

2023-2024 学年广东省云浮市高三下学期模拟卷（七）数学试题

注意事项：

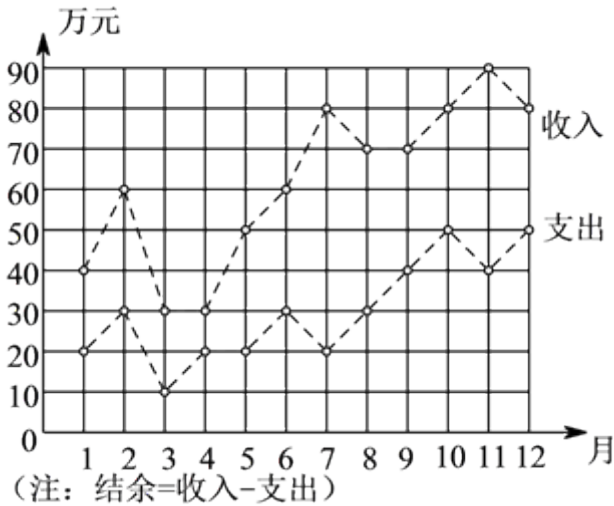
1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 $a = \log_{12} 13$, $b = \left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}}$, $c = \log_{13} 14$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a > b > c$ B. $c > a > b$ C. $b > c > a$ D. $a > c > b$

2. 某工厂一年中各月份的收入、支出情况的统计如图所示，下列说法中错误的是 ().

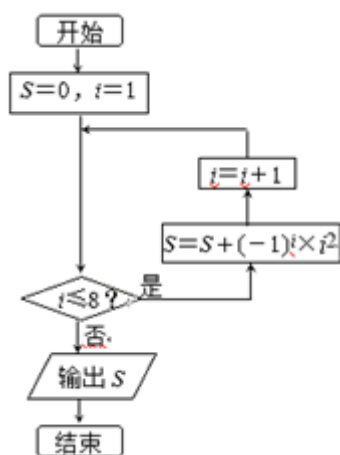


- A. 收入最高值与收入最低值的比是 3:1
- B. 结余最高的月份是 7 月份
- C. 1 与 2 月份的收入的变化率与 4 至 5 月份的收入的变化率相同
- D. 前 6 个月的平均收入为 40 万元

3. 已知向量 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (3, -1)$, 则 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel (\vec{a} - \vec{b})$ D. $\vec{a} \perp (\vec{a} - \vec{b})$

4. 执行如下的程序框图，则输出的 S 是 ()



- A. 36 B. 45
C. -36 D. -45

5. 若 $a = \log_4 15.9$, $b = 2^{1.01}$, $c = 0.4^{0.1}$, 则 ()

- A. $c > a > b$ B. $a > b > c$
C. $b > a > c$ D. $a > c > b$

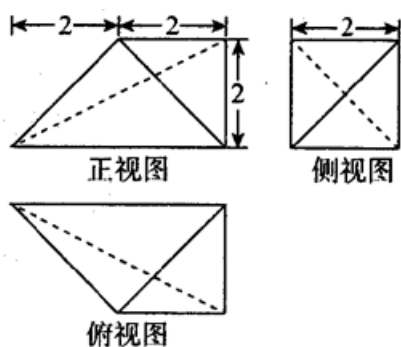
6. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{|x|}$, 关于 x 的方程 $f^2(x) + (m+1)f(x) + m+4 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 有四个相异的实数根, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $\left(-4, -e - \frac{4}{e+1}\right)$ B. $(-4, -3)$ C. $\left(-e - \frac{4}{e+1}, -3\right)$ D. $\left(-e - \frac{4}{e+1}, -\infty\right)$

7. 已知 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$, 且 $\sin 2\alpha < 0$, 则 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为 ()

- A. 7 B. -7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

8. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积为 ()



- A. $\frac{11}{3}$ B. 4
C. $\frac{13}{3}$ D. 5

9. 已知 F_1 、 F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点，过点 F_2 与双曲线的一条渐近线平行的直线交双曲线另一条渐近线于点 M ，若点 M 在以线段 F_1F_2 为直径的圆外，则双曲线离心率的取值范围是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $(\sqrt{3}, 2)$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ D. $(1, \sqrt{2})$

10. 已知函数 $f(x) = \ln x + 1$ ， $g(x) = 2e^{x-\frac{1}{2}}$ ，若 $f(m) = g(n)$ 成立，则 $m-n$ 的最小值是 ()

- A. $\frac{1}{2} + \ln 2$ B. $e - 2$ C. $\ln 2 - \frac{1}{2}$ D. $\sqrt{e} - \frac{1}{2}$

11. 设全集 $U = \{x \in \mathbb{Z} | (x+1)(x-3) \leq 0\}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2\}$ ，则 $C_U A =$ ()

- A. $\{-1, 3\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{0, 3\}$ D. $\{-1, 0, 3\}$

12. 复数 $\frac{1-i}{2-i}$ 的共轭复数对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 设 α 为锐角，若 $\cos(\alpha + \frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{2}}{4}$ ，则 $\sin 2\alpha$ 的值为_____.

14. 函数 $f(x) = x^2 - x \ln x$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程为_____.

15. 已知向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ ， $\vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$ ， $|\vec{c} - \vec{b}| = 1$ ，则 $|\vec{a} + \vec{c}|$ 的取值范围为_____.

16. $(3x^2 - 2x - 1)^5$ 的展开式中， x^2 的系数是_____. (用数字填写答案)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 为了打好脱贫攻坚战，某贫困县农科院针对玉米种植情况进行调研，力争有效地改良玉米品种，为农民提供技术支援，现对已选出的一组玉米的茎高进行统计，获得茎叶图如图（单位：厘米），设茎高大于或等于 180 厘米的玉米为高茎玉米，否则为矮茎玉米。

抗倒状		易倒状
7 7 3	14	
9 7 3 3 1	15	1
9 6 4 0	16	7
5 5 4	17	5 8
8 8 0	18	1 2 6 6 7
9 5 5 2	19	0 0 3 4 5 8 9 9
6 6 3	20	2 2 3

(1) 求出易倒伏玉米茎高的中位数 m ；

(2) 根据茎叶图的数据，完成下面的列联表：

	抗倒伏	易倒伏
矮茎		
高茎		

(3) 根据 (2) 中的列联表，是否可以在犯错误的概率不超过 1% 的前提下，认为抗倒伏与玉米矮茎有关？

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，

$P(K^2 \geq K)$	0.050	0.010	0.001
K	3.841	6.635	10.828

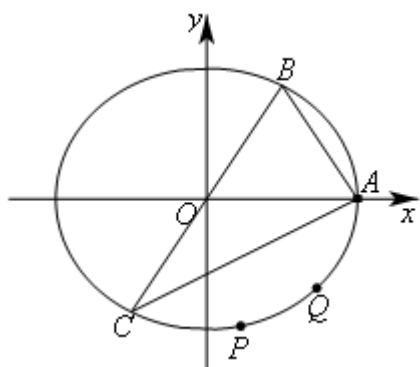
18. (12 分) 某调查机构为了了解某产品年产量 x (吨)对价格 y (千克/吨)和利润 z 的影响，对近五年该产品的年产量和价格统计如下表：

x	1	2	3	4	5
y	17.0	16.5	15.5	13.8	12.2

- (1) 求 y 关于 x 的线性回归方程 $y = \hat{b}x + \hat{a}$ ；
- (2) 若每吨该产品的成本为 12 千元，假设该产品可全部卖出，预测当年产量为多少时，年利润 w 取到最大值？

参考公式： $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}$

19. (12 分) 如图，椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长为 4，点 A 、 B 、 C 为椭圆上的三个点， A 为椭圆的右端点， BC 过中心 O ，且 $|BC| = 2|AB|$ ， $S_{\triangle ABC} = 3$ 。



(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 设 P 、 Q 是椭圆上位于直线 AC 同侧的两个动点 (异于 A 、 C), 且满足 $\angle PBC = \angle QBA$, 试讨论直线 BP 与直线 BQ 斜率之间的关系, 并求证直线 PQ 的斜率为定值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x + \lambda \left(\frac{1}{x} - x \right) (\lambda \in \mathbf{R})$.

(1) 当 $x > 1$ 时, 不等式 $f(x) < 0$ 恒成立, 求 λ 的最小值;

(2) 设数列 $a_n = \frac{1}{n} (n \in \mathbf{N}^*)$, 其前 n 项和为 S_n , 证明: $S_{2n} - S_n + \frac{a_n}{4} > \ln 2$.

21. (12 分) 设实数 x, y 满足 $x + y = 3$.

(1) 若 $|x+3| < x|y-2|$, 求 x 的取值范围;

(2) 若 $x > 0, y > 0$, 求证: $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y} \geq 1$.

22. (10 分) 已知圆 C 的极坐标方程是 $\rho = 4 \cos \theta$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平

面直角坐标系, 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t + m \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} (t \text{ 是参数})$, 若直线 l 与圆 C 相切, 求实数 m 的值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、D

【解析】

由指数函数的图像与性质易得 b 最小，利用作差法，结合对数换底公式及基本不等式的性质即可比较 a 和 c 的大小关系，进而得解.

【详解】

根据指数函数的图像与性质可知 $0 < b = \left(\frac{12}{13}\right)^{\frac{13}{14}} < 1$,

由对数函数的图像与性质可知 $a = \log_2 13 > 1$, $c = \log_3 14 > 1$, 所以 b 最小;

而由对数换底公式化简可得 $a - c = \log_2 13 - \log_3 14$

$$\begin{aligned} &= \frac{\lg 13}{\lg 2} - \frac{\lg 14}{\lg 3} \\ &= \frac{\lg^2 13 - \lg 12 \cdot \lg 14}{\lg 12 \cdot \lg 13} \end{aligned}$$

由基本不等式可知 $\lg 12 \cdot \lg 14 < \left[\frac{1}{2}(\lg 12 + \lg 14)\right]^2$, 代入上式可得

$$\begin{aligned} \frac{\lg^2 13 - \lg 12 \cdot \lg 14}{\lg 12 \cdot \lg 13} &> \frac{\lg^2 13 - \left[\frac{1}{2}(\lg 12 + \lg 14)\right]^2}{\lg 12 \cdot \lg 13} \\ &= \frac{\lg^2 13 - \left(\frac{1}{2} \lg 168\right)^2}{\lg 12 \cdot \lg 13} \\ &= \frac{\left(\lg 13 + \frac{1}{2} \lg 168\right) \cdot \left(\lg 13 - \frac{1}{2} \lg 168\right)}{\lg 12 \cdot \lg 13} \\ &= \frac{\left(\lg 13 + \lg \sqrt{168}\right) \cdot \left(\lg 13 - \lg \sqrt{168}\right)}{\lg 12 \cdot \lg 13} > 0 \end{aligned}$$

所以 $a > c$,

综上可知 $a > c > b$,

故选: D.

【点睛】

本题考查了指数式与对数式的化简变形，对数换底公式及基本不等式的简单应用，作差法比较大小，属于中档题.

2、D

【解析】

由图可知，收入最高值为90万元，收入最低值为30万元，其比是3:1，故A项正确；

结余最高为7月份，为 $80-20=60$ ，故B项正确；

1至2月份的收入的变化率为4至5月份的收入的变化率相同，故C项正确；

前6个月的平均收入为 $\frac{1}{6}(40+60+30+30+50+60)=45$ 万元，故D项错误.

综上，故选D.

3、D

【解析】

由题意利用两个向量坐标形式的运算法则，两个向量平行、垂直的性质，得出结论.

【详解】

$\therefore$ 向量 $\vec{a}=(1, -2)$ ， $\vec{b}=(3, -1)$ ， $\therefore \vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的坐标对应不成比例，故 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 不平行，故排除A；

显然， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3+2 \neq 0$ ，故 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 不垂直，故排除B；

$\therefore \vec{a}-\vec{b}=(-2, -1)$ ，显然， $\vec{a}$ 和 $\vec{a}-\vec{b}$ 的坐标对应不成比例，故 $\vec{a}$ 和 $\vec{a}-\vec{b}$ 不平行，故排除C；

$\therefore \vec{a} \cdot (\vec{a}-\vec{b}) = -2+2=0$ ，故 $\vec{a} \perp (\vec{a}-\vec{b})$ ，故D正确，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查两个向量坐标形式的运算，两个向量平行、垂直的性质，属于基础题.

4、A

【解析】

列出每一步算法循环，可得出输出结果S的值.

【详解】

$i=1 \leq 8$ 满足，执行第一次循环， $S=0+(-1)^1 \times 1^2=-1$ ， $i=1+1=2$ ；

$i=2 \leq 8$ 成立，执行第二次循环， $S=-1+(-1)^2 \times 2^2=3$ ， $i=2+1=3$ ；

$i=3 \leq 8$ 成立，执行第三次循环， $S=3+(-1)^3 \times 3^2=-6$ ， $i=3+1=4$ ；

$i=4 \leq 8$ 成立，执行第四次循环， $S=-6+(-1)^4 \times 4^2=10$ ， $i=4+1=5$ ；

$i=5 \leq 8$ 成立，执行第五次循环， $S=10+(-1)^5 \times 5^2=-15$ ， $i=5+1=6$ ；

$i=6 \leq 8$ 成立, 执行第六次循环, $S = -15 + (-1)^6 \times 6^2 = 21$, $i = 6 + 1 = 7$;

$i=7 \leq 8$ 成立, 执行第七次循环, $S = 21 + (-1)^7 \times 7^2 = -28$, $i = 7 + 1 = 8$;

$i=8 \leq 8$ 成立, 执行第八次循环, $S = -28 + (-1)^8 \times 8^2 = 36$, $i = 8 + 1 = 9$;

$i=9 \leq 8$ 不成立, 跳出循环体, 输出 S 的值为 36, 故选: A.

【点睛】

本题考查算法与程序框图的计算, 解题时要根据算法框图计算出算法的每一步, 考查分析问题和计算能力, 属于中等题.

5、C

【解析】

利用指数函数和对数函数的单调性比较 a 、 b 、 c 三个数与 1 和 2 的大小关系, 进而可得出 a 、 b 、 c 三个数的大小关系.

【详解】

对数函数 $y = \log_4 x$ 为 $(0, +\infty)$ 上的增函数, 则 $1 = \log_4 4 < \log_4 15.9 < \log_4 16 = 2$, 即 $1 < a < 2$;

指数函数 $y = 2^x$ 为 R 上的增函数, 则 $b = 2^{1.01} > 2^1 = 2$;

指数函数 $y = 0.4^x$ 为 R 上的减函数, 则 $c = 0.4^{0.1} < 0.4^0 = 1$.

综上所述, $b > a > c$.

故选: C.

【点睛】

本题考查指数幂与对数式的大小比较, 一般利用指数函数和对数函数的单调性结合中间值法来比较, 考查推理能力, 属于基础题.

6、A

【解析】

$$f(x) = \frac{e^x}{|x|} = \begin{cases} \frac{e^x}{x}, & x > 0 \\ -\frac{e^x}{x}, & x < 0 \end{cases}, \text{当 } x > 0 \text{ 时 } f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2} = 0, x=1, x \in (0, 1) \text{ 时, } f(x) \text{ 单调递减, } x \in (1, +\infty) \text{ 时,}$$

$f(x)$ 单调递增, 且当 $x \in (0, 1)$ 时, $f(x) \in (e, +\infty)$, 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) \in (e, +\infty)$, 当 $x < 0$ 时,

$$f'(x) = -\frac{e^x(x-1)}{x^2} > 0 \text{ 恒成立, } x \in (-\infty, 0) \text{ 时, } f(x) \text{ 单调递增且 } f(x) \in (0, +\infty), \text{ 方程}$$

$f^2(x) + (m+1)f(x) + m+4 = 0 (m \in \mathbf{R})$ 有四个相异的实数根. 令 $f(x) = t, t^2 + (m+1)t + m+4 = 0$ 则

$$0 < t_1 < e, t_2 > e, \therefore e^2 + (m+1)e + m+4 < 0, \text{ 且 } 0^2 + (m+1)0 + m+4 > 0, \text{ 即 } m \in \left(-4, -e - \frac{4}{e+1}\right).$$

7、A

【解析】

由 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$ 及 $\sin 2\alpha < 0$ 得到 $\sin \alpha$ 、 $\cos \alpha$ ，进一步得到 $\tan \alpha$ ，再利用两角差的正切公式计算即可.

【详解】

因为 $\sin(\pi + \alpha) = \frac{4}{5}$ ，所以 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ ，又 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha < 0$ ，所以 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，

$$\tan \alpha = -\frac{4}{3}, \text{ 所以 } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = \frac{-1 - \frac{4}{3}}{1 - \frac{4}{3}} = 7.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查三角函数诱导公式、二倍角公式以及两角差的正切公式的应用，考查学生的基本计算能力，是一道基础题.

8、B

【解析】

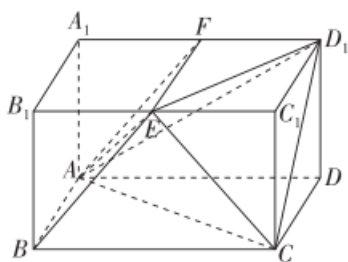
还原几何体的直观图，可将此三棱锥 $A-CD_1E$ 放入长方体中，利用体积分割求解即可.

【详解】

如图，三棱锥的直观图为 $A-CD_1E$ ，体积

$$\begin{aligned} V_{A-CD_1E} &= V_{\text{长方体}AC_1} - V_{BB_1E-AA_1F} - V_{E-ABC} - V_{E-CC_1D_1} - V_{E-AD_1F} - V_{D_1-ADC} \\ &= 2 \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 2 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = 4. \end{aligned}$$

故选:B.



【点睛】

本题主要考查了锥体的体积的求解,利用的体积分割的方法,考查了空间想象力及计算能力,属于中档题.

9、A

【解析】

双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$,

不妨设过点 F_1 与双曲线的一条渐近线平行的直线方程为 $y = \frac{b}{a}(x - c)$,

与 $y = -\frac{b}{a}x$ 联立, 可得交点 $M(\frac{c}{2}, -\frac{bc}{2a})$,

∵ 点 M 在以线段 F_1F_2 为直径的圆外,

∴ $|OM| > |OF_1|$, 即有 $\frac{c^2}{4} + \frac{b^2c^2}{4a^2} > c^2$,

∴ $\frac{b^2}{a^2} > 3$, 即 $b^2 > 3a^2$,

∴ $c^2 - a^2 > 3a^2$, 即 $c > 2a$.

则 $e = \frac{c}{a} > 2$.

∴ 双曲线离心率的取值范围是 $(2, +\infty)$.

故选: A.

点睛: 解决椭圆和双曲线的离心率的求值及范围问题其关键就是确立一个关于 a, b, c 的方程或不等式, 再根据 a, b, c 的关系消掉 b 得到 a, c 的关系式, 建立关于 a, b, c 的方程或不等式, 要充分利用椭圆和双曲线的几何性质、点的坐标的范围等.

10、A

【解析】

分析: 设 $f(m) = g(n) = t$, 则 $t > 0$, 把 m, n 用 t 表示, 然后令 $h(t) = m - n$, 由导数求得 $h(t)$ 的最小值.

详解: 设 $f(m) = g(n) = t$, 则 $t > 0$, $m = e^{t-1}$, $n = \ln \frac{t}{2} + \frac{1}{2} = \ln t - \ln 2 + \frac{1}{2}$,

∴ $m - n = e^{t-1} - \ln t + \ln 2 - \frac{1}{2}$, 令 $h(t) = e^{t-1} - \ln t + \ln 2 - \frac{1}{2}$,

则 $h'(t) = e^{t-1} - \frac{1}{t}$, $h''(t) = e^{t-1} + \frac{1}{t^2} > 0$, ∴ $h'(t)$ 是 $(0, +\infty)$ 上的增函数,

又 $h'(1) = 0$, ∴ 当 $t \in (0, 1)$ 时, $h'(t) < 0$, 当 $t \in (1, +\infty)$ 时, $h'(t) > 0$,

即 $h(t)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增, $h(1)$ 是极小值也是最小值,

$h(1) = \frac{1}{2} + \ln 2$, ∴ $m - n$ 的最小值是 $\frac{1}{2} + \ln 2$.

故选 A.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/378054101030006134>