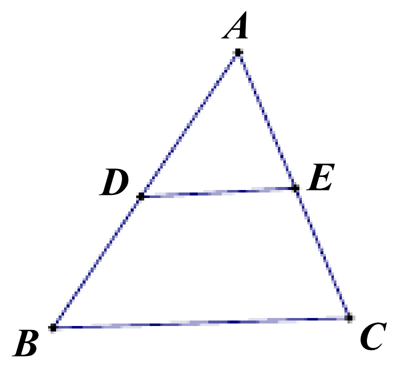
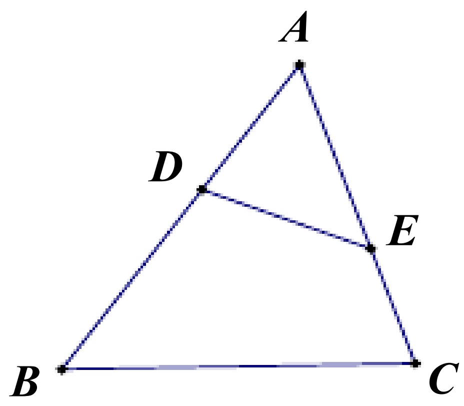
相似三角形模型分析大全

一、相似三角形判定的基本模型认识

（一）A 字型、反A 字型（斜 A 字型）

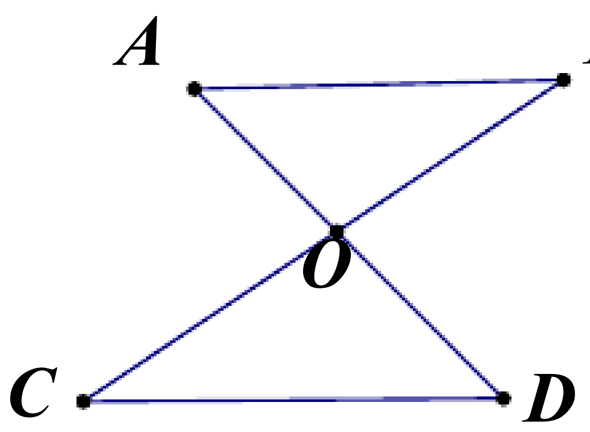


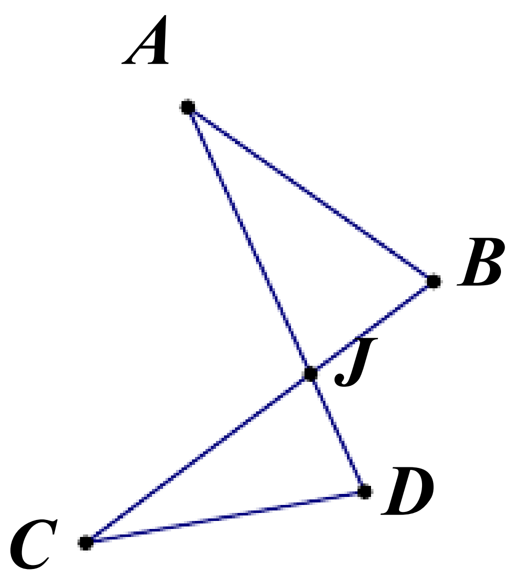
（平行）



（不平行）

（二）8 字型、反 8 字型



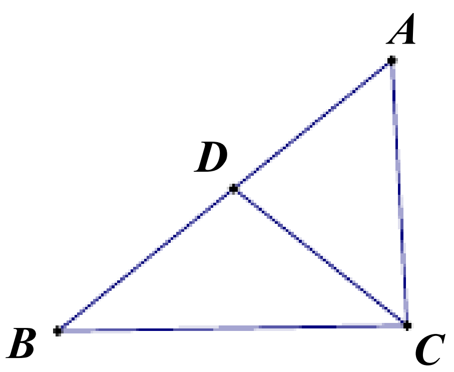


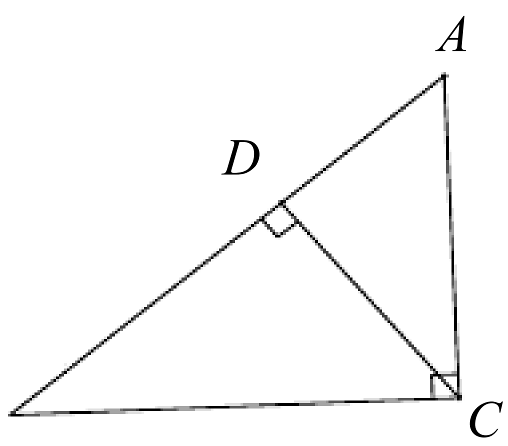
（蝴蝶型）

（平行）

（不平行）

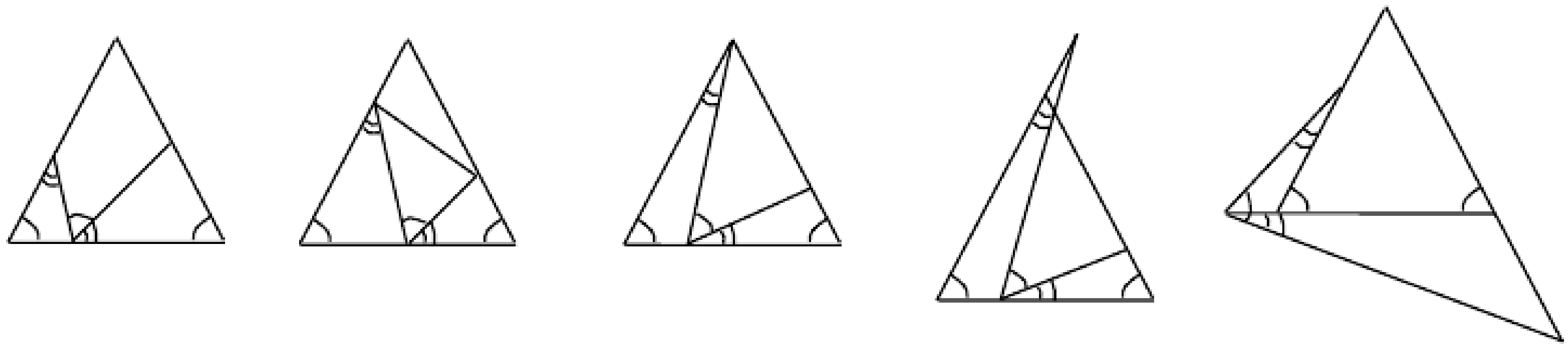
（三）母子型



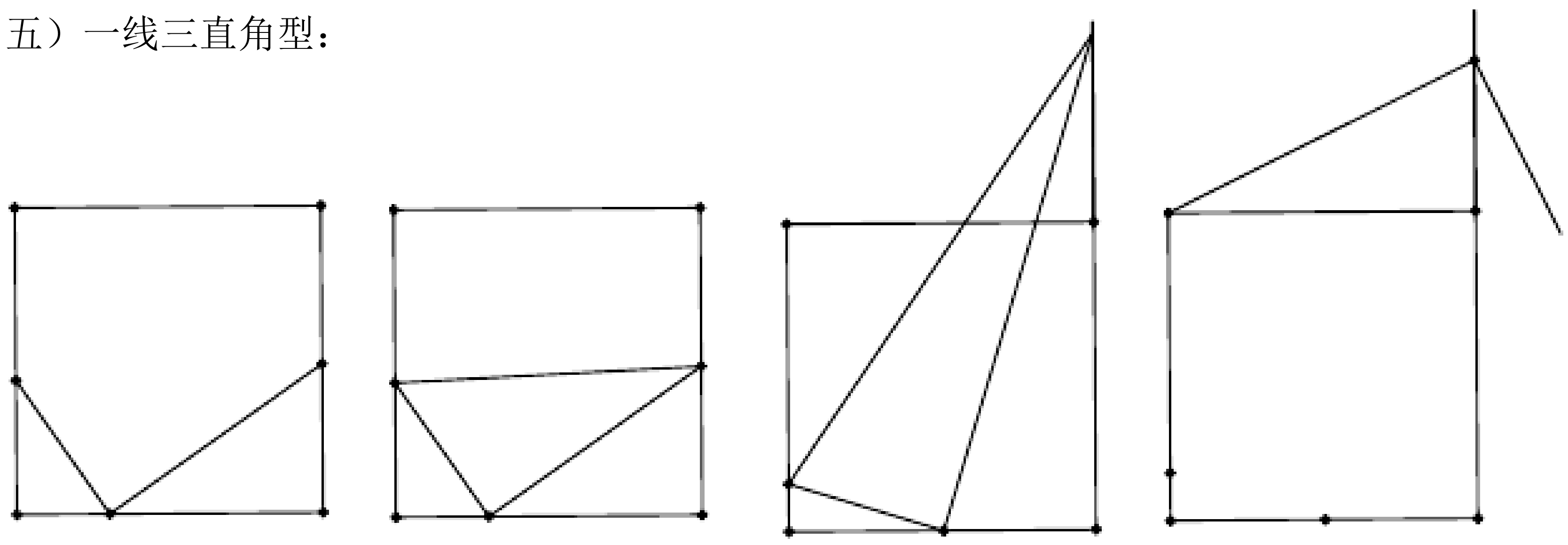


（四）一线三等角型：

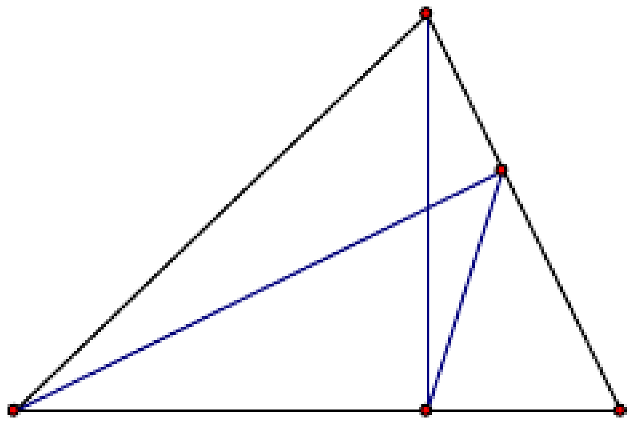
三等角型相似三角形是以等腰三角形（等腰梯形）或者等边三角形为背景

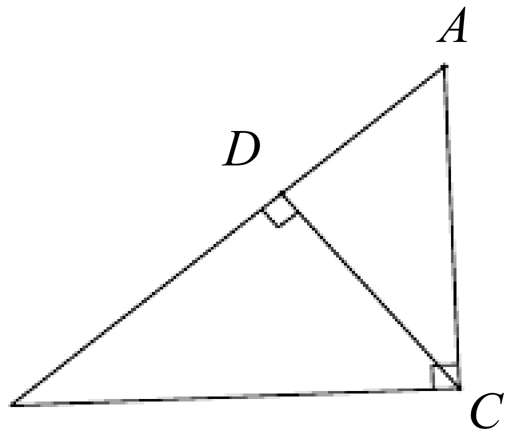


（五）一线三直角型：

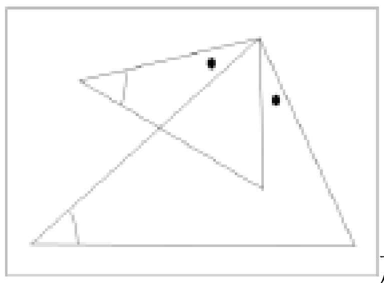


（六）双垂型：

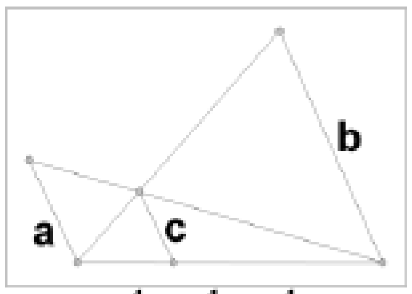




二、相似三角形判定的变化模型

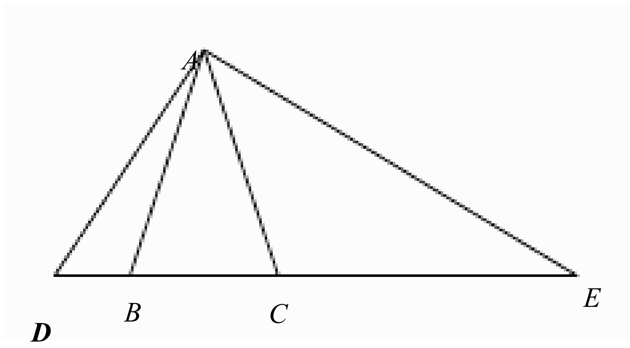


旋转型：由 A 字型旋转得到。

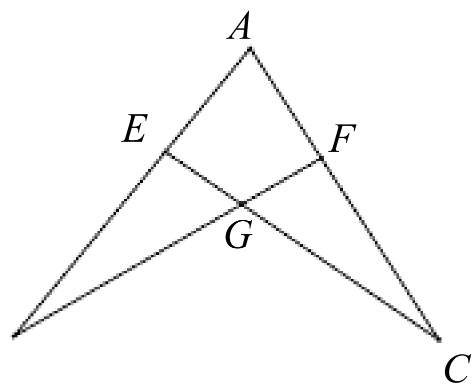


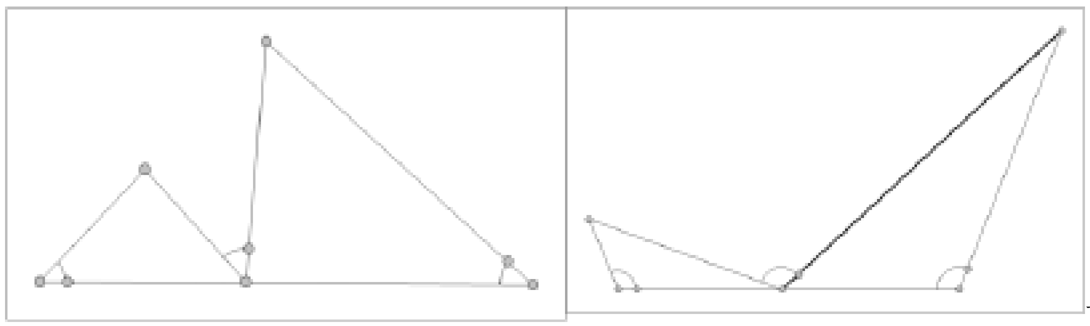
$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$

8 字型拓展

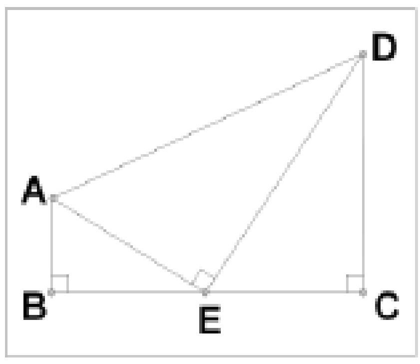


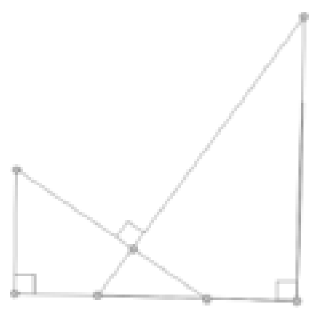
共享性





一线三等角的变形





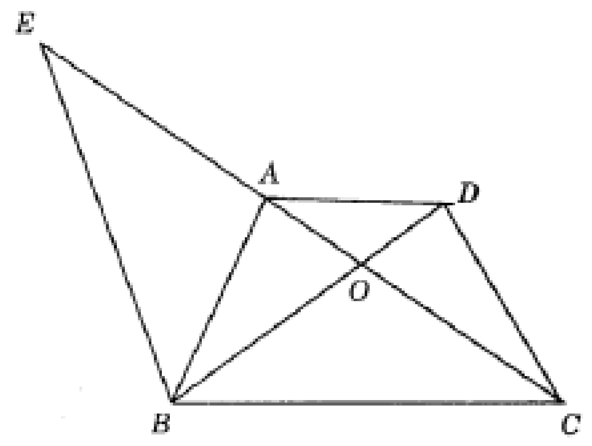
一线三直角的变形

第二部分　　　相似三角形典型例题讲解

母子型相似三角形

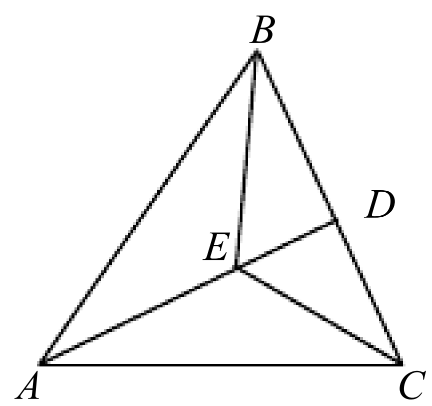
例 1：如图，梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，对角线 AC、BD 交于点 O，$BE // CD$ 交 CA 延长线于 E.

求证：$OC^2 = OA \cdot OE$.



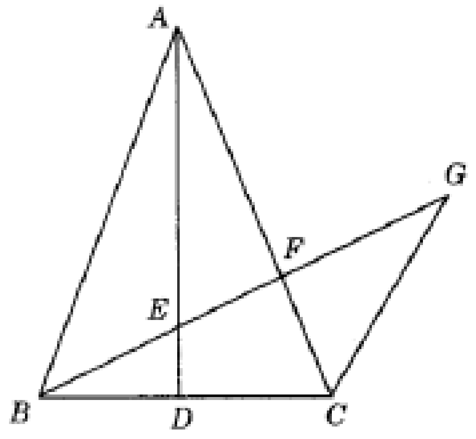
例 2：已知：如图，$\triangle ABC$ 中，点 E 在中线 AD 上，$\angle DEB = \angle ABC$.

求证：（1）$DB^2 = DE \cdot DA$；　（2）$\angle DCE = \angle DAC$.



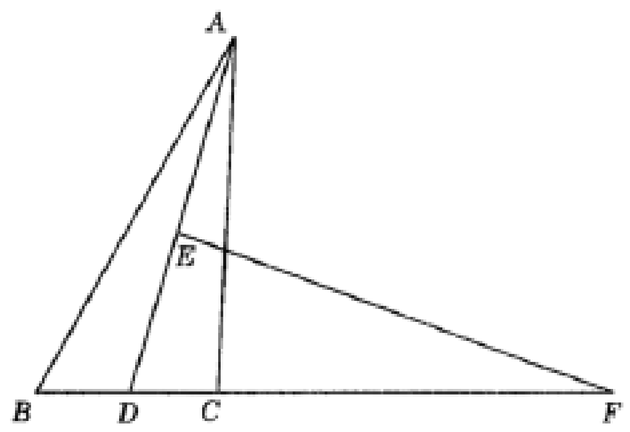
例 3：已知：如图，等腰△ABC 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$ 于 D，$CG\parallel AB$，BG 分别交 AD、AC 于 E、F.

求证：$BE^2=EF\cdot EG$.



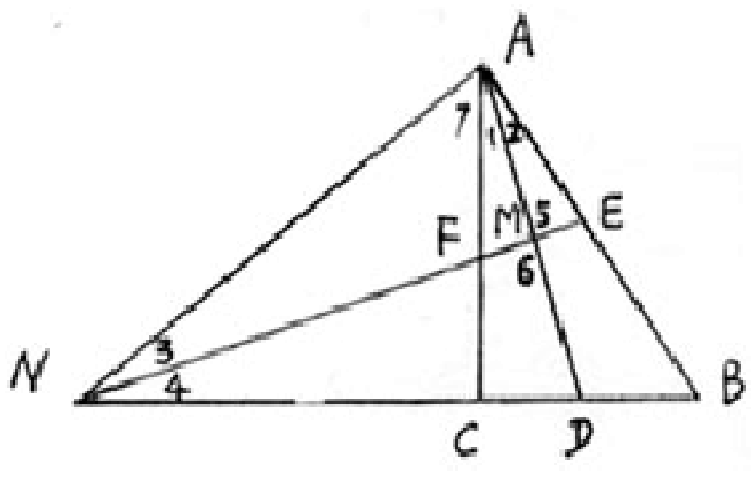
相关练习：

1、如图，已知 AD 为△ABC 的角平分线，EF 为 AD 的垂直平分线. 求证：$FD^2=FB\cdot FC$.

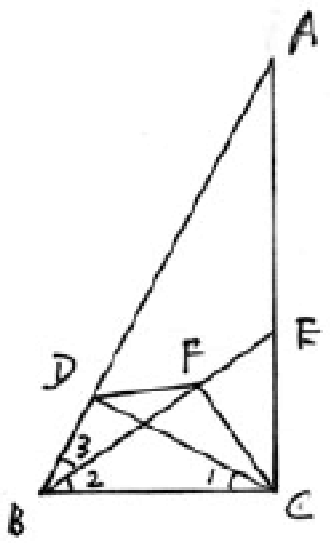


2、已知：AD 是 Rt△ABC 中∠A 的平分线，∠C=90°，EF 是 AD 的垂直平分线交AD 于 M，EF、BC 的延长线交于一点N。

求证：(1)△AME∽△NMD;　　　(2)ND^2=NC·NB

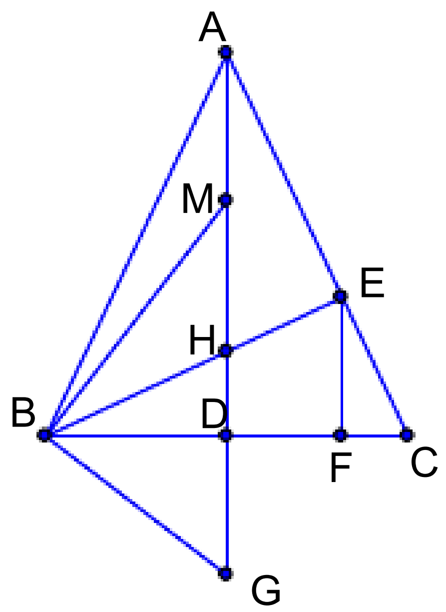


3、已知：如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，CD⊥AB 于 D，E 是AC 上一点，CF⊥BE 于 F。
求证：EB • DF=AE • DB



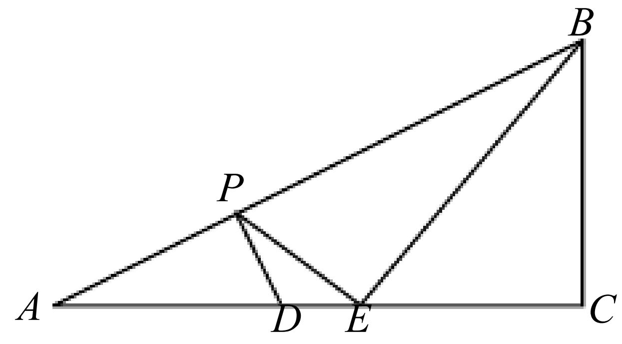
4. 在 ΔABC 中，AB=AC，高AD与BE交于H， $EF \perp BC$ ，垂足为F，延长AD到G，使DG=EF，M是AH的中点。

求证： $\angle GBM = 90°$



5．（本题满分 14 分，第（1）小题满分 4 分，第（2）、（3）小题满分各 5 分）

已知：如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，BC=2，AC=4，P 是斜边 AB 上的一个动点，PD⊥AB，交边 AC 于点 D（点 D 与点 A、C 都不重合），E 是射线 DC 上一点，且∠EPD=∠A．设 A、P 两点的距离为x，△BEP 的面积为y．



（第 25 题图）

（1）求证：AE=2PE；

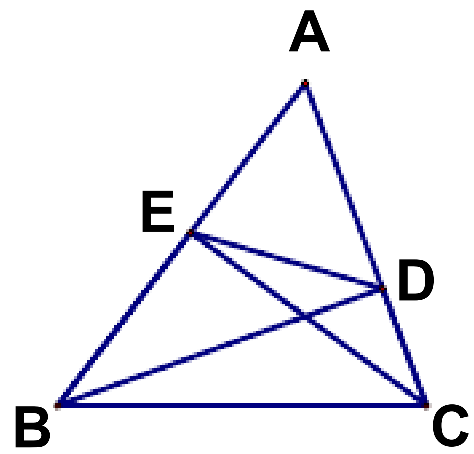
（2）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

（3）当△BEP 与△ABC 相似时，求△BEP 的面积．

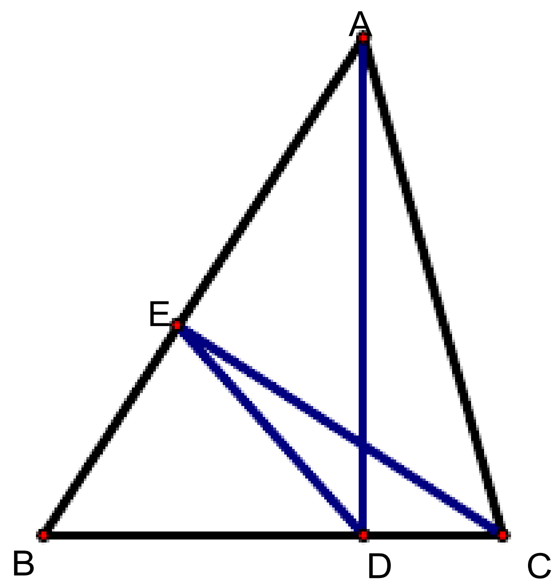
双垂型

1、如图，在△ABC 中，∠A=60°，BD、CE 分别是 AC、AB 上的高

求证：（1）△ABD∽△ACE；（2）△ADE∽△ABC；(3)BC=2ED

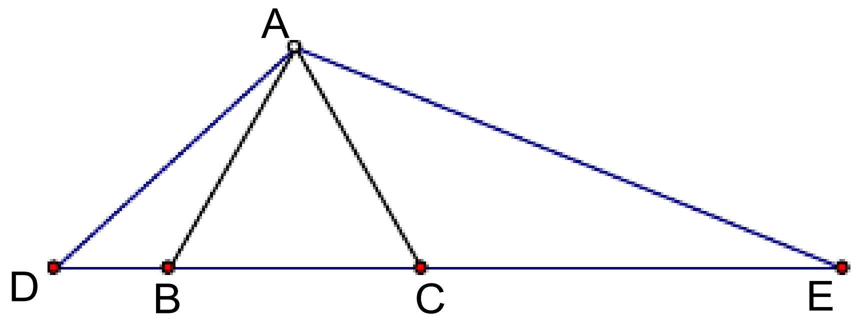


2、如图，已知锐角△ABC，AD、CE 分别是BC、AB 边上的高，△ABC 和△BDE 的面积分别是 27 和 3，DE=$6\sqrt{2}$，求：点B 到直线AC 的距离。



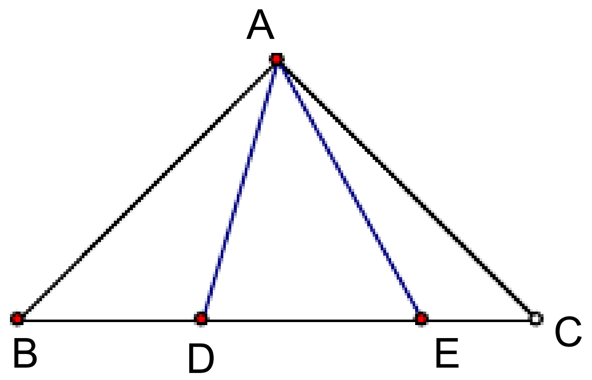
共享型相似三角形

1、△ABC 是等边三角形,D、B、C、E 在一条直线上,∠DAE=$120°$，已知 BD=1，CE=3，,求等边三角形的边长.



2、已知：如图，在Rt△ABC 中，AB=AC，∠DAE=45°.

求证：（1）△ABE∽△ACD;　　　　（2）$BC^2 = 2BE \cdot CD$.

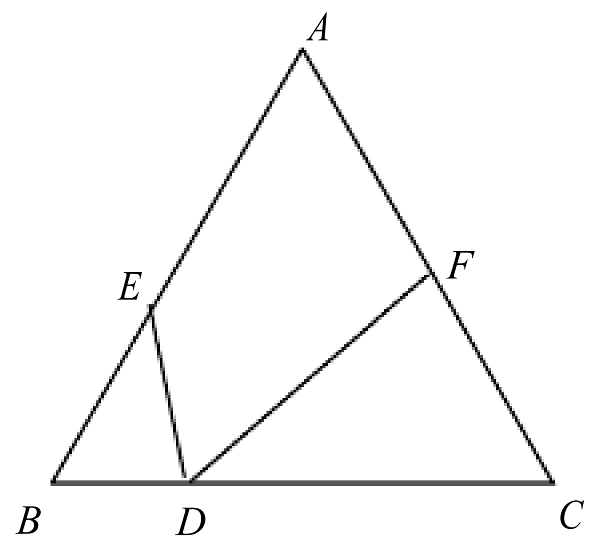


一线三等角型相似三角形

例 1：如图，等边△ABC 中，边长为 6，D 是 BC 上动点，$\angle EDF$=60°

（1） 求证：△BDE∽△CFD

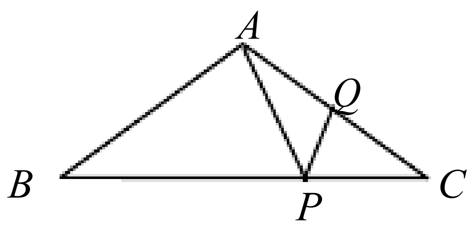
（2） 当 BD=1，FC=3 时，求 BE

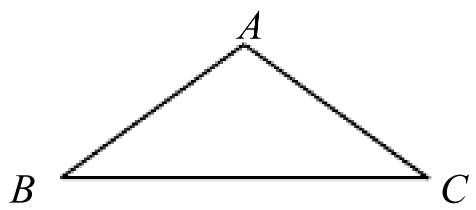


例 2：（1）在 ΔABC 中，$AB=AC=5$，$BC=8$，点 P、Q 分别在射线 CB、AC 上（点 P 不与点 C、点 B 重合），且保持 $\angle APQ=\angle ABC$.

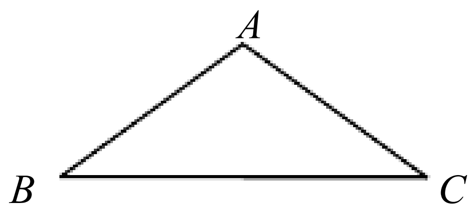
①若点 P 在线段 CB 上（如图），且 $BP=6$，求线段 CQ 的长；

②若 $BP=x$，$CQ=y$，求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出函数的定义域；





备用图



备用图

（2） 正方形 $ABCD$ 的边长为 5（如下图），点 P、Q 分别在直线 CB、DC 上（点 P 不与点 C、点 B 重合），且保持 $\angle APQ=90°$. 当 $CQ=1$ 时，求出线段 BP 的长.