华师一附中一轮复习补充作业 21

（数列与不等式 2）

1.在等比数列 $\{a_n\}$中，$a_1 = 8, a_4 = -1$, 记$T_n = a_1a_2\ldots a_n(n = 1,2,\ldots)$,，则数列 $\{T_n\}$ （　　）

A.有最大项，有最小项　　　　B.有最大项，无最小项

C.无最大项，有最小项　　　　D.无最大项，无最小项

2.在等差数列 $\{a_n\}$中，$a_1 = -9, a_4 = -3$, 记$T_n = a_1a_2\ldots a_n$(n为正整数),，则数列 $\{T_n\}$ （　　）

A.有最大项，有最小项　　　　B.有最大项，无最小项

C.无最大项，有最小项　　　　D.无最大项，无最小项

3．已知数列 $\{a_n\}$满足：$a_{n+1} - a_n = (-1)^n . n^2(n$ E $N_+), a_1 = 2$，若存在n EN_+ 使得不等式

$\lambda . 2^n$ 之 a_{2n} 成立，则实数λ的取值范围是______________

4. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1 = \frac{1}{4}, a_{n+1} = \frac{n}{2(n+2)}a_n$，若

$T_n = \frac{1}{2a_1} + \frac{1}{3a_2} + \ldots + \frac{1}{(n+1)a_n}$，且对于v$n$ EN^*, T_n 之 $\lambda.2^n + 4$ 恒成立，则实数λ的取值范围是______________

5. 已知数列 $\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且满足 $S_n = 2 - a_n$，数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项和为 T_n，若

$S_n^2 - \lambda(-1)^n T_n$ 之 0 对n EN_+ 恒成立，则实数λ的取值范围是______________

6.已知正项数列$\{a_n\}$满足 a_1 E $\left(0,\frac{1}{2}\right)$，$a_n^2 - 1 = \ln(2a_na_{n+1})(n$ E$N^*)$，则(　　)

A. vn EN^*,都有$0 < a_n < 1$　　　　B. vn EN^*,都有$a_n > a_{n+1} > 0$

C. 二n EN^*,使得$a_{n+1} < \frac{1}{2}a_n$　　　　D. vn EN^*,都有a_{n+1} 之 $\frac{a_1}{2^n}$

7.数列$\{a_n\}$满足$\frac{1}{2}a_n = a_{n+1} - (\frac{1}{2})^{n+1}$，且$a_1 = \frac{1}{2}$,若$a_n < \frac{1}{3}$, 则 n 的最小值为

8.已知数列$\{a_n\}$满足 $a_{n+1} = a_n + \frac{n}{a_n}(n$ E$N^*), a_1 > 0$，则当n 之 2 时，下列判断不一定正确的是（　　）

A. $a_n > n$　　　　B. $a_{n+2} - a_{n+1}$ 之 $a_{n+1} - a_n$

C. $\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} < \frac{a_{n+1}}{a_n}$　　　　D.存在正整数k，当n 之 k时，$a_n < n + 1$ 恒成立

9.已知正项数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，当n之 2时，$S_n^2 - 5S_nS_{n-1} + 4S_{n-1}^2 = 0$，且$a_1 = 1$，

设 $b_n=\log_2 S_n, T_n=b_1+b_2+\dots+b_n$，若存在$n\in N^*$使不等式$T_n<mn-12$成立，则正整数$m$的最小值为__________

10. 在等比数列$\{a_n\}$中，$0<a_1<a_4=1$，则能使不等式$(a_1-\frac{1}{a_1})+(a_2-\frac{1}{a_2})+\dots+(a_n-\frac{1}{a_n})<0$成立的最大正整数$n$是__________

11. 若数列$\{a_n\}$满足$a_1=-\frac{1}{3}$，且$a_n=a_{n-1}+(-2)^n(n\geq 2)$，若使不等式$|a_n|<\lambda$成立的$a_n$有且只有三项，则$\lambda$的取值范围是______________

12. 已知数列$\{a_n\}$是以 1 为首项，2 为公差的等差数列，$\{b_n\}$是以 1 为首项，2 为公比的等比数列，设$c_n=a_{b_n}$，$T_n=c_1+c_2+\dots+c_n(n\in N^*)$，则当$T_n>2019$时，$n$的最小值是______

13. 设$c_n=q^{n-1}$，T_n是$\{c_n\}$的前n项和。若$\{c_n\}$是递增数列，且对任意的$n\in N^*$，存在$m\in N^*$，使得$\frac{T_m-c_n}{T_m-c_{n+1}}<0$，则$q$的取值范围是__________。

14. 已知正项数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，且$\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{a_n}\left(\frac{1}{\sqrt{a_{n+1}}}+\frac{1}{\sqrt{a_n}}\right)$，$S_{100}$为$\{a_n\}$的前 100 项和。下列说法正确的是（　　）

A．$\frac{7}{6}<S_{100}<\frac{6}{5}$　　B．$\frac{6}{5}<S_{100}<\frac{5}{4}$

C．$\frac{5}{4}<S_{100}<\frac{4}{3}$　　D．$\frac{4}{3}<S_{100}<\frac{3}{2}$

15. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=2$，$a_{n+1}=\frac{1}{3}\left(\sqrt{a_n}+2a_n\right)(n\in N^*)$。记数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，则（　　）

A．$12<S_{10}<14$　　B．$14<S_{10}<16$

C．$16<S_{10}<18$　　D．$18<S_{10}<20$

16. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，若$a_n=\frac{na_{n-1}}{n+a_{n-1}}(n\geq 2, n\in N^*)$，则下列结论中错误的是(　　)

A. $a_4=\frac{12}{25}$　　B. $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}<\frac{1}{2}$　　C. $a_n\cdot\ln(n+1)<1$　　D. $\frac{1}{a_n^2}-\frac{1}{a_n}<\frac{1}{2}$

17. 已知数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$满足：$a_1=1$，$b_1=2$，$a_{n+1}=\frac{1+a_n}{b_n}+a_n$，$b_{n+1}=\frac{1+b_n}{a_n}+b_n$，则(　　)

A. $a_{2020} > a_{2021}$ B. $a_{2020} > b_{2020}$ C. $b_{2020} < 5$ D. $a_{2020} < 5$

18.对于无穷数列 $\{a_n\}$，给出如下三个性质：① $a_1 < 0$；② $\forall n,s \in N^*, a_{n+s} > a_n + a_s$；③ $\forall n \in N^*, \exists t \in N^*, a_{n+t} > a_n$．定义：同时满足性质①和②的数列$\{a_n\}$为“$s$ 数列”，同时满足性质①和③的数列$\{a_n\}$为“t 数列”，则下列说法错误的是（　　）

A. 若 $a_n = 2n-3$，则 $\{a_n\}$为“s 数列”

B. 若 $a_n = -\frac{1}{2^n}$，则 $\{a_n\}$为“t 数列”

C. 若 $\{a_n\}$为“s 数列”，则 $\{a_n\}$为“t 数列”

D. 若等比数列$\{a_n\}$为“t 数列”，则 $\{a_n\}$为“s 数列”

19.已知数列 $\{a_n\}$满足 $a_1 = 1$，$a_{n+1} = \frac{a_n}{1+\sqrt{a_n}}$，记数列 $\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则 S_{100} 的取值范围_________

20.已知数列 $\{a_n\}$中，$a_1 = \frac{1}{2}$，$a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$，记 $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$，$n \in N^*$

$T_n = a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2, n \in N^*$，则下列结论正确的是（　　）

A. $a_n < \frac{15}{16}$　　B. $2a_{n+1} - a_n - 1 \geq 0$　　C. $S_n < \frac{5}{6}n$　　D. $2S_n - T_n < n$

21.已知数列 $\{a_n\}$满足 $a_1 = 1$，$a_{n+1} = a_n - \frac{1}{3}a_n^2 \left(n \in N^*\right)$，则（　　）

A. $2 < 100a_{100} < \frac{5}{2}$　　B. $\frac{5}{2} < 100a_{100} < 3$　　C. $3 < 100a_{100} < \frac{7}{2}$　　D. $\frac{7}{2} < 100a_{100} < 4$

22.已知数列 $\{a_n\}$满足 $a_1 = 14, a_{n+1} = 3a_n - 4$.（1）证明数列 $\{a_n - 2\}$为等比数列，并求 $\{a_n\}$的通项公式；

（1）设 $b_n = \frac{(-1)^n a_n}{(3^{n-1}+1)(3^{n+1}+1)}$，数列 $\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，若存在 $n \in N^*$，使得 $m \geq T_n$，求 m 的取值范围.

23.已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1 = 1, 2a_{n+1}a_n + a_{n+1} - a_n = 0$，令 $b_n = \frac{1}{a_n}$，设数列 $\{b_n\}$前 n 项的和为 S_n　（1）求证：数列$\{b_n\}$为等差数列；（2）若存在 $n \in N^*$，使不等式

$a_1a_2 + a_2a_3 + \ldots + a_na_{n+1} \geq (n+18)\lambda$成立，求实数$\lambda$的取值范围；（3）设正项数列$\{c_n\}$满足

$c_n^2 = 1 + \frac{2}{S_{n+1}}$，求证：$c_1 + c_2 + \ldots c_n < n + 1 - \frac{1}{n+1}$.