

2023-2024 学年安徽省部分省示范中学高三下学期高中联合考试数学试题

注意事项：

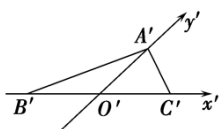
1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z_1 = 1 + ai$ ($a \in \mathbb{R}$), $z_2 = 1 + 2i$ (i 为虚数单位), 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数, 则 $a =$ ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 已知水平放置的 $\triangle ABC$ 是按“斜二测画法”得到如图所示的直观图, 其中 $B'O' = C'O' = 1$, $A'O' = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 那么原 $\triangle ABC$ 的面积是()



- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. 已知 x 与 y 之间的一组数据：

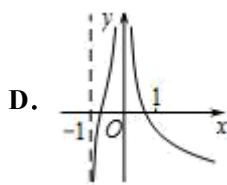
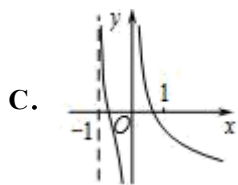
x	1	2	3	4
y	m	3.2	4.8	7.5

若 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 2.1x - 0.25$, 则 m 的值为 ()

- A. 1.5 B. 2.5 C. 3.5 D. 4.5

4. 函数 $y = \frac{1}{x} - \ln(x+1)$ 的图象大致为()





5. 某校 8 位学生的本次月考成绩恰好都比上一次的月考成绩高出 50 分，则以该 8 位学生这两次的月考成绩各自组成样本，则这两个样本不变的数字特征是（ ）

- A. 方差 B. 中位数 C. 众数 D. 平均数

6. “ $\varphi = -\frac{\pi}{8}$ ”是“函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称”的（ ）

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 若直线 $2x + 4y + m = 0$ 经过抛物线 $y = 2x^2$ 的焦点，则 $m =$ （ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

8. 已知函数 $f(x+1)$ 是偶函数，当 $x \in (1, +\infty)$ 时，函数 $f(x)$ 单调递减，设 $a = f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ， $b = f(3)$ ， $c = f(0)$ ，

则 a 、 b 、 c 的大小关系为（ ）

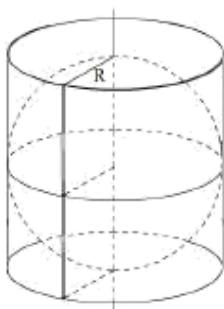
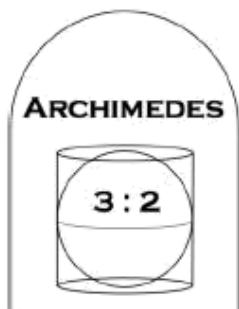
- A. $b < a < c$ B. $c < b < d$ C. $b < c < a$ D. $a < b < c$

9. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F ，过原点 O 作斜率为 $\frac{4}{3}$ 的直线交 C 的右支于点 A ，若

$|OA| = |OF|$ ，则双曲线的离心率为（ ）

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{5}$ C. 2 D. $\sqrt{3} + 1$

10. 阿基米德（公元前 287 年—公元前 212 年）是古希腊伟大的哲学家、数学家和物理学家，他和高斯、牛顿并列被称为世界三大数学家.据说，他自己觉得最为满意的一个数学发现就是“圆柱内切球体的体积是圆柱体积的三分之二，并且球的表面积也是圆柱表面积的三分之二”.他特别喜欢这个结论，要求后人在他的墓碑上刻着一个圆柱容器里放了一个球，如图，该球顶天立地，四周碰边，表面积为 54π 的圆柱的底面直径与高都等于球的直径，则该球的体积为（ ）



- A. 4π B. 16π C. 36π D. $\frac{64\pi}{3}$

11. 设复数 $z = \frac{2-i}{1+3i}$, 则 $|z| = (\quad)$

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

12. 公元前5世纪, 古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论: 他提出让乌龟在跑步英雄阿基里斯前面1000米处开始与阿基里斯赛跑, 并且假定阿基里斯的速度是乌龟的10倍. 当比赛开始后, 若阿基里斯跑了1000米, 此时乌龟便领先他100米, 当阿基里斯跑完下一个100米时, 乌龟先他10米, 当阿基里斯跑完下一个10米时, 乌龟先他1米....所以, 阿基里斯永远追不上乌龟. 按照这样的规律, 若阿基里斯和乌龟的距离恰好为0.1米时, 乌龟爬行的总距离为 ()

- A. $\frac{10^5-1}{900}$ 米 B. $\frac{10^5-9}{90}$ 米
C. $\frac{10^4-9}{900}$ 米 D. $\frac{10^4-1}{90}$ 米

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. 若 $f(x) = \frac{1}{3}kx^3 + (k-2)x^2 - 5k + 7$ 在 $(0, 2)$ 上单调递减, 则 k 的取值范围是_____

14. 某外商计划在4个候选城市中投资3个不同的项目, 且在同一个城市投资的项目不超过2个, 则该外商不同的投资方案有_____种.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $\cos B = \frac{4}{5}, \cos C = \frac{12}{13}, b = 1$, 则 $a =$ _____.

16. 已知不等式 $|x+2| + |x| \leq a$ 的解集不是空集, 则实数 a 的取值范围是___; 若不等式

$|x^2+x-1| + |x^2+x+1| \geq \frac{|a+1| - |3a-1|}{|a|}$ 对任意实数 a 恒成立, 则实数 x 的取值范围是___

三、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知函数 $f(x) = |x-k| + |x+2| (k \in R), g(x) = |2x+m| (m \in Z)$.

(1) 若关于 x 的不等式 $g(x) \leq 1$ 的整数解有且仅有一个值 -4 , 当 $k=1$ 时, 求不等式 $f(x) \leq m$ 的解集;

(2) 已知 $h(x) = x^2 - 2x + 3$, 若 $\forall x_1 \in R, \exists x_2 \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x_1) \leq h(x_2)$ 成立, 求实数 k 的取值范围.

18. (12分) 十八大以来, 党中央提出要在2020年实现全面脱贫, 为了实现这一目标, 国家对“新农合”(新型农村合作医疗)推出了新政, 各级财政提高了对“新农合”的补助标准. 提高了各项报销的比例, 其中门诊报销比例如下:

表1: 新农合门诊报销比例

医院类别	村卫生室	镇卫生院	二甲医院	三甲医院
------	------	------	------	------

门诊报销比例	60%	40%	30%	20%
--------	-----	-----	-----	-----

根据以往的数据统计，李村一个结算年度门诊就诊人次情况如下：

表 2：李村一个结算年度门诊就诊情况统计表

医院类别	村卫生室	镇卫生院	二甲医院	三甲医院
一个结算年度内各门诊就诊人次占李村总就诊人次的比例	70%	10%	15%	5%

如果一个结算年度每人次到村卫生室、镇卫生院、二甲医院、三甲医院门诊平均费用分别为 50 元、100 元、200 元、500 元．若李村一个结算年度内去门诊就诊人次为 2000 人次．

（Ⅰ）李村在这个结算年度内去三甲医院门诊就诊的人次中，60 岁以上的人次占了 80%，从去三甲医院门诊就诊的人次中任选 2 人次，恰好 2 人次都是 60 岁以上人次的概率是多少？

（Ⅱ）如果将李村这个结算年度内门诊就诊人次占全村总就诊人次的比例视为概率，求李村这个结算年度每人次用于门诊实付费用（报销后个人应承担部分） X 的分布列与期望．

19．（12 分）每年的寒冷天气都会带热“御寒经济”，以交通业为例，当天气太冷时，不少人都会选择利用手机上的打车软件在网上预约出租车出行,出租车公司的订单数就会增加.下表是某出租车公司从出租车的订单数据中抽取的 5 天的日平均气温(单位：℃)与网上预约出租车订单数(单位：份)；

日平均气温（℃）	6	4	2	−2	−5
网上预约订单数	100	135	150	185	210

（1）经数据分析，一天内平均气温 $x^{\circ}\text{C}$ 与该出租车公司网约订单数 y （份）成线性相关关系，试建立 y 关于 x 的回归方程，并预测日平均气温为 -7°C 时,该出租车公司的网约订单数；

（2）天气预报未来 5 天有 3 天日平均气温不高于 -5°C ，若把这 5 天的预测数据当成真实的数据，根据表格数据，则从这 5 天中任意选取 2 天，求恰有 1 天网约订单数不低于 210 份的概率.

附：回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘法估计分别为：

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$$

20．（12 分）已知点 P 在抛物线 $C: x^2 = 2py(p>0)$ 上，且点 P 的横坐标为 2，以 P 为圆心， $|PO|$ 为半径的圆（ O

为原点), 与抛物线 C 的准线交于 M, N 两点, 且 $|MN|=2$.

(1) 求抛物线 C 的方程;

(2) 若抛物线的准线与 y 轴的交点为 H . 过抛物线焦点 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B , 且 $AB \perp HB$, 求 $|AF| - |BF|$ 的值.

21. (12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 + m^2x$ ($m \in \mathbb{R}$) 的导函数为 $f'(x)$.

(1) 若函数 $g(x) = f(x) - f'(x)$ 存在极值, 求 m 的取值范围;

(2) 设函数 $h(x) = f'(e^x) + f'(\ln x)$ (其中 e 为自然对数的底数), 对任意 $m \in \mathbb{R}$, 若关于 x 的不等式 $h(x) \geq m^2 + k^2$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求正整数 k 的取值集合.

22. (10 分) 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 + x$ ($a \in \mathbb{R}$), 函数 $g(x) = -2x + 3$.

(I) 判断函数 $F(x) = f(x) + \frac{1}{2}ag(x)$ 的单调性;

(II) 若 $-2 \leq a \leq -1$ 时, 对任意 $x_1, x_2 \in [1, 2]$, 不等式 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq t|g(x_1) - g(x_2)|$ 恒成立, 求实数 t 的最小值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

把 $z_1 = 1 + ai$ ($a \in \mathbb{R}$), $z_2 = 1 + 2i$ 代入 $\frac{z_1}{z_2}$, 利用复数代数形式的除法运算化简, 由实部为 0 且虚部不为 0 求解即可.

【详解】

$\because z_1 = 1 + ai$ ($a \in \mathbb{R}$), $z_2 = 1 + 2i$,

$$\therefore \frac{z_1}{z_2} = \frac{1+ai}{1+2i} = \frac{(1+ai)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{1+2a}{5} + \frac{a-2}{5}i,$$

$\because \frac{z_1}{z_2}$ 为纯虚数,

$$\therefore \begin{cases} 1+2a=0 \\ a-2 \neq 0 \end{cases}, \text{ 解得 } a=-\frac{1}{2}.$$

故选 C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的除法运算, 考查复数的基本概念, 是基础题.

2、A

【解析】

先根据已知求出原 $\triangle ABC$ 的高为 $AO=\sqrt{3}$, 再求原 $\triangle ABC$ 的面积.

【详解】

由题图可知原 $\triangle ABC$ 的高为 $AO=\sqrt{3}$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times OA = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}, \text{ 故答案为 A}$$

【点睛】

本题主要考查斜二测画法的定义和三角形面积的计算, 意在考察学生对这些知识的掌握水平和分析推理能力.

3、D

【解析】

利用表格中的数据, 可求解得到 $\bar{x}=2.5$, 代入回归方程, 可得 $\bar{y}=5$, 再结合表格数据, 即得解.

【详解】

利用表格中数据, 可得 $\bar{x}=2.5$,

$$\text{又 } \bar{y} = 2.1\bar{x} - 0.25, \therefore \bar{y} = 5,$$

$$\therefore m + 3.2 + 4.8 + 7.5 = 20.$$

解得 $m=4.5$

故选: D

【点睛】

本题考查了线性回归方程过样本中心点的性质, 考查了学生概念理解, 数据处理, 数学运算的能力, 属于基础题.

4、A

【解析】

确定函数在定义域内的单调性, 计算 $x=1$ 时的函数值可排除三个选项.

【详解】

$x > 0$ 时, 函数为减函数, 排除 B, $-1 < x < 0$ 时, 函数也是减函数, 排除 D, 又 $x = 1$ 时, $y = 1 - \ln 2 > 0$, 排除 C, 只有 A 可满足.

故选: A.

【点睛】

本题考查由函数解析式选择函数图象, 可通过解析式研究函数的性质, 如奇偶性、单调性、对称性等等排除, 可通过特殊的函数值, 函数值的正负, 函数值的变化趋势排除, 最后剩下的一个即为正确选项.

5、A

【解析】

通过方差公式分析可知方差没有改变, 中位数、众数和平均数都发生了改变.

【详解】

由题可知, 中位数和众数、平均数都有变化.

本次和上次的月考成绩相比, 成绩和平均数都增加了 50, 所以 $(x_n - \bar{x})^2$ 没有改变,

根据方差公式 $S^2 = \frac{1}{8}[(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2]$ 可知方差不变.

故选: A

【点睛】

本题主要考查样本的数字特征, 意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

6、A

【解析】

先求解函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称的等价条件, 得到 $\varphi = k\pi + \frac{7}{8}\pi, k \in \mathbb{Z}$, 分析即得解.

【详解】

若函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称,

则 $3 \times \left(-\frac{\pi}{8}\right) + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$,

解得 $\varphi = k\pi + \frac{7}{8}\pi, k \in \mathbb{Z}$,

故“ $\varphi = -\frac{\pi}{8}$ ”是“函数 $f(x) = \sin(3x + \varphi)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{8}$ 对称”的充分不必要条件.

故选: A

【点睛】

本题考查了充分不必要条件的判断, 考查了学生逻辑推理, 概念理解, 数学运算的能力, 属于基础题.

7、B

【解析】

计算抛物线的交点为 $\left(0, \frac{1}{8}\right)$ ，代入计算得到答案.

【详解】

$y = 2x^2$ 可化为 $x^2 = \frac{1}{2}y$ ，焦点坐标为 $\left(0, \frac{1}{8}\right)$ ，故 $m = -\frac{1}{2}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查了抛物线的焦点，属于简单题.

8、A

【解析】

根据 $f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称可知 $f(x)$ 关于 $x=1$ 对称，从而得到 $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 上单调递增且 $f(3) = f(-1)$ ；

再根据自变量的大小关系得到函数值的大小关系.

【详解】

$Q f(x+1)$ 为偶函数 $\therefore f(x+1)$ 图象关于 y 轴对称

$\therefore f(x)$ 图象关于 $x=1$ 对称

$Q x \in (1, +\infty)$ 时， $f(x)$ 单调递减 $\therefore x \in (-\infty, 1)$ 时， $f(x)$ 单调递增

又 $f(3) = f(-1)$ 且 $-1 < -\frac{1}{2} < 0$ $\therefore f(-1) < f\left(-\frac{1}{2}\right) < f(0)$ ，即 $b < a < c$

本题正确选项：A

【点睛】

本题考查利用函数奇偶性、对称性和单调性比较函数值的大小关系问题，关键是能够通过奇偶性和对称性得到函数的单调性，通过自变量的大小关系求得结果.

9、B

【解析】

以 O 为圆心，以 $|OF|$ 为半径的圆的方程为 $x^2 + y^2 = c^2$ ，联立 $\begin{cases} x^2 + y^2 = c^2 \\ \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$ ，可求出点 $A\left(\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}, \frac{b^2}{c}\right)$ ，则

$$\frac{\frac{b^2}{c}}{a\sqrt{c^2+b^2}} = \frac{4}{3}, \text{ 整理计算可得离心率.}$$

【详解】

解：以 O 为圆心，以 $|OF|$ 为半径的圆的方程为 $x^2 + y^2 = c^2$,

$$\text{联立} \begin{cases} x^2 + y^2 = c^2 \\ \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}, \text{ 取第一象限的解得} \begin{cases} x = \frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c} \\ y = \frac{b^2}{c} \end{cases},$$

$$\text{即 } A\left(\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}, \frac{b^2}{c}\right), \text{ 则 } \frac{\frac{b^2}{c}}{\frac{a\sqrt{c^2+b^2}}{c}} = \frac{4}{3},$$

$$\text{整理得 } (9c^2 - 5a^2)(c^2 - 5a^2) = 0,$$

$$\text{则 } \frac{c^2}{a^2} = \frac{5}{9} < 1 \text{ (舍去)}, \frac{c^2}{a^2} = 5,$$

$$\therefore e = \frac{c}{a} = \sqrt{5}.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查双曲线离心率的求解，考查学生的计算能力，是中档题.

10、C

【解析】

设球的半径为 R ，根据组合体的关系，圆柱的表面积为 $S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times 2R = 54\pi$ ，解得球的半径 $R = 3$ ，再代入球的体积公式求解.

【详解】

设球的半径为 R ,

$$\text{根据题意圆柱的表面积为 } S = 2\pi R^2 + 2\pi R \times 2R = 54\pi,$$

解得 $R = 3$,

$$\text{所以该球的体积为 } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi.$$

故选：C

【点睛】

本题主要考查组合体的表面积和体积，还考查了对数学史了解，属于基础题.

11、D

【解析】

先用复数的除法运算将复数 z 化简，然后用模长公式求 z 模长.

【详解】

$$\text{解：} z = \frac{2-i}{1+3i} = \frac{(2-i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{-1-7i}{10} = -\frac{1}{10} - \frac{7}{10}i,$$

$$\text{则 } |z| = \sqrt{\left(-\frac{1}{10}\right)^2 + \left(-\frac{7}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{50}{100}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

故选：D.

【点睛】

本题考查复数的基本概念和基本运算,属于基础题.

12、D

【解析】

根据题意，是一个等比数列模型，设 $a_1 = 100, q = \frac{1}{10}, a_n = 0.1$ ，由 $a_n = 0.1 = 100 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$ ，解得 $n = 4$ ，

再求和.

【详解】

根据题意，这是一个等比数列模型，设 $a_1 = 100, q = \frac{1}{10}, a_n = 0.1$ ，

$$\text{所以 } a_n = 0.1 = 100 \times \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1},$$

解得 $n = 4$ ，

$$\text{所以 } S_4 = \frac{a_1(1-q^4)}{1-q} = \frac{100\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^4\right)}{1-\frac{1}{10}} = \frac{10^4-1}{90}.$$

故选：D

【点睛】

本题主要考查等比数列的实际应用，还考查了建模解模的能力，属于中档题.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/376053003201010203>