

湖北省武汉市武昌区武珞路中学 2021-2022 学年九年级上学

期期中数学试题

学校:_____姓名:_____班级:_____考号:_____

一、单选题

1. 将一元二次方程 $3x^2 - 1 = 6x$ 化成一般形式后, 二次项系数和一次项系数分别是 ()

- A. 3, -1 B. 3, 1 C. 3, -6 D. 3, 6

2. 下列图形中, 是中心对称图形的是 ()



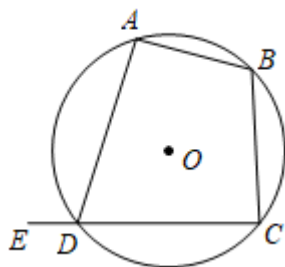
3. 抛物线 $y = -3(x-1)^2 - 2$ 的顶点坐标是 ()

- A. (-1, 2) B. (1, -2) C. (-1, -2) D. (1, 2)

4. 一元二次方程 $x^2 + 6x + 4 = 0$ 配方后正确的是 ()

- A. $(x-3)^2 = 5$ B. $(x-3)^2 = 13$ C. $(x+3)^2 = 5$ D. $(x+3)^2 = 13$

5. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, E 在 CD 延长线上, 若 $\angle B = 100^\circ$, 则 $\angle ADE$ 的度数是 ()



- A. 100° B. 105° C. 80° D. 110°

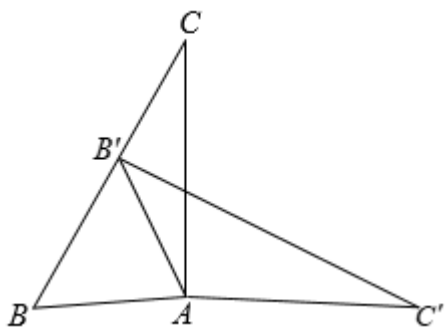
6. 青山村种的某农作物 2019 年平均每公顷产 7200kg, 2021 年平均每公顷产 8450kg, 设这种农作物每公顷产量的年平均长率是 x , 根据题意, 所列方程正确的是 ()

- A. $7200 \times (1+x^2) = 8450$ B. $7200 + 2 \times 7200x = 8450$

C. $7200 \times (1+x)^2 = 8450$

D. $7200 \times (1+x+x^2) = 8450$

7. 如图，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针方向旋转得到 $\triangle AB'C'$ ，且点 B' 恰好落在 BC 上，若 $AB' = CB'$ ， $\angle BAC = 105^\circ$ ，则 $\angle C'$ 的度数是（ ）



- A. 22° B. 23° C. 24° D. 25°

8. 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a < 0$) 有两个不相等的实数根，则抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点一定在（ ）

- A. 在 x 轴上方 B. 在 x 轴下方 C. 在 y 轴右侧 D. 在 y 轴左侧

9. 二次函数 $y = x^2 - 2x + c$ 的图象经过 $A(-3, y_1)$ ， $B(-1, y_2)$ ， $C(2, y_3)$ ， $D(4, y_4)$ 四个点，下列说法一定正确的是（ ）

- A. 若 $y_1 > 0$ ，则 $y_2 y_3 < 0$ B. 若 $y_2 > 0$ ，则 $y_1 y_4 < 0$
C. 若 $y_3 < 0$ ，则 $y_1 y_2 > 0$ D. 若 $y_4 < 0$ ，则 $y_2 y_3 > 0$

10. 已知 a ， b 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两根，则代数式 $2a^3 + 5a + 3b^3 + 3b + 1$ 的值是（ ）

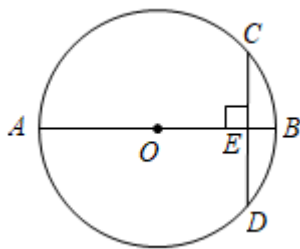
- A. 19 B. 20 C. 14 D. 15

二、填空题

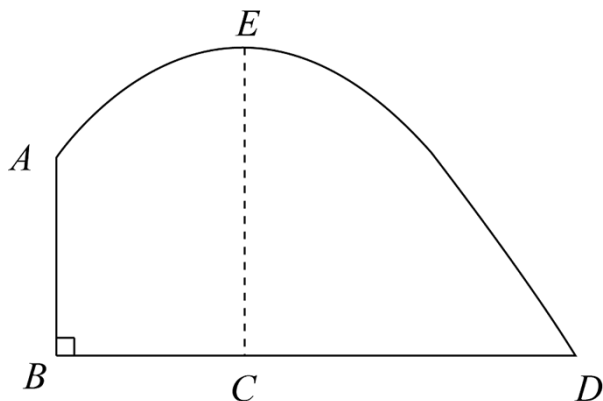
11. 在平面直角坐标系中，点 $(2, -1)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + a = 0$ 有两个相等的实数根，则 a 的值是_____.

13. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ ，垂足为 E ， $CD = 8$ ， $BE = 1$ ，则 AB 的长为_____.



14. 如图, 要修建一个圆形喷水池, 在池中心竖直安装一根长度为3.2m水管 AB , 在水管的顶端A点处安一个喷水头, 使喷出的抛物线形水柱在与池中心的水平距离 $BC = 3\text{m}$ 处达到最高, 水柱落地处离池中心距离 $BD = 8\text{m}$, 则抛物线形水柱的最高点到地面的距离 EC 是_____ m.



15. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数) 的图象经过 $(-1, 0)$, 对称轴在 y 轴的右侧. 下列四个结论: ① $abc > 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ 若 $a + 2c = 0$, 则 $x = 2$ 是方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的一个根; ④ 若 $A(x_1, n)$, $B(x_2, n)$ 是抛物线上两点, 当 $x = x_1 + x_2$ 时, 则 $y = c$. 其中正确的是_____. (填写序号)

16. 如图1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD < AB$, 点 E 和 F 同时从点 A 出发, 点 E 以 1cm/s 的速度沿 $A-D-C$ 的方向运动, 点 F 以 1cm/s 的速度沿 $A-B-C$ 的方向运动, 两点相遇时停止运动. 设运动时间为 $x\text{s}$, $\triangle AEF$ 的面积为 $y\text{cm}^2$, y 关于 x 的函数图象如图2, 图象经过点 $(3, m)$ (n, m) , 则 n 的值为_____.

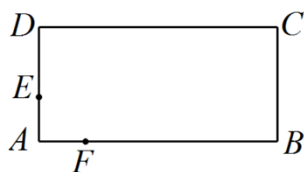


图1

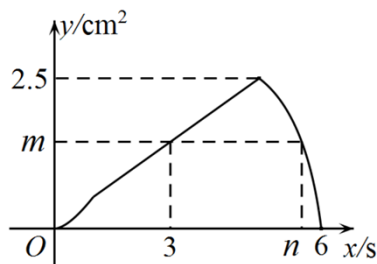


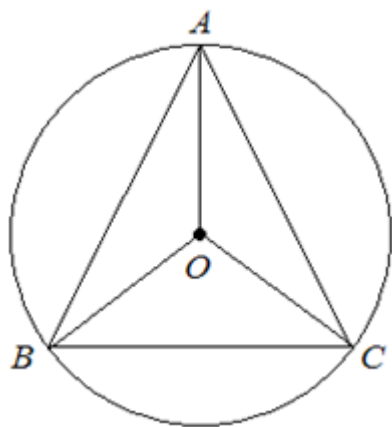
图2

三、解答题

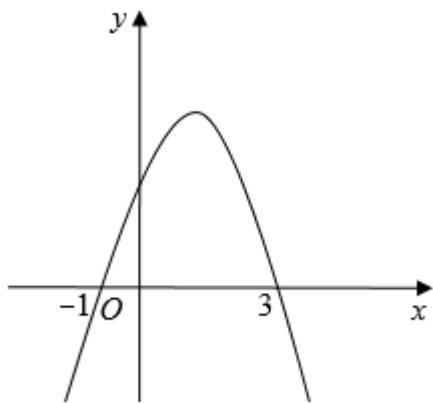
17. 解方程 $x^2 - x - 3 = 0$

18. 如图，在 $\odot O$ 中， $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$ ， $\angle ACB = 60^\circ$ ，

求证 $\angle AOB = \angle BOC = \angle COA$ 。



19. 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 图像经过 $(-1, 0)$ 和 $(3, 0)$ 。



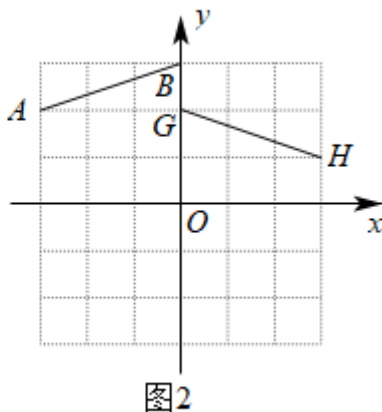
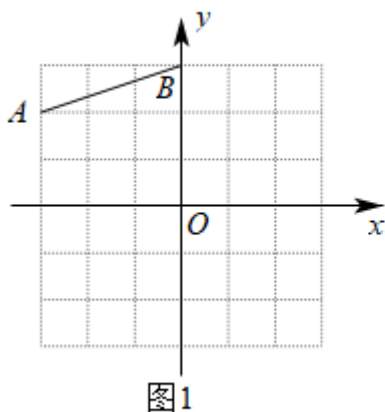
(1) 求出抛物线的解析式；

(2) 直接写出 x 满足什么条件时， y 随 x 的增大而减小；

(3) 直接写出不等式 $-x^2 + bx + c > 0$ 的解集；

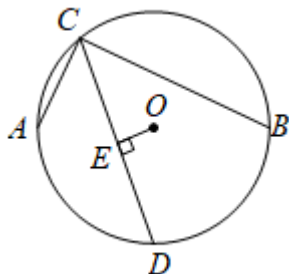
(4) 当 $0 < x < 3$ 时，直接写出 y 的取值范围。

20. 如图是由小正方形组成的 6×6 网格，每个小正方形的顶点叫做格点。线段 AB 的两个端点都在格点上，小正方形的边长为1个单位长度，以格点 O 为原点建立平面角坐标系，仅用无刻度的直尺在给定网格中完成画图（画图过程用虚线表示，画图结果用实线表示）。

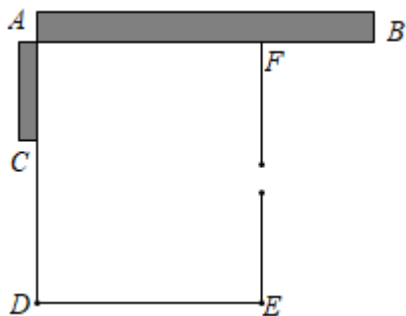


- (1) 图1中画出线段 AB 关于点 O 对称的图形 CD (B 与 D 对应) 直接写出 C 的坐标;
- (2) 图1中画出线段 AB 绕点 O 逆时针旋转 90° 后的图形 EF (B 与 F 对应), 直接写出 E 的坐标;
- (3) 图2中, 点 G 和点 H 都在格点上, 线段 GH 是由线段 AB 绕点 P 顺时针旋转得到的, 画出点 P , 接写出 P 的坐标.

21. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AC 为 2cm , 弦 BC 为 4cm , $\angle ACB = 90^\circ$, $\widehat{AD} = \widehat{BD}$, OE 与弦 CD 垂直于点 E .



- (1) 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 求 OE 的长.
22. 两段相互垂直的墙 AB 和 AC 的长分别为 12m 和 3m , 用一段长为 23m 的篱笆围成一个矩形菜园(篱笆全部使用完), 如图所示, 矩形菜园的一边 AD 由墙 AC 和一节篱笆 CD 构成, 一边 AF 靠在墙 AB 上, 一边 EF 上有一个 2m 的门. 假设篱笆 CD 的长为 $x\text{m}$, 矩形菜园的面积为 $S\text{m}^2$ ($S > 0$), 回答下面的问题:



- (1) ①用含 x 的式子表示篱笆 DE 的长为_____m, x 的取值范围是_____;
- ②菜园的面积能不能等于 90m^2 ? 若能, 求出此时 x 的值; 若不能, 请说明理由.
- (2) 求菜园面积 S 的最大值.

23. 提出问题: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中, $\angle ACB = \angle DCE = 120^\circ$, $BC = AC$, $EC = DC$, 点 E 在 $\triangle ABC$ 内部, 直线 AD 与 BE 交于点 F , 线段 AF 、 BF 、 CF 之间存在怎样的数量关系?

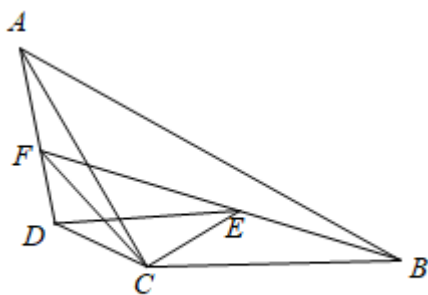


图1

探究问题:

- (1) 先将问题特殊化, 如图 2, 当点 D 、 F 重合时, 直接写出一个等式, 表示线段 AF 、 BF 、 CF 之间的数量关系;

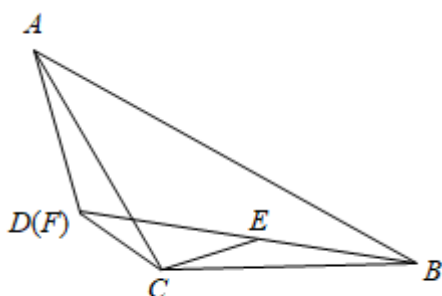


图2

- (2) 再探究一般情形, 如图 1, 当点 D 、 F 不重合时, 证明 (1) 中的结论仍然成立.

解决问题:

- (3) 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC$. 若 $\angle ADC = 135^\circ$, 记 $AD = a$,

$BD=b$ ， $CD=c$ ，补充并探究图形，直接写出 a 、 b 、 c 之间的数量关系.

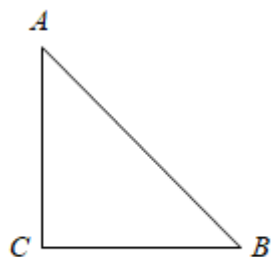


图3

24. 将抛物线 $y=4x^2-8x+7$ 先向左平移1个单位长度，再向下平移3个单位长度得到抛物线 C ，经过定点 D 的直线 $y=kx+2$ ($k \neq 0$) 交抛物线 C 于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，点 O 为坐标原点.

(1) 直接写出抛物线 C 的解析式和定点 D 的坐标;

(2) 用字母 S 表示三角形的面积，若 $2S_{\triangle AOD} - S_{\triangle BOD} = 1$. 请补充图 1，求 k 的值;

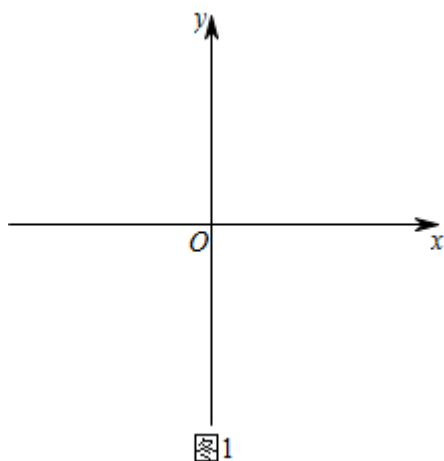


图1

(3) 若点 P 在直线 $y=-2$ 上运动，且满足直线 PA 与直线 PB 分别与 y 轴交于 M 、 N 两点，请补充图 2，求证： OM 与 ON 的积是定值.

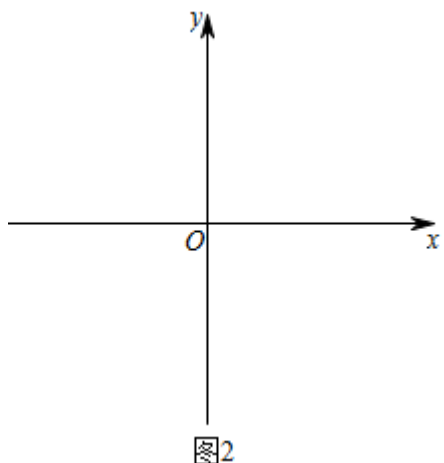


图2

参考答案：

1. C

【分析】先化成一般形式，即可得出答案.

【详解】解：由题意，

把一元二次方程 $3x^2 - 1 = 6x$ 化成一般形式得： $3x^2 - 6x - 1 = 0$ ，

∴二次项系数为 3，一次项系数为 -6；

故选：C.

【点睛】本题考查了一元二次方程的一般形式，能化成一元二次方程的一般形式是解此题的关键，注意：说项的系数带着前面的符号.

2. D

【分析】根据中心对称图形的定义判断即可.

【详解】解：根据中心对称图形的定义，选项 A、B、C，找不到一个点，使得图像绕这一点旋转 180° 后，与原来图形重合，不符合题意；D 图形绕对角线的交点旋转 180° 后，与原来图形重合，为中心对称图形，符合题意

故选 D

【点睛】本题考查了中心对称图形即图形绕某点旋转 180° 后与原来图形重合，熟练掌握定义是解题的关键.

3. B

【分析】由抛物线的顶点式直接得出抛物线的顶点坐标.

【详解】抛物线的顶点坐标为 (1, -2)

故选：B.

【点睛】本题考查了二次函数图象与性质，根据抛物线的顶点式写出其顶点坐标是关键，也是基本要求.

4. C

【分析】先将 4 移到右边，然后两边同时加 9 配方即可.

【详解】 $x^2 + 6x + 4 = 0$

$$x^2 + 6x = -4$$

$$x^2 + 6x + 9 = -4 + 9$$

$$(x+3)^2 = 5$$

故选 C.

【点睛】本题考查配方法解一元二次方程，熟悉配方步骤是解题的关键.

5. A

【分析】根据圆内接四边形的性质即可解决.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$

$$\therefore \angle ADC + \angle B = 180^\circ$$

$$\because \angle ADE + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ADE = \angle B = 100^\circ$$

故选：A.

【点睛】本题考查了圆内接四边形的性质，掌握此性质是关键.

6. C

【分析】本题依据题中的等量关系水稻 2019 年平均每公顷产 7200kg，2021 年平均每公顷产 8450kg，根据增长后的产量=增长前的产量 $(1+\text{增长率})$ ，设增长率是 x ，则 2019 年的产量是 $7200 \times (1+x)^2$ 据此即可列方程.

【详解】解：设水稻每公顷产量的年平均增长率为 x ，

$$\text{则有： } 7200 \times (1+x)^2 = 8450,$$

故选：C.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，若原来的数量为 a ，平均每次增长或降低的百分率为 x ，经过第一次调整，就调整到 $a \times (1 \pm x)$ ，再经过第二次调整就是 $a \times (1 \pm x)(1 \pm x) = a(1 \pm x)^2$. 增长用“+”，下降用“-”.

7. D

【分析】由已知可得： $\angle B'AC = \angle C$ ， $\angle B = \angle AB'B = 2\angle C$ ，根据已知， $\angle B + \angle C = 75^\circ$ ，从而可求得 $\angle C$ 的度数，再由旋转的性质即可求得结果.

【详解】 $\because AB' = CB'$

$$\therefore \angle B'AC = \angle C$$

由旋转的性质有： $AB = AB'$ ， $\angle C = \angle C'$

$$\therefore \angle B = \angle AB'B, \angle AB'B = 2\angle C$$

$$\therefore \angle B = \angle AB'B = 2\angle C$$

$$\because \angle BAC = 105^\circ$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 75^\circ$$

即 $2\angle C + \angle C = 75^\circ$

$$\therefore \angle C = 25^\circ$$

$$\therefore \angle C' = 25^\circ$$

故选：D.

【点睛】本题考查了旋转的性质，等腰三角形的性质，三角形内角和定理及三角形外角性质等知识，掌握这些知识是关键.

8. A

【分析】根据开口方向以及方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a < 0$) 有两个不相等的实数根，可得抛物线的顶点在 x 轴上方.

【详解】 $\because a < 0$ ，方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a < 0$) 有两个不相等的实数根，

$\therefore$ 抛物线的开口朝下，且抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴有两个不同的交点

$\therefore$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点一定在 x 轴上方.

故选 A

【点睛】本题考查了抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象的性质，理解题意是解题的关键.

9. D

【分析】根据二次函数的对称性判断即可；

【详解】由题可知二次函数对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ，

$$\because a > 0,$$

$\therefore$ 函数图像开口向上，

$\therefore$ 当 $x < 1$ 时， y 随 x 的增大而减小，当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而增大，

$$\therefore y_1 > y_2, y_3 < y_4,$$

根据二次函数图象的对称性可知： $y_1 > y_4 > y_2 > y_3$ ，

$\therefore$ 当 $y_1 > 0$ 时，不能确定 $y_2 y_3$ 的大小，故 A 不符合题意；

当 $y_2 > 0$ 时， $y_1 y_4 > 0$ ，故 B 错误；

当 $y_3 < 0$ 时，不能确定 $y_1 y_2$ 的大小，故 C 不符合题意；

当 $y_4 < 0$ 时， $y_2 y_3 > 0$ ，故 D 正确；

故选 D.

【点睛】本题主要考查了二次函数的图象性质，准确分析判断是解题的关键.

10. D

【分析】由根与系数的关系可得： $a+b=1$ ，再由 a 与 b 是方程的两根可得 $a^2=a+1$ ， $b^2=b+1$ ，把 a^3 与 b^3 采用降次的方法即可求得结果的值.

【详解】 $\because a$ 与 b 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两根

$$\therefore a+b=1, a^2-a-1=0, b^2-b-1=0$$

$$\therefore a^2=a+1, b^2=b+1$$

$$\because a^3 = a^2 \cdot a = (a+1)a = a^2 + a = a+1+a = 2a+1, \text{ 同理: } b^3 = 2b+1$$

$$\therefore 2a^3 + 5a + 3b^3 + 3b + 1$$

$$= 2(2a+1) + 5a + 3(2b+1) + 3b + 1$$

$$= 9a + 9b + 6$$

$$= 9(a+b) + 6$$

$$= 9 \times 1 + 6$$

$$= 15$$

故选：D.

【点睛】本题考查了一元二次方程的解的概论、一元二次方程根与系数的关系，求代数式的值，灵活进行整式的运算是解题的关键.

11. $(-2, 1)$

【详解】解：点 $(2, -1)$ 关于原点对称的点的坐标是 $(-2, 1)$.

故答案为 $(-2, 1)$.

12. 4

【详解】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + a = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = 4^2 - 4a = 16 - 4a = 0,$$

解得： $a=4$.

故答案为 4.

13. 17

【分析】分别连接 AC 、 BC ，则可得 $AC \perp BC$ ，再由 $CD \perp AB$ 即可证得 $\triangle ACE \sim \triangle CBE$ ，根据相似三角形的性质及垂径定理即可求得 AE 的长，从而可求得 AB 的长.

【详解】分别连接 AC 、 BC

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径

$\therefore AC \perp BC$

$\therefore \angle CAE + \angle CBA = 90^\circ$

$\because CD \perp AB$

$\therefore \angle BCE + \angle CBA = 90^\circ$

$\therefore \angle CAE = \angle BCE$

$\therefore Rt\triangle ACE \sim Rt\triangle CBE$

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{AE}{CE}$$

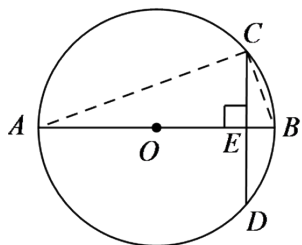
$\because CD \perp AB$, AB 为直径

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = 4$$

$$\therefore AE = \frac{CE^2}{BE} = \frac{4^2}{1} = 16$$

$$\therefore AB = AE + BE = 16 + 1 = 17$$

故答案为：17.



【点睛】本题考查了直径所对的圆周角是直角，垂径定理，三角形相似的判定与性质等知识，构造辅助线证明三角形相似是关键.

14. 5

【分析】以 B 为原点，分别以 BD 、 BA 所在的直线为 x 、 y 轴，建立坐标系，则 $A(0,3.2)$ ， $D(8,0)$ ，抛物线的对称轴为 $x=3$ ，求出抛物线解析式，即可求解.

【详解】解：以 B 为原点，分别以 BD 、 BA 所在的直线为 x 、 y 轴，建立坐标系，则 $A(0,3.2)$ ， $D(8,0)$ ，抛物线的对称轴为 $x=3$

设抛物线为 $y = ax^2 + bx + c$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/376024011044010141>