

第13章 三角形中的边角关系、命题与证明（提高篇）

一、选择题（每小题4分，共40分）

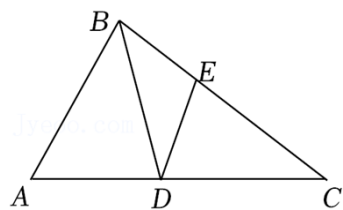
1. 下列命题中，是真命题的是（ ）

- A. 平方根等于它本身的数是0和1
- B. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是4
- C. 5是25的平方根
- D. 有理数分为正有理数和负有理数

2. 若一个三角形三个内角的比是2:3:4，则三个内角的分别是（ ）

- A. 20° ， 30° ， 40°
- B. 40° ， 60° ， 80°
- C. 60° ， 90° ， 120°
- D. 10° ， 15° ， 20°

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=30^\circ$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D ， $DE \parallel AB$ ，交 BC 于点 E ，若 $\angle BDE=50^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是（ ）



- A. 40°
- B. 50°
- C. 60°
- D. 70°

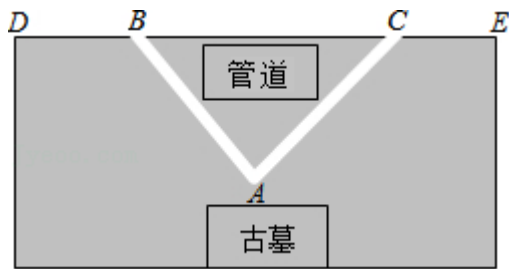
4. 已知三角形的两边长分别为6cm和8cm，则下列长度的四条线段中能作为第三边上的中线是（ ）

- A. 1cm
- B. 2cm
- C. 12cm
- D. 14cm

5. 已知 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，化简 $|a-b-c| - |c-a+b|$ 的结果为（ ）

- A. $2a-2b-2c$
- B. $2a+2b$
- C. $-2c$
- D. 0

6. 如图所示，考古学家发现在地下 A 处有一座古墓，古墓上方是煤气管道，为了不影响管道，准备在 B 和 C 处开工挖出“V”字形通道，如果 $\angle DBA=120^\circ$ ， $\angle ECA=125^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是（ ）



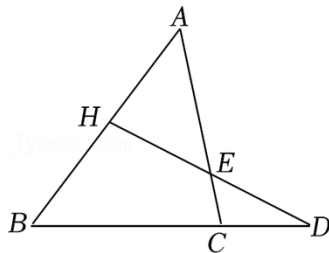
- A. 65°
- B. 80°
- C. 85°
- D. 90°

7. 下面说法正确的个数是（ ）

- (1) 三角形中最小的内角不能大于 60° ；
- (2) 三角形的一个外角等于这个三角形的两个内角的和；
- (3) 三角形任意两个内角的和大于第三个内角；
- (4) 直角三角形只有一条高；
- (5) 在同圆中任意两条直径都相互平分；
- (6) 三角形一边上的高小于这个三角形的其他两边．

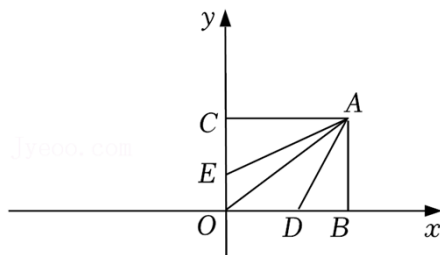
A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

8. 如图，下列说法不正确的是 ()



- A. $\angle B + \angle ACB < 180^\circ$ B. $\angle B + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$
- C. $\angle B > \angle ACD$ D. $\angle HEC > \angle B$

9. 如图，平面直角坐标系 xOy 中，点 A 坐标为 $(6, 4)$ ，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C 。点 E 从点 O 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 y 轴正方向运动，同时，点 D 从点 B 出发，以每秒 2 个单位长度的速度沿 x 轴负方向运动，设运动时间为 t (s)，当 $S_{\triangle AOD} > S_{\triangle AOE}$ 时，则 t 应满足 ()



- A. B.
- C. 或 $t > 12$ D. 或 $t > 12$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ ， BD 、 BE 分别是高和角平分线，点 F 在 CA 的延长线上， $FH \perp BE$ 交 BD 于 G ，交 BC 于 H ，下列结论 ① $\angle DBE = \angle F$ ；② $2\angle BEF = \angle BAF + \angle C$ ；③ $\angle F = \frac{1}{2}(\angle BAC - \angle C)$ ；④ $\angle BGH = \angle ABE + \angle C$ ，正确的是 ()



- A. 1

B. 2

- C. 3



- D. 4



15. 如图，已知点 D 、 F 、 E 、 G 都在 $\triangle ABC$ 的边上 $EF \parallel AD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle BAC = 70^\circ$ ，求 $\angle AGD$

15. 如图，已知点 D 、 F 、 E 、 G 都在 $\triangle ABC$ 的边上 $EF \parallel AD$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle BAC = 70^\circ$ ，求 $\angle AGD$

的度数. (请任下面的空格处填写理由或数学式)

解: $\because EF \parallel AD$. (已知)

$\therefore \angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ($\underline{\hspace{2cm}}$)

$\because \angle 1 = \angle 2$. (已知)

$\therefore \angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ($\underline{\hspace{2cm}}$)

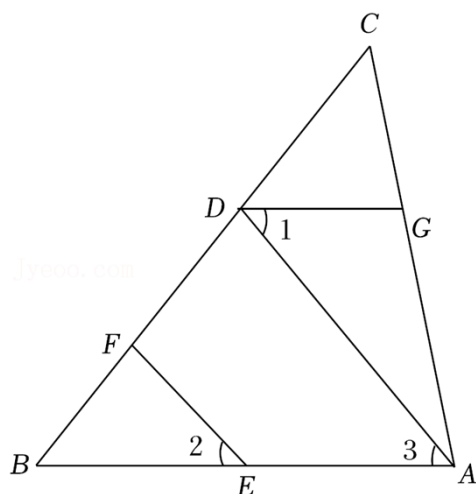
$\therefore \underline{\hspace{2cm}} \parallel \underline{\hspace{2cm}}$, ($\underline{\hspace{2cm}}$)

$\therefore \angle AGD + \underline{\hspace{2cm}} = 180^\circ$, (两直线平行, 同旁内角互补)

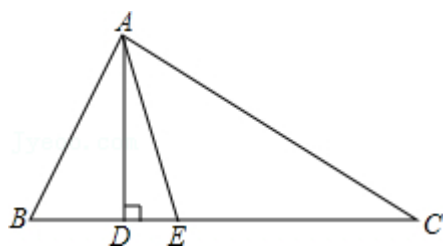
$\because \underline{\hspace{2cm}}$, (已知)

$\therefore \angle AGD + 70^\circ = 180^\circ$ (等量代换)

$\therefore \angle AGD = \underline{\hspace{2cm}}$.



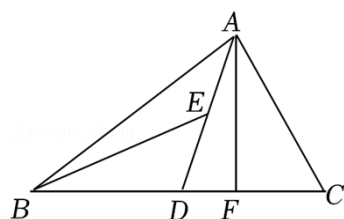
16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB < AC$, $AD \perp BC$ 于点 D , AE 平分 $\angle BAC$. 请说明 $\angle B - \angle C = 2\angle DAE$.



17. 如图, AD 、 AF 分别为 $\triangle ABC$ 的中线、高, 点 E 为 AD 的中点.

(1) 若 $\angle ABE = 30^\circ$, $\angle BAD = 40^\circ$, 求 $\angle BED$ 的度数;

(2) 若 $\triangle BDE$ 的面积为 15, $BD = 5$, 求 AF 的长.



18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, 点 D 在 BC 边上, $\angle BAD = 50^\circ$ (如图1).

(1) 若 E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上, 且 $\angle ADE = \angle B$, 求 $\angle EDC$ 的度数;

(2) 若 $\angle B = 30^\circ$, E 在 $\triangle ABC$ 的 AC 边上, $\triangle ADE$ 是等腰三角形, 求 $\angle EDC$ 的度数; (简写主要解答过程即可);

(3) 若 AD 将 $\triangle ABC$ 分割成的两个三角形中有一个是等腰三角形, 求 $\angle B$ 的度数. (直接写出答案).

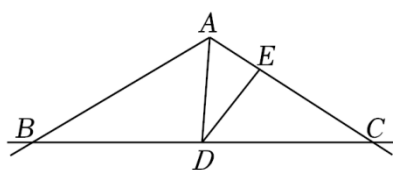
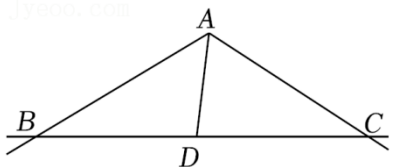
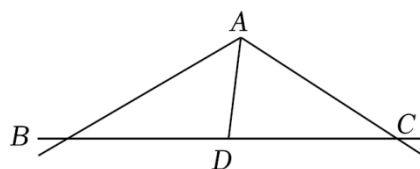


图1

Jyeoo.com



备用图



备用图

19. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 8$, $AB = 1$.

(1) 若 AC 是整数, 求 AC 的长;

(2) 已知 BD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 若 $\triangle ABD$ 的周长为10, 求 $\triangle BCD$ 的周长.

20. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, DB 为 $\triangle ABC$ 的中线, 且 BD 将 $\triangle ABC$ 周长分为12cm与15cm两部分, 求三角形各边长.

21. 在 $\triangle ABC$ 中, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle C > \angle B$.

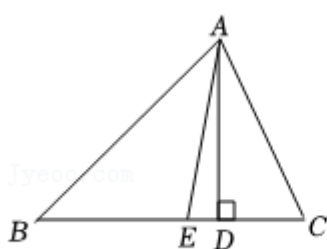


图1

Jyeoo.com

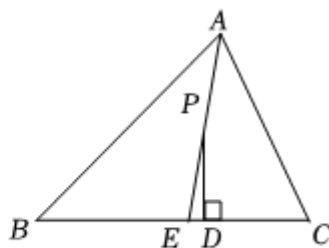


图2

(1) 课本原题再现: 如图1, 若 $AD \perp BC$ 于点 D , $\angle ABC = 40^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, 求 $\angle EAD$ 的度数. (写出解答过程)

(2) 如图1, 根据(1)的解答过程, 猜想并写出 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle EAD$ 之间的数量关系.

(3) 小明继续探究, 如图2在线段 AE 上任取一点 P , 过点 P 作 $PD \perp BC$ 于点 D , 请尝试写出 $\angle B$ 、 $\angle$

C 、 $\angle EPD$ 之间的数量关系，并说明理由.

22. $\triangle ABC$ 中, $\angle C=70^\circ$, 点 D, E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AC, BC 上的点, 点 P 是一动点, 令 $\angle PDA=\angle 1$, $\angle PEB=\angle 2$, $\angle DPE=\angle \alpha$.

初探:

- (1) 如图 1, 若点 P 在线段 AB 上, 且 $\angle \alpha=60^\circ$, 则 $\angle 1+\angle 2=$ _____;
- (2) 如图 2, 若点 P 在线段 AB 上运动, 则 $\angle 1, \angle 2, \angle \alpha$ 之间的关系为 _____;
- (3) 如图 3, 若点 P 在线段 AB 的延长线上运动, 则 $\angle 1, \angle 2, \angle \alpha$ 之间的关系为 _____;

再探:

- (4) 如图 4, 若点 P 运动到 $\triangle ABC$ 的内部, 写出此时 $\angle 1, \angle 2, \angle \alpha$ 之间的关系, 并说明理由.

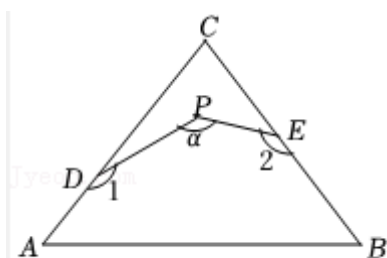


图4

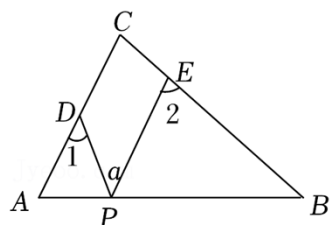


图1

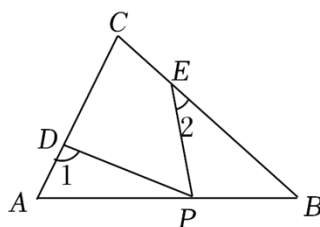


图2

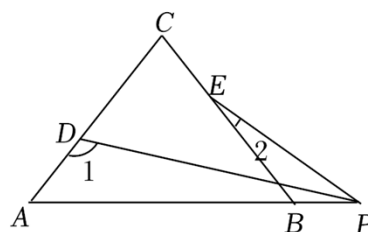


图3

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, O 为坐标原点, 点 A 的坐标为 $(2, a)$, 点 B 的坐标为 $(6, b)$, 连接 AB .

(1) 若 AB 平行于 x 轴, 求线段 AB 的长度;

(2) 若 $b - a = 2$.

①当直线 AB 经过点 O 时, 求 a 的值;

②连接 OA, OB , 若 $\triangle AOB$ 的面积大于 4 不大于 12 时, 求 a 的取值范围.

第13章 三角形中的边角关系、命题与证明（提高篇）

一、选择题（每小题4分，共40分）

1. 下列命题中，是真命题的是（ ）

- A. 平方根等于它本身的数是0和1
- B. $\sqrt{16}$ 的算术平方根是4
- C. 5是25的平方根
- D. 有理数分为正有理数和负有理数

【分析】利用平方根的定义、算术平方根的定义及有理数的分类方法分别判断后即可确定正确的选项.

【解答】解：A、平方根等于它本身的数是0，故原命题错误，是假命题，不符合题意；

B、 $\sqrt{16}$ 的算术平方根是2，故原命题错误，是假命题，不符合题意；

C、5是25的平方根，正确，是真命题，符合题意；

D、有理数分为正有理数、负有理数和0，故原命题错误，不符合题意.

故选：C.

【点评】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解平方根的定义、算术平方根的定义及有理数的分类方法等知识，难度不大.

2. 若一个三角形三个内角的比是2:3:4，则三个内角的分别是（ ）

- A. 20° ， 30° ， 40°
- B. 40° ， 60° ， 80°
- C. 60° ， 90° ， 120°
- D. 10° ， 15° ， 20°

【分析】因为三角形的内角度数和是 180° ，由“三个内角度数的比是2:3:4”可求出三角形每个角的度数占内角度数和的几分之几，根据一个数乘分数的意义，求出每个角的度数，进而判断即可.

【解答】解： $2+3+4=9$ ，

$$180^\circ \times \frac{2}{9} = 40^\circ,$$

$$180^\circ \times \frac{3}{9} = 60^\circ,$$

$$180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ,$$

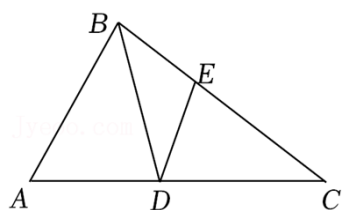
所以三个内角的分别是 40° ， 60° ， 80° .

故选：B.

【点评】本题主要考查了三角形内角和定理，明确三角形的内角度数的和是 180° 是解题的关键.

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=30^\circ$ ，BD平分 $\angle ABC$ 交AC于点D，DE//AB，交BC于点

E, 若 $\angle BDE=50^\circ$, 则 $\angle A$ 的度数是 ()



A. 40°

B. 50°

C. 60°

D. 70°

【分析】首先利用平行线的性质求出 $\angle ABD$ 的度数, 接着利用角平分线的性质求出 $\angle ABC$, 最后利用三角形的内角和求出 $\angle A$ 的度数.

【解答】解: $\because DE \parallel AB$, $\angle BDE=50^\circ$,

$\therefore \angle ABD=\angle BDE=50^\circ$,

而 BD 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABC=2\angle ABD=100^\circ$,

$\therefore \angle A=180^\circ - \angle C - \angle ABC=180^\circ - 100^\circ - 30^\circ =50^\circ$.

故选: B.

【点评】此题主要考查了三角形的内角和定理, 同时也利用了角平分线的性质, 比较简单.

4. 已知三角形的两边长分别为 6cm 和 8cm , 则下列长度的四条线段中能作为第三边上的中线是 ()

A. 1cm

B. 2cm

C. 12cm

D. 14cm

【分析】构造平行四边形 ABCD, 根据三角形三边关系求得 BD 的取值范围, 即可得出 OB 的取值范围.

【解答】解: 如下图所示, $\triangle ABC$ 中 $AB=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$.

过 A、C 分别作 BC 和 AB 的平行线, 则四边形 ABCD 为平行四边形.

$\therefore AD=BC=6\text{cm}$, $AO=OC$, $BO=OD$,

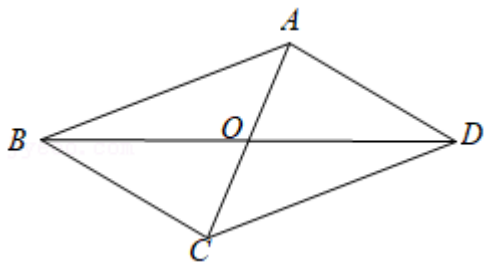
$\therefore OB$ 为 $\triangle ABC$ 的中线, $OB=\frac{1}{2}BD$,

$\therefore$ 在 $\triangle ABD$ 中, $AB-AD<BD<AB+AD$,

$\therefore 2\text{cm}<BD<14\text{cm}$,

$\therefore 1\text{cm}<OB<7\text{cm}$, 符合题意的只有选项 B,

故选: B.



【点评】本题考查平行四边形的性质和判定，三角形三边关系，能借助平行四边形对角线互相平分构造图形分析是解题关键.

5. 已知 a 、 b 、 c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，化简 $|a - b - c| - |c - a + b|$ 的结果为 ()

A. $2a - 2b - 2c$ B. $2a + 2b$ C. $-2c$ D. 0

【分析】根据三角形三边关系得到 $a - b - c < 0$ ， $c - a + b > 0$ ，再去绝对值，合并同类项即可求解.

【解答】解：∵ a ， b ， c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长，

$$\therefore a - b - c < 0, \quad c - a + b > 0,$$

$$\therefore |a - b - c| - |c - a + b|$$

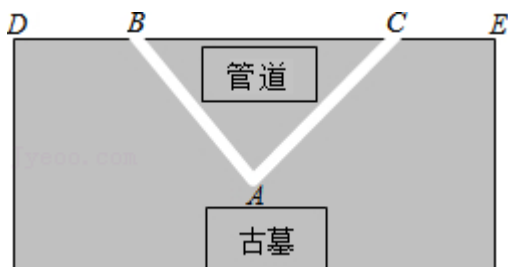
$$= -a + b + c - c + a - b$$

$$= 0.$$

故选：D.

【点评】本题考查了三角形三边关系，绝对值的性质，整式的加减，关键是得到 $a - b - c < 0$ ， $c - a + b > 0$.

6. 如图所示，考古学家发现在地下 A 处有一座古墓，古墓上方是煤气管道，为了不影响管道，准备在 B 和 C 处开工挖出“V”字形通道，如果 $\angle DBA = 120^\circ$ ， $\angle ECA = 125^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数是 ()



A. 65° B. 80° C. 85° D. 90°

【分析】根据邻补角的定义求得 $\triangle ABC$ 的两个内角 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的度数，然后利用 $\triangle ABC$ 的内角和是 180° 来求 $\angle A$ 的度数即可.

【解答】解：∵ $\angle DBA = 120^\circ$ ， $\angle ECA = 125^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle DBA = 60^\circ, \quad \angle ACB = 180^\circ - \angle ECA = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 55^\circ = 65^\circ, \quad \text{即 } \angle A = 65^\circ.$$

故选：A.

【点评】本题考查了三角形内角和定理. 解答该题时, 先利用了邻补角的性质求得 $\triangle ABC$ 的两个内角 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的度数, 然后由三角形内角和定理求得 $\angle A$ 的度数. 当然了, 也可以利用三角形外角的性质来求 $\angle A$ 的度数.

7. 下面说法正确的个数是 ()

- (1) 三角形中最小的内角不能大于 60° ;
- (2) 三角形的一个外角等于这个三角形的两个内角的和;
- (3) 三角形任意两个内角的和大于第三个内角;
- (4) 直角三角形只有一条高;
- (5) 在同圆中任意两条直径都相互平分;
- (6) 三角形一边上的高小于这个三角形的其他两边.

A. 5 个 B. 4 个 C. 3 个 D. 2 个

【分析】根据三角形的内角和定理, 三角形外角的性质, 三角形的高线, 圆的概念等知识逐项判定可求解.

【解答】解: (1) 三角形中最小的内角不能大于 60° , 若大于了 60° , 三角形的内角和就大于了 180° , 故原说法正确, 符合题意;

(2) 三角形的一个外角大于和它不相邻的两个内角的和, 故原说法错误, 不符合题意;

(3) 三角形任意两个内角的和不一定大于第三个内角, 当第三个角为钝角时就不大于, 故错误, 不合题意;

(4) 直角三角形有三条高, 故错误, 不符合题意;

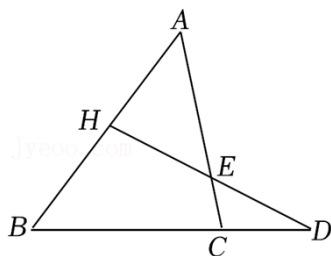
(5) 在同圆中任意两条直径都相互平分, 故正确, 符合题意;

(6) 直角三角形一边上的高可以等于这个三角形的其他边, 故财务, 不符合题意.

故选: D.

【点评】本题主要考查三角形的内角和定理, 三角形外角的性质, 三角形的高线, 圆的概念, 掌握相关内容是解题的关键.

8. 如图, 下列说法不正确的是 ()



A. $\angle B + \angle ACB < 180^\circ$

B. $\angle B + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$

C. $\angle B > \angle ACD$

D. $\angle HEC > \angle B$

【分析】根据三角形的外角性质、三角形内角和定理判断即可.

【解答】解: A、在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$,

$\therefore \angle B + \angle ACB < 180^\circ$ ，本选项说法正确，不符合题意；

B、在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle B + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$ ，本选项说法正确，不符合题意；

C、 $\because \angle ACD$ 是 $\triangle ACB$ 的一个外角，

$\therefore \angle B < \angle ACD$ ，本选项说法错误，符合题意；

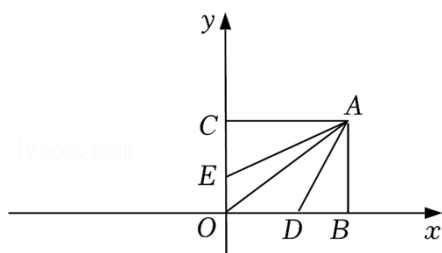
D、 $\because \angle HEC > \angle ACD$ ， $\angle ACD > \angle B$ ，

$\therefore \angle HEC > \angle B$ ，本选项说法正确，不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查的是三角形的外角性质、三角形内角和定理，掌握三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和、三角形的一个外角大于和它不相邻的任何一个内角是解题的关键.

9. 如图，平面直角坐标系 xOy 中，点 A 坐标为 $(6, 4)$ ，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，过点 A 作 $AC \perp y$ 轴于点 C . 点 E 从点 O 出发，以每秒1个单位长度的速度沿 y 轴正方向运动，同时，点 D 从点 B 出发，以每秒2个单位长度的速度沿 x 轴负方向运动，设运动时间为 t (s)，当 $S_{\triangle AOD} > S_{\triangle AOE}$ 时，则 t 应满足 ()



A.

B.

C. 或 $t > 12$

D. 或 $t > 12$

【分析】分两种情况，利用运动表示出 OD ， OE ，进而表示出 $\triangle AOD$ 和 $\triangle AOE$ 的面积，建立不等式求解，即可得出结论；

【解答】解： $\because$ 点 A 坐标为 $(6, 4)$ ，

又 $AB \perp x$ 轴于 B ， $AC \perp y$ 轴于 C ， $\angle COB = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABOC$ 为矩形，

$\therefore AC = OB = 6$ ， $AB = OC = 4$ ，

由运动知， $BD = 2t$ ， $OE = t$ ，

当点 D 在 OB 上时，即 $0 < t < 3$ ，则 $OD = 6 - 2t$ ，

$\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} OE \cdot AC = \frac{1}{2} t \times 6 = 3t$ ， $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} OD \cdot AB = \frac{1}{2} \times (6 - 2t) \times 4 = 4(3 - t)$ ，

$\therefore S_{\triangle AOD} > S_{\triangle AOE}$ ，

$$\therefore 4(3-t) > 3t,$$

$$\therefore t < \frac{12}{7},$$

$$\text{即 } 0 < t < \frac{12}{7},$$

当点 D 在 BO 的延长线上时，即 $t > 3$ ，

$$\text{则 } OD = 2t - 4,$$

$$\therefore S_{\triangle AOE} = \frac{1}{2} OD \cdot AC = \frac{1}{2} t \times 6 = 3t, \quad S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} OE \cdot AB = \frac{1}{2} \times (2t - 6) \times 4 = 4(t - 3),$$

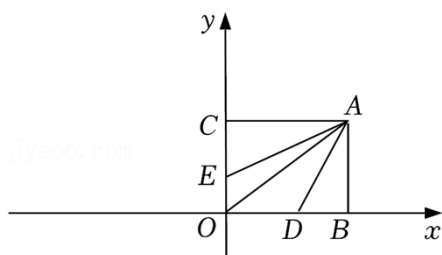
$$\therefore S_{\triangle AOD} > S_{\triangle AOE},$$

$$\therefore 4(t - 3) > 3t$$

$$\therefore t > 12,$$

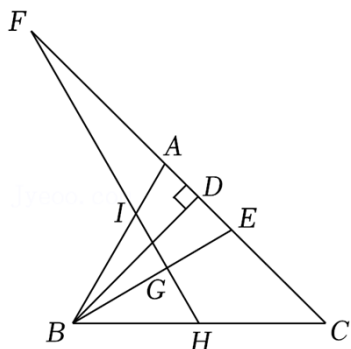
$$\text{即 } 0 < t < \frac{12}{7} \text{ 或 } t > 12.$$

故选：D.



【点评】本题主要考查了三角形的面积，同时也利用了坐标系中点的坐标与图形的线段长度的关系，有一定的综合性.

10. 如图，在 $\triangle ABC$ ，BD、BE 分别是高和角平分线，点 F 在 CA 的延长线上， $FH \perp BE$ 交 BD 于 G，交 BC 于 H，下列结论：① $\angle DBE = \angle F$ ；② $2\angle BEF = \angle BAF + \angle C$ ；③ $\angle F = \frac{1}{2}(\angle BAC - \angle C)$ ；④ $\angle BGH = \angle ABE + \angle C$ ，正确的是（ ）



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

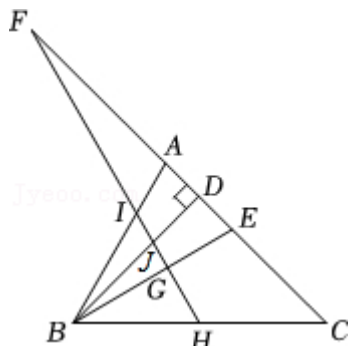
【分析】①根据 $BD \perp FD$ ， $FH \perp BE$ 和 $\angle FJD = \angle BJH$ ，证明结论正确；

②根据角平分线的定义和三角形外角的性质证明结论正确；

③证明 $\angle DBE = \angle BAC - \angle C$ ，根据①的结论，证明结论正确；

④根据角平分线的定义和三角形外角的性质证明结论正确.

【解答】解：设BD交FH于点J.



① $\because BD \perp FD$,

$$\therefore \angle FJD + \angle F = 90^\circ$$

$\because FH \perp BE$,

$$\therefore \angle BJG + \angle DBE = 90^\circ,$$

$\because \angle FJD = \angle BJG$,

$$\therefore \angle DBE = \angle F,$$

①正确；

② $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

$$\angle BEF = \angle CBE + \angle C,$$

$$\therefore 2\angle BEF = \angle ABC + 2\angle C,$$

$$\angle BAF = \angle ABC + \angle C,$$

$$\therefore 2\angle BEF = \angle BAF + \angle C,$$

②正确；

$$\textcircled{3} \angle ABD = 90^\circ - \angle BAC,$$

$$\angle DBE = \angle ABE - \angle ABD = \angle ABE - 90^\circ + \angle BAC = \angle CBD - \angle DBE - 90^\circ + \angle BAC,$$

$$\because \angle CBD = 90^\circ - \angle C,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle BAC - \angle C - \angle DBE,$$

由①得， $\angle DBE = \angle F$,

$$\therefore \angle F = \angle BAC - \angle C - \angle DBE,$$

$$\therefore \angle F = \frac{1}{2} (\angle BAC - \angle C);$$

③正确；

$$\textcircled{4} \because \angle AEB = \angle EBC + \angle C,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/375110300144011221>