。

故选：D.

【点睛】

本题考查集合的定义，涉及到解绝对值不等式，是一道基础题.

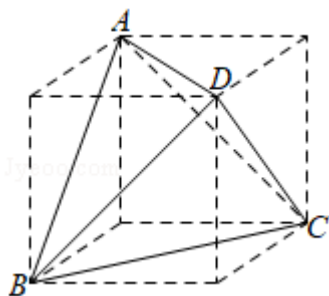
10、B

【解析】

设正四面体 ABCD 的外接球的半径 R，将该正四面体放入一个正方体内，使得每条棱恰好为正方体的面对角线，根据正方体和正四面体的外接球为同一个球计算出正方体的棱长，从而得出正四面体的棱长，最后可求出正四面体的表面积。

【详解】

将正四面体 ABCD 放在一个正方体内，设正方体的棱长为 a，如图所示，



设正四面体 ABCD 的外接球的半径为 R，则 $\frac{4\pi R^3}{3} = 8\sqrt{6}\pi$ ，得 $R = \sqrt{6}$ 。因为正四面体 ABCD 的外接球和正方体的

外接球是同一个球，则有 $\sqrt{3}a = 2R = 2\sqrt{6}$ ， $\therefore a = 2\sqrt{2}$ 。而正四面体 ABCD 的每条棱长均为正方体的面对角线长，所

以，正四面体 ABCD 的棱长为 $\sqrt{2}a = 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$ ，因此，这个正四面体的表面积为 $4 \times \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = 16\sqrt{3}$ 。

故选：B。

【点睛】

本题考查球的内接多面体，解决这类问题就是找出合适的模型将球体的半径与几何体的一些几何量联系起来，考查计算能力，属于中档题。

11、A

【解析】

先根据 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PD}$ 得到 P 为 $\triangle ABC$ 的重心，从而 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ，故可得 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ，利用

$\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AB}$ 可得 $\overrightarrow{BP} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ ，故可计算 $\lambda + \mu$ 的值。

【详解】

因为 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AP} = 2\overrightarrow{PD}$ ，所以 P 为 $\triangle ABC$ 的重心，

所以 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\therefore \frac{3}{2}\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/368133016006006063>