红山区 2024-2025 学年度第一学期期末学情监测

高一年级数学

2025.1

本试卷共 **4** 页.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名和准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区.

2．选择题必须使用 **2B** 铅笔填涂；非选择题必须使用 **0.5** 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚.

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效.

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑.

5．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀.

一、单项选择题：本题共 **8** 小题，每小题满分 **5** 分，共 **40** 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，选对得 **5** 分，选错得 **0** 分.

1. 已知集合 $M=\{x|1\le x\le 3\}$，$N=\left\{x\left|\frac{x}{x-2}<0\right.\right\}$，则 $M\cap N=$（　　）

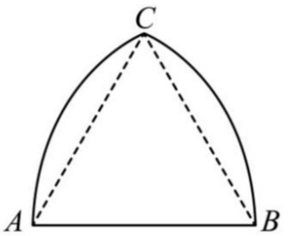
A. $\{x|1\le x\le 2\}$　　B. $\{x|1\le x<2\}$　　C. $\{x|2\le x<3\}$　　D. $\{x|2<x\le 3\}$

2. 命题“$\forall x>0, x^2>0$”的否定是（　　）

A. $\forall x\le 0, x^2>0$　　B. $\exists x_0>0, x_0^2\le 0$

C. $\exists x_0\le 0, x_0^2\le 0$　　D. $\forall x>0, x^2\le 0$

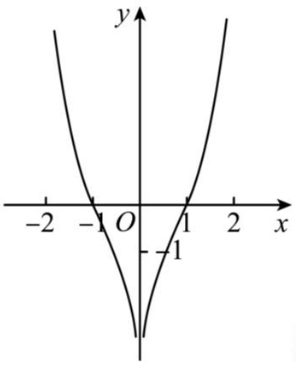
3. 拱券是教堂建筑的主要素材之一，常见的拱券包括半圆拱、等边哥特拱、弓形拱、马蹄拱、二心内心拱、四心拱、土耳其拱、波斯拱等.如图，分别以点 A 和 B 为圆心，以线段 AB 为半径作圆弧，交于点 C，等边哥特拱是由线段 AB，$\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{BC}$ 所围成的图形.若 $AB=2$，则该拱券的面积是（　　）

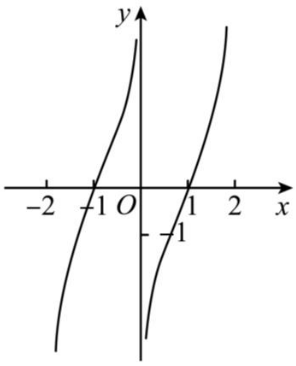


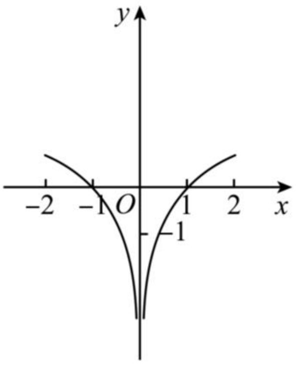
A. $\frac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$　　　　B. $\frac{2\pi}{3}-2\sqrt{3}$

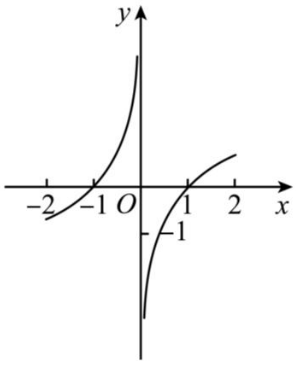
C $\frac{4\pi}{3}+\sqrt{3}$　　　　D. $\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

4. 函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2^x\ln x, x>0\\ 2^{-x}\ln\left(-x\right), x<0\end{cases}$ 的图象大致是（　　）

A 

B. 

C. 

D. 

5. 在科学技术中，常常使用以 $e=2.71828\ldots$ 为底的对数，这种对数称为自然对数.若取 $e^3\approx 20$，$e^7\approx 1100$，则 $\ln 55\approx$（　　）

A. $\frac{7}{3}$　　　　B. $\frac{11}{3}$　　　　C. 4　　　　D. 6

6. 已知 $\sin\left(30^\circ+\alpha\right)=\frac{3}{5}$，$60^\circ<\alpha<150^\circ$，则 $\cos\left(150^\circ-\alpha\right)$ 的值为（　　）

A. $\frac{4}{5}$　　　　B. $-\frac{4}{5}$　　　　C. $\frac{3}{5}$　　　　D. $-\frac{3}{5}$

7. 已知函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left[-1,4\right]$，满足 $\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_2-x_1}>0$, 且 $f\left(3\right)=0$，则不等式 $xf\left(x\right)\le 0$ 的

解集为（　　）

A. $\left(-\infty,0\right]\cup\left[3,+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,0\right)\cup\left(3,+\infty\right)$

C. $\left[-1,0\right]\cup\left[3,4\right]$　　D. $\left[-1,0\right)\cup\left(3,4\right]$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-1,x\geq a\\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1),-1<x<a\end{cases}$，若函数 $g(x)=f(x)-2$ 有两个零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $-1<a\leq\log_2 3$　　B. $-1\leq a<\log_2 3$　　C. $-\frac{3}{4}\leq a<\log_2 3$　　D. $-\frac{3}{4}<a\leq\log_2 3$

二、多项选择题：本题共 **3** 小题，每小题满分 **6** 分，共 **18** 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 **6** 分，部分选对的得部分分，有选错的得 **0** 分．

9. 下列说法正确的是（　　）

A. 若 $a>b,n$ 为正整数，则 $a^n>b^n$

B. 若 $b>a>0,m>0$，则 $\frac{a+m}{b+m}>\frac{a}{b}$

C $\frac{2^a+2^b}{2}\geq 2^{\frac{a+b}{2}}$

D. 若 $0<\alpha<\pi$，则 $0<\sin\alpha<1$

10. 已知函数 $f\left(x\right)=2x+\sin x-1$，则下列命题正确的是（　　）

A. 函数 $f\left(x\right)$ 是奇函数　　B. 函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$ 上存在零点

C. 当 $x\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$ 时，$f\left(x\right)>0$　　D. 若 $g\left(x\right)=\frac{2}{x}+\frac{1}{\sin x}$，则 $f\left(x\right)+g\left(x\right)\geq 5$

11. 悬链线是平面曲线，是柔性链条或缆索两端固定在两根支柱顶部，中间自然下垂所形成的外形.在工程中有广泛的应用，例如县索桥、双曲拱桥、架空电缆都用到了悬链线的原理.当微积分尚未出现的伽利略时期，伽利略猜测这种形状是抛物线.直到 1691 年莱布尼兹和伯努利利用微积分推导出悬链线的方程是 $y=\frac{c}{2}\left(e^{\frac{x}{c}}+e^{-\frac{x}{c}}\right)$，其中　为有关参数.这样，数学上又多了一对与　有关的著名函数——双曲函数：双曲正弦函数 $\sinh\left(x\right)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$ 和双曲余弦函数 $\cosh\left(x\right)=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$.则（　　）

A. $\left[\sinh(x)\right]^2-\left[\cosh(x)\right]^2=1$

B. $\sinh(2x)=2\sinh(x)\cosh(x)$

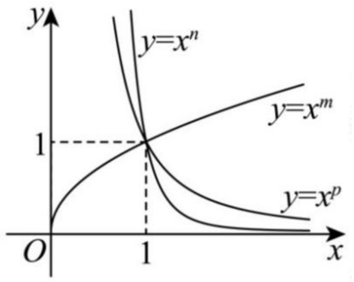
C. $\cosh\left(\ln\frac{1}{x}\right)>\sinh(\ln x)$

D $\sinh(\mathrm{e}^x)\cosh(\ln x)>\cosh(\mathrm{e}^x)\sinh(\ln x)$

三、填空题：本题共 **3** 小题，每小题 **5** 分，共 **15** 分．把答案填在答题卡中的横线上．

12. 已知$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5},\alpha\in(0,\pi)$，则$(\sin\alpha-1)(\cos\alpha+1)=$ _________.

13. 已知幂函数$y=x^m$，$y=x^n$，$y=x^p$的图象如图所示，则m，n，p用<连接为_________.



14. 已知某种果蔬的有效保鲜时间y（单位：小时）与储藏温度x（单位：℃）近似满足函数关系$y=\mathrm{e}^{ax+b}$（a，b为常数，e为自然对数底数），若该果蔬在7℃的保鲜时间为216小时，在28℃的有效保鲜时间为8小时，那么在14℃时，该果蔬的有效保鲜时间大约为_______小时.

四、解答题：本题共 **5** 小题，共 **77** 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 设全集$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x\mid a-3<x<2a-1\}$，$B=\{x\mid \log_2(x-1)\le 2\}$，其中$a\in\mathbf{R}$．

（1）当$a=2$时，求$A\cap B$；

（2）若“$x\in A$”是“$x\in B$”成立　必要不充分条件，求a的取值范围.

16. 已知$f(\alpha)=\dfrac{\sin(\pi-\alpha)\cos(\pi+\alpha)\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)}{\cos(2\pi+\alpha)\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-\alpha\right)\sin(-\pi-\alpha)}$.

（1）若角α的终边过点$P(-12,5)$，求$f(\alpha)$；

（2）若$f(\alpha)=2$，分别求$\dfrac{\sin\alpha-\cos\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$和$4\sin^2\alpha-3\sin\alpha\cos\alpha$的值.

17. 已知函数$f(x)=\log_a\dfrac{2-x}{2+x}$（$a>0$且$a\ne1$）.

（1）求函数 $f\left(x\right)$ 的奇偶性；

（2）若关于 x 的方程 $f\left(x\right)=\log_{a}\left(x-m\right)$ 有实数解，求实数 m 的取值范围.

18. 某企业为响应国家节水号召，决定对污水进行净化再利用，以降低自来水的使用量.经测算，企业拟安装一种使用寿命为 4 年的污水净化设备.这种净水设备的购置费（单位：万元）与设备的占地面积 x（单位：平方米）成正比，比例系数为 0.2，预计安装后该企业每年需缴纳的水费 C（单位：万元）与设备占地面积 x 之间的函数关系为 $C\left(x\right)=\dfrac{20}{x+5}(x>0)$，将该企业的净水设备购置费与安装后 4 年需缴水费之和合计为 y（单位：万元）.

（1）要使 y 不超过 7.2 万元，求设备占地面积 x 的取值范围；

（2）设备占地面积 x 为多少时，y 的值最小？

19. 已知函数 $f\left(x\right)=2^{x}+\dfrac{1}{2^{x}}$，$g\left(x\right)=mf\left(x\right)-f\left(2x\right)-3$.

（1）判断并证明 $y=f\left(x\right)$ 在 $\left(0,+\infty\right)$ 上的单调性；

（2）当 $x\in\left[1,3\right]$ 时，都有 $g\left(x\right)\leq 0$ 成立，求实数 m 的取值范围；

（3）若方程 $g\left(x\right)=4$ 在 $\left[-1,1\right]$ 上有 4 个实数解，求实数 m 的取值范围.

红山区 2024-2025 学年度第一学期期末学情监测

高一年级数学

2025.1

本试卷共 **4** 页.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名和准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区.

2．选择题必须使用 **2B** 铅笔填涂；非选择题必须使用 **0.5** 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚.

3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效.

4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑.

5．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀.

一、单项选择题：本题共 **8** 小题，每小题满分 **5** 分，共 **40** 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，选对得 **5** 分，选错得 **0** 分.

1. 已知集合 $M=\{x|1\le x\le 3\}$，$N=\left\{x\left|\frac{x}{x-2}<0\right.\right\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A. $\{x|1\le x\le 2\}$　　B. $\{x|1\le x<2\}$　　C. $\{x|2\le x<3\}$　　D. $\{x|2<x\le 3\}$

【答案】B

【解析】

【分析】解不等式得到 N，根据交集概念进行求解即可.

【详解】$\frac{x}{x-2}<0$ 等价于 $x(x-2)<0$，解得 $0<x<2$，

故 $N=\left\{x\left|\frac{x}{x-2}<0\right.\right\}=\{x|0<x<2\}$，

又 $M=\{x|1\le x\le 3\}$，所以 $M\cap N=\{x|1\le x<2\}$.

故选：B

2. 命题"$\forall x>0, x^2>0$"的否定是（　　）

A. $\forall x\le 0,x^2>0$　　　　B. $\exists x_0>0,x_0^2\le 0$

C. $\exists x_0\le 0,x_0^2\le 0$　　　　D. $\forall x>0,x^2\le 0$

【答案】B

【解析】

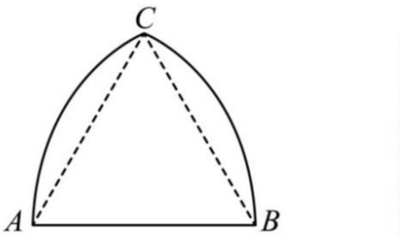
【分析】根据全称命题的否定形式书写即可判断.

【详解】利用全称量词命题的否定是存在量词命题，

所以命题“$\forall x>0,x^2>0$”的否定为：“$\exists x_0>0,x_0^2\le 0$”,

故选：B.

3. 拱券是教堂建筑的主要素材之一，常见的拱券包括半圆拱、等边哥特拱、弓形拱、马蹄拱、二心内心拱、四心拱、土耳其拱、波斯拱等.如图，分别以点 A 和 B 为圆心，以线段 AB 为半径作圆弧，交于点 C，等边哥特拱是由线段 AB，$\overset{\frown}{AC}$，$\overset{\frown}{BC}$ 所围成的图形.若 $AB=2$，则该拱券的面积是（　　）



A. $\dfrac{2\pi}{3}-\sqrt{3}$　　　　B. $\dfrac{2\pi}{3}-2\sqrt{3}$

C. $\dfrac{4\pi}{3}+\sqrt{3}$　　　　D. $\dfrac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】求出扇形 ACB 的面积和三角形 ABC 的面积即得解.

【详解】解：设 $\overset{\frown}{AC}$ 的长为 l, $\therefore \dfrac{l}{2}=\dfrac{\pi}{3}$, $\therefore l=\dfrac{2}{3}\pi$.

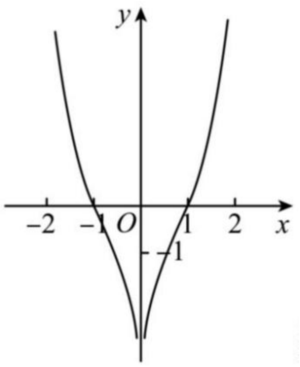
所以扇形 ACB 的面积为 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\pi\times 2=\dfrac{2}{3}\pi$.

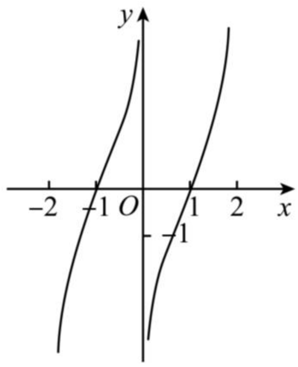
ABC 的面积为 $\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

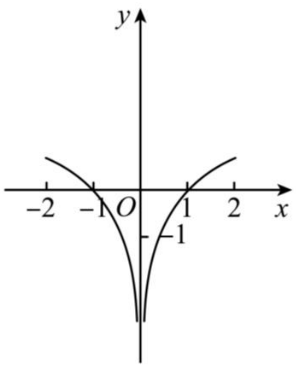
所以该拱券的面积为 $\dfrac{2}{3}\pi+\dfrac{2}{3}\pi-\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$.

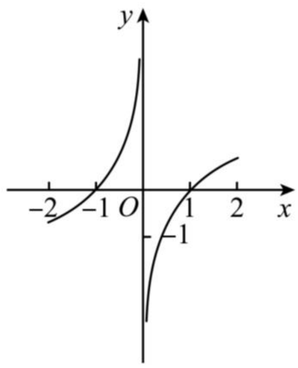
故选：D

4. 函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}2^{x}\ln x, x>0\\ 2^{-x}\ln\left(-x\right), x<0\end{cases}$ 的图象大致是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【解析】

【分析】分析函数 $f\left(x\right)$ 的奇偶性及其在 $\left(\mathrm{e},+\infty\right)$ 上的增长速度，结合排除法可得出合适的选项.

【详解】函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left\{x\left|x\neq 0\right.\right\}$ ，

当 $x>0$ 时，$-x<0$ ，$f\left(-x\right)=2^{x}\ln x=f\left(x\right)$ ，

当 $x<0$ 时，$-x>0$ ，$f\left(-x\right)=2^{-x}\ln\left(-x\right)=f\left(x\right)$ ，

故对任意的 $x\neq 0$ ，$f\left(-x\right)=f\left(x\right)$ ，所以，函数 $f\left(x\right)$ 为偶函数，排除 BD 选项；

当 $x>\mathrm{e}$ 时，$f\left(x\right)=2^{x}\ln x>2^{x}$ ，则函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left(\mathrm{e},+\infty\right)$ 的增长速度快于函数 $y=2^{x}$ 的增长速度，排除 C 选项.

故选：A.

5. 在科学技术中，常常使用以 $\mathrm{e}=2.71828\ldots$ 为底的对数，这种对数称为自然对数.若取 $\mathrm{e}^{3}\approx 20$ ，$\mathrm{e}^{7}\approx 1100$ ，则 $\ln 55\approx$（　　）

A. $\frac{7}{3}$　　B. $\frac{11}{3}$　　C. 4　　D. 6

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意结合指、对数运算求解.

【详解】由题意可得：$\ln 55=\ln\frac{1100}{20}\approx\ln\frac{e^7}{e^3}=\ln e^4=4$.

故选：C.

6. 已知$\sin\left(30^{\circ}+\alpha\right)=\frac{3}{5}$，$60$　　　150 ，则$\cos\left(150^{\circ}-\alpha\right)$的值为（　　）

A. $\frac{4}{5}$　　B. $-\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据角的范围及同角三角函数关系可得$\cos\left(30^{\circ}+\alpha\right)=-\frac{4}{5}$，再由$\cos\left(150^{\circ}-\alpha\right)=\cos[180^{\circ}-(30^{\circ}+\alpha)]$，即可求值.

【详解】由$\sin\left(30^{\circ}+\alpha\right)=\frac{3}{5}$，$60$　　　150 ，则$90^{\circ}<30^{\circ}+\alpha<180^{\circ}$，

所以$\cos\left(30^{\circ}+\alpha\right)=-\frac{4}{5}$，

则$\cos\left(150^{\circ}-\alpha\right)=\cos[180^{\circ}-(30^{\circ}+\alpha)]=-\cos(30^{\circ}+\alpha)=\frac{4}{5}$.

故选：A

7. 已知函数$y=f\left(x\right)$的定义域为$\left[-1,4\right]$，满足$\frac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_2-x_1}>0$, 且$f\left(3\right)=0$，则不等式$xf\left(x\right)\leq 0$的解集为（　　）

A. $\left(-\infty,0\right]\cup\left[3,+\infty\right)$　　B. $\left(-\infty,0\right)\cup\left(3,+\infty\right)$

C. $\left[-1,0\right]\cup\left[3,4\right]$　　D. $\left[-1,0\right)\cup\left(3,4\right]$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题设有$y=f\left(x\right)$在定义域$\left[-1,4\right]$上单调递减，结合已知判断$y=f\left(x\right)$的区间符号，进而求

不等式的解集.

【详解】由题设，$y=f\left(x\right)$ 在定义域$\left[-1,4\right]$上单调递减，且 $f\left(3\right)=0$，

所以，在$[-1,3)$ 上 $f(x)>0$，在$(3,4]$ 上 $f(x)<0$，

所以，当$-1\leqslant x\leqslant 0$ 时 $f(x)>0$，当$0<x<3$ 时 $f(x)>0$，当$3\leq x\leq 4$ 时 $f(x)\leq 0$，

由$xf\left(x\right)\leq 0$，可得解集为$\left[-1,0\right]\cup\left[3,4\right]$.

故选：C

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x}-1,x\geq a\\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1),-1<x<a\end{cases}$，若函数$g(x)=f(x)-2$ 有两个零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $-1<a\leq\log_2 3$　　B. $-1\leq a<\log_2 3$　　C. $-\frac{3}{4}\leq a<\log_2 3$　　D. $-\frac{3}{4}<a\leq\log_2 3$

【答案】D

【解析】

【分析】画出 $y=2^{x}-1\left(x>-1\right)$、$y=\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right)\left(x>-1\right)$ 和 $y=2$ 的图象，结合图象以及函数$g(x)=f(x)-2$ 有两个零点求得a 的取值范围.

【详解】函数$g(x)=f(x)-2$ 有两个零点，

即 $f\left(x\right)=2$ 有两个不相等的实数根，

即 $y=f\left(x\right)$ 与 $y=2$ 的图象有两个交点.

画出 $y=2^{x}-1\left(x>-1\right)$、$y=\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right)\left(x>-1\right)$ 和 $y=2$ 的图象如下图所示，

由 $2^{x}-1=2$ 解得$x=\log_2 3$，设 $B\left(\log_2 3,2\right)$.

由$\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right)=2$ 解得 $x=-\frac{3}{4}$，设 $A\left(-\frac{3}{4},2\right)$.

对于函数 $f(x)=\begin{cases}2^{x}-1,x\geq a\\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1),-1<x<a\end{cases}$，

要使 $y=f\left(x\right)$ 与 $y=2$ 的图象有两个交点，结合图象可知，$-\frac{3}{4}<a\leq\log_2 3$.

故选：D