

高一数学试题

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷 1-2 页，第 II 卷 2-4 页，共 150 分，测试时间 120 分钟.

注意事项:

选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，不能答在测试卷上.

第 I 卷 选择题（共 58 分）

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.）

1. 已知复数 z 满足 $\frac{z}{1-2i} = i$ (i 为虚数单位)，则 z 的共轭复数为 ()
A. $1-2i$ B. $-1-2i$ C. $2+i$ D. $2-i$
2. 已知向量 $\vec{a} = (1, 0)$ ， $\vec{b} = (1, 1)$ ，若 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \perp \vec{a}$ ，则 $\lambda =$ ()
A. -2 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D. 1
3. 已知 l, m 是两条不重合的直线， α, β 是两个不重合的平面，则下列结论正确的是 ()
A. 若 $l \perp m$ ， $m \parallel \alpha$ ，则 $l \perp \alpha$
B. 若 $\alpha \perp \beta = l$ ， $m \subset \alpha$ ， $l \parallel m$ ，则 $m \parallel \beta$
C. 若 $\alpha \perp \beta = l$ ， $m \subset \alpha$ ， $m \perp l$ ，则 $\alpha \perp \beta$
D. 若 $l \subset \alpha$ ， $m \subset \beta$ ， $\alpha \parallel \beta$ ，则 $l \parallel m$
4. 已知 $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} = -1$ ，则 $\tan\left(\alpha + \frac{3}{4}\pi\right) =$ ()
A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3
5. 一个盒子里装有除颜色外完全相同的 5 个小球，其中有编号分别为 1, 2, 3 的红球 3 个，编号分别为 2, 3 的白球 2 个，从盒子中任取 2 个小球（假设取到任何一个小球的可能性相同）。则在取出的 2 个小球中，至少有一个白球且小球编号最小值为 2 的概率是 ()
A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$
6. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，已知 $2\sin C = \sqrt{6}\cos B$ ， $a^2 + b^2 - c^2 = ab$ ，则 $A =$ ()

- A. 15° B. 60° C. 75° D. 105°

7. 已知 4 个数据的平均值为 6，方差为 3，现加入数据 4 和 8，则这 6 个数据的方差为 ()

- A. 3 B. 5 C. $\frac{13}{3}$ D. $\frac{10}{3}$

8. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，底面 ABC 是边长为 1 的等边三角形，侧棱 AA_1 长为 2，一质点从 A 出发沿三棱柱的棱前进，若经过的第一条棱为 AA_1 ，且第 $n+2$ 条棱与第 n 条棱异面，则该质点经过 2024 条棱后运动的总路程为 ()

- A. 2696 B. 2098 C. 2699 D. 2700

二、选择题（本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.）

9. 已知复数 $z \neq 0$ ，下列结论正确的有 ()

- A. $\overline{z^2} = (\overline{z})^2$ B. $z\overline{z} = |z|^2$
 C. 若 $z^2 = (\overline{z})^2$ ，则 z 为纯虚数 D. 若 $z + \overline{z} = 0$ ，则 z 为纯虚数

10. 某同学记录了连续 5 天的平均气温，已知这组数据均为整数，将该组数据从小到大排列，中位数为 20，唯一众数为 22，极差为 5，则 ()

- A. 该组数据中最小的数据可能为 16 B. 该组数据的平均数不大于 20
 C. 该组数据的 60% 分位数是 21 D. 该组数据的第二个数字是 18

11. 棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，用一平面去截，则下列说法正确的是 ()

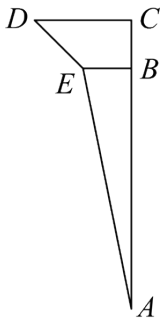
- A. 当截面为三角形时，截面一定为锐角三角形
 B. 当截面是梯形时，截面不可能为直角梯形
 C. 若 E 为 AB 的中点，平面 A_1EC 截正方体所得截面面积为 $4\sqrt{6}$
 D. 过棱 CC_1 ， A_1D_1 ， A_1B_1 的中点作正方体的截面，截面多边形的周长为 $\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$

第 II 卷 非选择题（共 92 分）

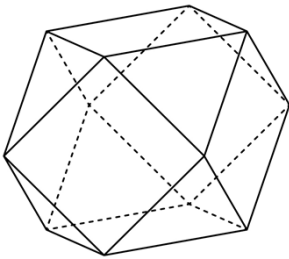
三、填空题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

12. 抛掷两个质地均匀的骰子，则“抛掷的两个骰子的点数之和是 6”的概率为_____.

13. 某种零件是由如图所示的平面图形以 AC 为轴旋转一周而成，其中 $AB \perp BE$ ， $BE \parallel CD$ ， $BC = BE = 1$ ， $CD = 2$ ， $AB = 5$ ，则该零件的体积为_____.



14. “阿基米德多面体”也称半正多面体，是由边数不全相同的正多边形围成的多面体，它体现了数学的对称美. 如图是以正方体的各条棱的中点为顶点的多面体，这是一个有八个面为正三角形，六个面为正方形的“阿基米德多面体”，若该多面体的棱长为 2，则该多面体外接球的表面积为_____.



四、解答题（本题共 5 小题，共 77 分，解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.）

15. 已知 X, Y 两组各有 5 位病人，他们服用某种药物后的康复时间（单位：天）记录如下：

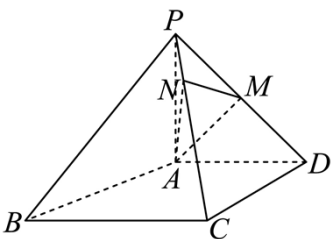
X 组：10, 11, 12, 13, 14, Y 组：12, 13, 15, 14, a

假设所有病人的康复时间相互独立，从 X, Y 两组随机各选 1 人， X 组选出的人记为甲， Y 组选出的人记为乙.

(1) 如果 $a = 8$ ，求甲的康复时间比乙的康复时间长的概率；

(2) 如果 $a = 16$ ，事件 M ：“甲康复时间为 11 天”，事件 N ：“甲乙康复时间之和为 25 天”，事件 M, N 是否相互独立？

16. 已知在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，四边形 $ABCD$ 是直角梯形， $AD \parallel BC$ ， $AD \perp DC$ ，若 $PA = AD = 2$ ， $DC = 2\sqrt{2}$ ，点 M 为 PD 的中点，点 N 为 PC 的四等分点（靠近点 P ）.

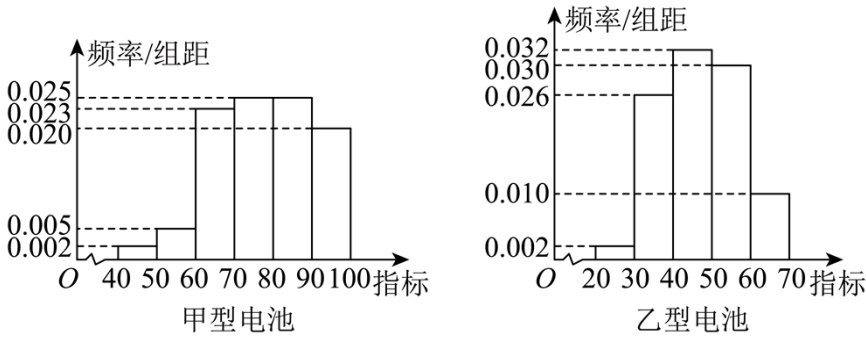


(1) 求证：平面 $AMN \perp$ 平面 PCD ；

(2) 求点 P 到平面 AMN 的距离.

17. 某新能源汽车电池代工厂生产甲、乙两种型号的电池，为了解电池的某项指标，从这两种电池中各抽取

100 件进行检测，获得该项指标的频率分布直方图，如图所示：



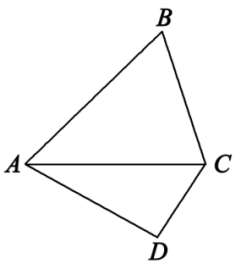
假设数据在组内均匀分布，以样本估计总体，以事件发生的频率作为相应事件发生的概率。

(1) 估计乙型电池该项指标的平均值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表），并估计甲型电池这一指标的 75%分位数；

(2) 现分别采用分层抽样的方式，从甲型电池指标在 $[70, 90)$ 内取 2 件，乙型电池指标在 $[50, 70)$ 内取 4 件，再从这 6 件中任取 2 件，求指标在 $[50, 60)$ 和 $[70, 80)$ 内各 1 件的概率。

18. 如图，平面四边形 $ABCD$ 中， $DC = 1$ ， $\vec{DA} \cdot \vec{DC} = -1$ ， $S_{\triangle ADC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C

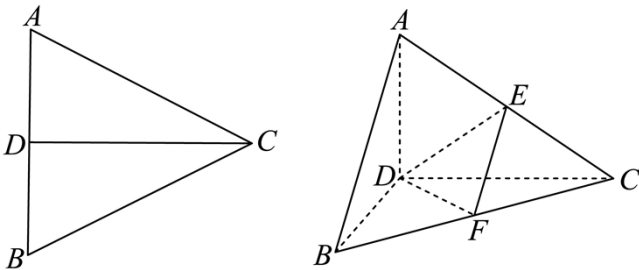
的对边分别是 a, b, c ，且满足 $\vec{m} = (\sin A + \sin B, \sin C)$ ， $\vec{n} = (a - b, c - a)$ ， $\vec{m} \perp \vec{n}$ 。



(1) 求 $\triangle ABC$ 外接圆的半径 R ；

(2) 求 $\triangle ABC$ 内切圆半径 r 的取值范围。

19. 已知正 $\triangle ABC$ 的边长为 $2a$ ， CD 是 AB 边上的高， E, F 分别是 AC 和 BC 边的中点。



(1) 若将 $\triangle ABC$ 沿 CD 翻折成直二面角 $A-DC-B$ ，如图所示。若棱锥 $E-DFC$ 的体积为 $\frac{\sqrt{3}}{24}$ ，求

a 的值;

(2) 若将 $\triangle ABC$ 沿 CD 翻折成二面角 $A-DC-B$ 的平面角为 60° , 求 BE 与平面 BCD 所成的角 θ 的正切值 $\tan\theta$;

(3) 设将 $\triangle ABC$ 沿 CD 翻折成二面角 $A-DC-B$ 的平面角为 α (α 为锐角), BE 与平面 BCD 所成的角为 θ , 用 $\cos\alpha$ 表示 $\tan^2\theta$.

高一数学试题

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷 1-2 页，第 II 卷 2-4 页，共 150 分，测试时间 120 分钟.

注意事项：

选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，不能答在测试卷上.

第 I 卷 选择题（共 58 分）

一、选择题（本题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的.）

1. 已知复数 z 满足 $\frac{z}{1-2i} = i$ (i 为虚数单位)，则 z 的共轭复数为 ()

- A. $1-2i$ B. $-1-2i$ C. $2+i$ D. $2-i$

【答案】D

【解析】

【分析】利用 $\frac{z}{1-2i} = i$ 求出复数 z ，从而可求出其共轭复数.

【详解】由 $\frac{z}{1-2i} = i$ ，得 $z = i(1-2i) = i - 2i^2 = 2+i$ ，

所以 $\bar{z} = 2-i$.

故选：D

2. 已知向量 $\vec{a} = (1,0)$ ， $\vec{b} = (1,1)$ ，若 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \perp \vec{a}$ ，则 $\lambda =$ ()

- A. -2 B. -1 C. $-\frac{1}{2}$ D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】利用向量线性运算的坐标表示，结合向量垂直的坐标表示计算即得.

【详解】向量 $\vec{a} = (1,0)$ ， $\vec{b} = (1,1)$ ，则 $\vec{a} + \lambda\vec{b} = (1+\lambda, \lambda)$ ，

由 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \perp \vec{a}$ ，得 $(\vec{a} + \lambda\vec{b}) \cdot \vec{a} = 1 + \lambda = 0$ ，所以 $\lambda = -1$.

故选：B

3. 已知 l, m 是两条不重合的直线， α, β 是两个不重合的平面，则下列结论正确的是 ()

- A. 若 $l \perp m$ ， $m \parallel \alpha$ ，则 $l \perp \alpha$

B. 若 $\alpha \perp \beta = l$, $m \subset \alpha$, $l \parallel m$, 则 $m \parallel \beta$

C. 若 $\alpha \perp \beta = l$, $m \subset \alpha$, $m \perp l$, 则 $\alpha \perp \beta$

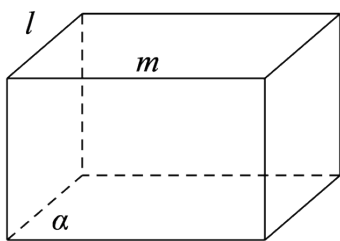
D. 若 $l \subset \alpha$, $m \subset \beta$, $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel m$

【答案】B

【解析】

【分析】对于 ACD, 举例判断, 对于 B, 利用线面平行的判定定理分析判断.

【详解】对于 A, 如图, 当 $l \perp m$, $m \parallel \alpha$ 时, $l \parallel \alpha$, 所以 A 错误,

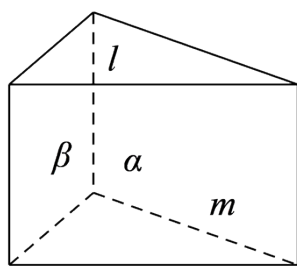


对于 B, 因为 $\alpha \perp \beta = l$, 所以 $l \subset \beta$,

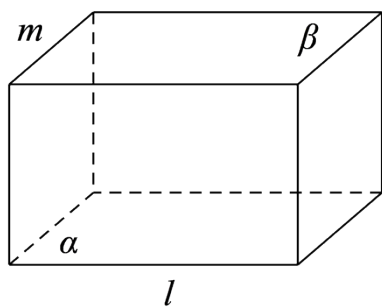
因为 l, m 是两条不重合的直线, $m \subset \alpha$, 所以 $m \not\subset \beta$,

因为 $l \parallel m$, 所以 $m \parallel \beta$, 所以 B 正确,

对于 C, 如图, 在正三棱柱中, 当 $\alpha \perp \beta = l$, $m \subset \alpha$, $m \perp l$ 时, α 与 β 不垂直, 所以 C 错误,



对于 D, 如图, 当 $l \subset \alpha$, $m \subset \beta$, $\alpha \parallel \beta$ 时, l 与 m 是异面直线, 所以 D 错误,



故选：B

4. 已知 $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} = -1$ ，则 $\tan\left(\alpha + \frac{3}{4}\pi\right) =$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

【答案】A

【解析】

【分析】对已知等式化简可求出 $\tan\alpha$ ，然后利用两角和的正切公式化简求解即可.

【详解】由 $\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha} = -1$ ，得 $\cos\alpha = \sin\alpha - \cos\alpha$ ，得 $2\cos\alpha = \sin\alpha$ ，

所以 $\tan\alpha = 2$ ，

$$\text{所以 } \tan\left(\alpha + \frac{3}{4}\pi\right) = \frac{\tan\alpha + \tan\frac{3}{4}\pi}{1 - \tan\alpha \tan\frac{3}{4}\pi} = \frac{2 - 1}{1 - 2 \times (-1)} = \frac{1}{3}.$$

故选：A

5. 一个盒子里装有除颜色外完全相同的 5 个小球，其中有编号分别为 1, 2, 3 的红球 3 个，编号分别为 2, 3 的白球 2 个，从盒子中任取 2 个小球（假设取到任何一个小球的可能性相同）. 则在取出的 2 个小球中，至少有一个白球且小球编号最小值为 2 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用列举法求解，列出 5 个球中取出 2 个球的所有情况，然后找出至少有一个白球且小球编号最小值为 2 的情况，再利用古典概型的概率公式求解即可.

【详解】由题意得从 5 个球中取出 2 个球的所有情况有：

(红 1 红 2)，(红 1 红 3)，(红 1 白 2)，(红 1 白 3)，(红 2 红 3)，(红 2 白 2)，

(红 2 白 3)，(红 3 白 2)，(红 3 白 3)，(白 2 白 3)，共 10 种情况，

其中至少有一个白球且小球编号最小值为 2 的有：

(红 2 白 2)，(红 2 白 3)，(红 3 白 2)，(白 2 白 3)，有 4 种情况，

所以所求概率为 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

故选：C

6. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c ，已知 $2\sin C = \sqrt{6}\cos B$ ， $a^2 + b^2 - c^2 = ab$ ，则 $A =$

()

A. 15°

B. 60°

C. 75°

D. 105°

【答案】 C

【解析】

【分析】 先根据余弦定理得出角 C , 再代入得出角 B , 最后应用内角和即可求出 A .

【详解】 因为 $a^2 + b^2 - c^2 = ab$, 所以 $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1}{2}$, $C = 60^\circ$,

又因为 $2\sin C = \sqrt{6}\cos B$, 所以 $2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}\cos B$, $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $B = 45^\circ$,

所以 $A = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$.

故选: C.

7. 已知 4 个数据的平均值为 6, 方差为 3, 现加入数据 4 和 8, 则这 6 个数据的方差为 ()

A. 3

B. 5

C. $\frac{13}{3}$

D. $\frac{10}{3}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据题意, 由平均数及方差的计算公式求解即可

【详解】 设原来的 4 个数为 a, b, c, d , 则 $a + b + c + d = 24$,

$$\frac{1}{4}[(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2] = 3$$

所以 $(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 = 12$,

加入数据 4 和 8 后的平均数为 $\frac{1}{6} \times (24 + 4 + 8) = 6$,

所以这 6 个数的方差为

$$\begin{aligned} & \frac{1}{6}[(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 + (4-6)^2 + (8-6)^2] \\ &= \frac{1}{6} \times (12 + 4 + 4) = \frac{10}{3}. \end{aligned}$$

故选: D

8. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 底面 ABC 是边长为 1 的等边三角形, 侧棱 AA_1 长为 2, 一质点从 A 出发

沿三棱柱的棱前进, 若经过的第一条棱为 AA_1 , 且第 $n+2$ 条棱与第 n 条棱异面, 则该质点经过 2024 条棱后运动的总路程为 ()

A. 2696

B. 2098

C. 2699

D. 2700

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意求出前几次的路程，发现所走路程连续3条棱的长度之和为4，利用周期性从而可求出结果.

【详解】因为第一条棱为 AA_1 ，且第 $n+2$ 条棱与第 n 条棱异面，

所以第二次经过的棱为 A_1C_1 或 A_1B_1 ，此时经过的棱长为1，

第三次经过的棱与第一次经过的棱异面，则第三次经过棱 C_1B_1 或 B_1C_1 ，

此时经过的棱长为1，

第四次经过的棱与第二次经过的棱异面，则第四次经过棱 B_1B 或 C_1C ，

此时经过的棱长为2，

第五次经过的棱与第三次经过的棱异面，则第四次经过棱 BA 或 CA ，

此时经过的棱长为1，

……，

所以第 $3k+1(k \in \mathbb{N})$ 条棱的长度为2，第 $3k+2, 3k+3(k \in \mathbb{N})$ 条棱的长度为1，

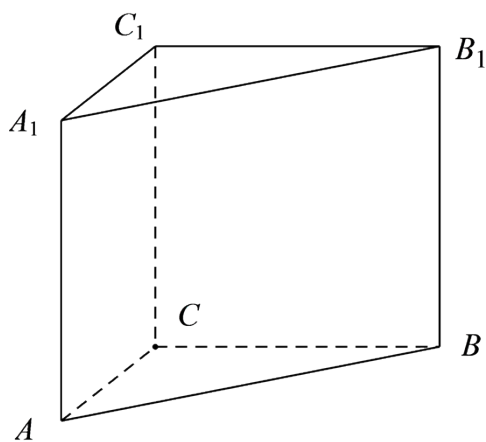
则连续3条棱的长度之和为4，

而 $2024 = 3 \times 674 + 2$ ，

所以该质点运动完第2024条棱后，运动的总路程为

$$674 \times 4 + 2 + 1 = 2699.$$

故选：C



二、选择题（本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。）

9. 已知复数 $z \neq 0$ ，下列结论正确的有 ()

A. $\overline{z^2} = (\overline{z})^2$

B. $z\overline{z} = |z|^2$

C. 若 $z^2 = (\overline{z})^2$ ，则 z 为纯虚数

D. 若 $z + \overline{z} = 0$ ，则 z 为纯虚数

【答案】 ABD

【解析】

【分析】 设 $z = x + yi$, ($x^2 + y^2 \neq 0$)，由复数的概念、复数模的定义以及复数的四则运算即可逐一验算各个选项.

【详解】 设 $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \neq 0$)，

对于 A, $\overline{z^2} = \overline{(x + yi)^2} = \overline{(x^2 - y^2) + 2xyi} = (x^2 - y^2) - 2xyi = (x - yi)^2 = (\overline{z})^2$ ，故 A 正确；

对于 B, $z\overline{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 = (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = |z|^2$ ，故 B 正确；

对于 C, 若 $z = 1$ ，则 $z^2 = 1 = (\overline{z})^2$ ，但此时 z 不为纯虚数，故 C 错误；

对于 D, 若 $z + \overline{z} = (x + yi) + (x - yi) = 2x = 0$ ，所以 $x = 0$ ，又 $x^2 + y^2 \neq 0$ ，所以 $y \neq 0$ ，即 z 为纯虚数，故 D 正确.

故选： ABD.

10. 某同学记录了连续 5 天的平均气温，已知这组数据均为整数，将该组数据从小到大排列，中位数为 20，唯一众数为 22，极差为 5，则 ()

A. 该组数据中最小的数据可能为 16

B. 该组数据的平均数不大于 20

C. 该组数据的 60%分位数是 21

D. 该组数据的第二个数字是 18

【答案】 BC

【解析】

【分析】 由题意设该组数据从小到大为 a, b, c, d, e ，由中位数，众数与极差可得设该组数据从小到大为 $17, b, 20, 22, 22$ ，故 $b = 18$ 或 $b = 19$ ，再逐项判断即可求解.

【详解】 由题意设该组数据从小到大为 a, b, c, d, e ，

因为中位数为 20，唯一众数为 22，

则 $c = 20$ ， $d = e = 22$.

因为极差为 5，所以 $d - a = 22 - a = 5$ ，解得 $a = 17$.

对于 A, 该组数据中最小的数据为 17，故 A 错误；

对于 B，设该组数据从小到大为 $17, b, 20, 22, 22$ ，

因为这组数据均为整数，故 $b = 18$ 或 $b = 19$ 。

所以该组数据的平均数为 $\bar{x} = \frac{17+b+20+22+22}{5} = \frac{81+b}{5} \leq \frac{81+19}{5} = 20$ ，故 B 正确；

对于 C， $5 \times 60\% = 3$ ，所以该组数据的 60% 分位数是 $\frac{20+22}{2} = 21$ ，故 C 正确；

对于 D，该组数据的第二个数字可能是 18，也可能是 19，故 D 错误。

故选：BC。

11. 棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，用一平面去截，则下列说法正确的是（ ）

A. 当截面为三角形时，截面一定为锐角三角形

B. 当截面是梯形时，截面不可能为直角梯形

C. 若 E 为 AB 的中点，平面 A_1EC 截正方体所得截面面积为 $4\sqrt{6}$

D. 过棱 CC_1 ， A_1D_1 ， A_1B_1 的中点作正方体的截面，截面多边形的周长为 $\sqrt{2} + 2\sqrt{10}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】A 选项，当截面为三角形时，根据余弦定理得到 $\angle FHG$ ， $\angle HFG$ ， $\angle HGF$ 为锐角，得到 A 正确；B 选项，假设截面为直角梯形，根据线面垂直和线面平行得到矛盾；C 选项，作出截面，得到平面 A_1EC 截正方体所得截面面积；D 选项，作出辅助线，得到五边形 $MJSNK$ 即为过棱 CC_1 ， A_1D_1 ， A_1B_1 的中点作正方体的截面，并求出各边长，得到答案。

【详解】A 选项，如图，截面为三角形，

设 $DH = a, DF = b, DG = c$ ，则 $HF = \sqrt{a^2 + b^2}$ ， $HG = \sqrt{a^2 + c^2}$ ， $FG = \sqrt{b^2 + c^2}$ ，

由于 $HF^2 + HG^2 - FG^2 = 2a^2 > 0$ ，故 $\cos \angle FHG > 0$ ， $\angle FHG$ 为锐角，

同理 $\angle HFG, \angle HGF$ 为锐角，

故截面一定为锐角三角形，A 正确；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/377011000065006140>

