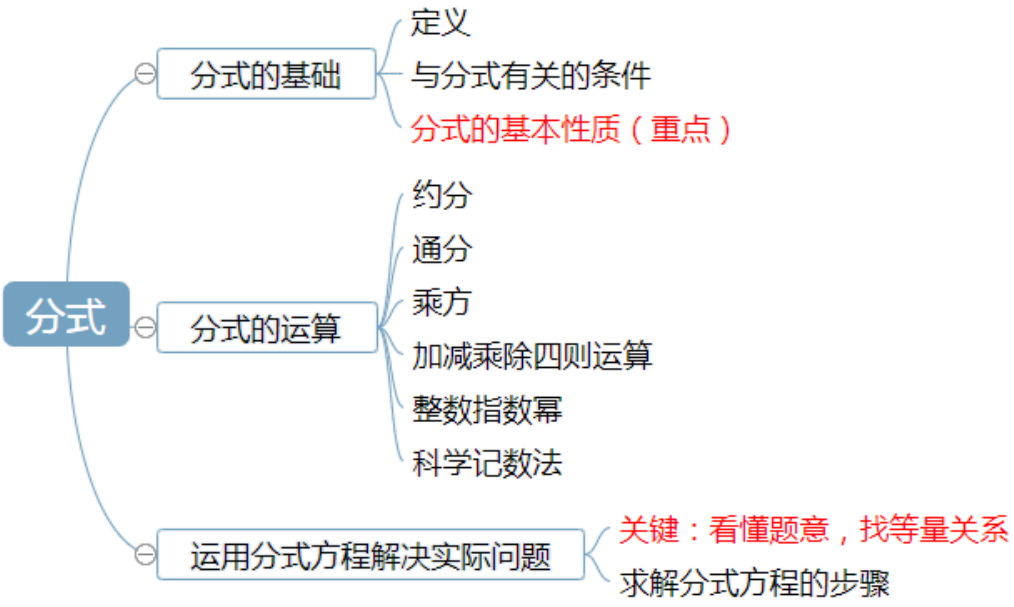
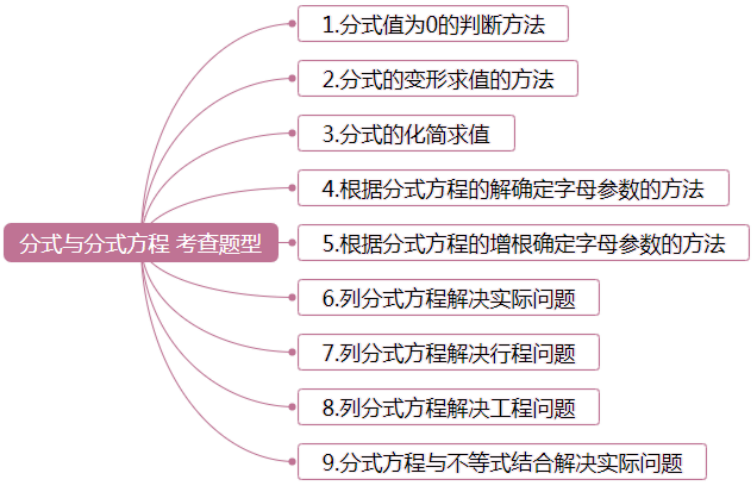
专题 09 分式与分式方程

专题总结

【思维导图】





【学问要点】

学问点一：分式的基础

概念：一般地，假如 A，B 表示两个整数，并且 B 中含有字母，那么式子$\frac{A}{B}$叫做分式，A 为分子，B 为分母。

【留意】推断式子是不是分式是从原始形式上去看，而不是从化简后的结果上去看。

与分式有关的条件：

	要求	表示
分式有意义	分母≠0	$B\neq 0$

分式无意义	分母=0	$B=0$
分式值为 0	分子为 0 且分母不为 0	$A=0, B\neq 0$
分式值为正或大于 0	分子分母同号	① $A>0, B>0$ ② $A<0, B<0$
分式值为负或小于 0	分子分母异号	①$A>0, B<0$ ②$A<0, B>0$
分式值为 1	分子分母值相等	A=B
分式值为-1	分子分母值互为相反数	A+B=0

1.（2024·湖北中考模拟）无论 a 取何值时，下列分式肯定有意义的是（　　）

A. $\frac{a^2+1}{a^2}$　　B. $\frac{a+1}{a^2}$　　C. $\frac{a^2-1}{a+1}$　　D. $\frac{a-1}{a^2+1}$

【答案】D

【详解】

当 a=0 时，$a^2=0$，故 A、B 中分式无意义；

当 a=-1 时，a+1=0，故 C 中分式无意义；

无论 a 取何值时，$a^2+1\neq 0$，

故选 D.

2.（2024·江苏中考真题）若代数式$\frac{x+1}{x-3}$有意义，则实数x的取值范围是（　　）

A. $x=-1$　　B. $x=3$　　C. $x\neq -1$　　D. $x\neq 3$

【答案】D

【详解】

∵代数式$\frac{x+1}{x-3}$有意义，

∴$x-3\neq 0$，

∴ $x\neq 3$

故选：D.

3.（2024·沭阳县马厂试验学校中考模拟）在$\frac{1}{x}, \frac{1}{2}, \frac{x^2+1}{2}, \frac{3xy}{\pi}, \frac{3}{x+y}, a+\frac{1}{m}$中分式的个数有（）

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

【答案】B

【详解】

解：$\frac{1}{2}$，$\frac{x^2+1}{2}$，$\frac{3xy}{\pi}$中的分母中均不含有字母，因此它们是整式，而不是分式；

$\frac{1}{x}$，$\frac{3}{x+y}$，$a+\frac{1}{m}$中的分母中含有字母，因此是分式；

故选：B.

考查题型一 分式值为 0 的推断方法

1.（2024·安徽中考模拟）分式$\frac{x^2+2x-3}{|x|-1}$的值为 0，则 x 的取值为（　　）

A．x=-3　　B．x=3　　C．x=-3 或 x=1　　D．x=3 或 x=-1

【答案】A

【详解】

∵原式的值为 0，

∴$\begin{cases} x^2+2x-3=0 \\ |x|-1\neq 0 \end{cases}$，

∴（x-1）（x+3）=0，即 x=1 或 x=-3；

又∵|x|-1≠0，即 x≠±1.

∴x=-3.

故选：A.

2.（2024·云南中考模拟）当式子$\frac{|x|-5}{x^2-4x-5}$的值为零时，x 的值是（　　）

A．±5　　B．5　　C．−5　　D．5或1

【答案】C

【详解】

由题意，得：|x|-5=0，且$x^2-4x-5\neq 0$；

由|x|-5=0，得：x=±5；

由$x^2-4x-5\neq 0$，得：x≠5，x≠-1；

综上得：x=-5，

故选 C.

3.（2024·广西中考真题）若分式$\frac{x^2-1}{x+1}$的值为 0，则 x 的值为（　　）

A．0　　B．1　　C．-1　　D．±1

【答案】B

【详解】∵分式$\frac{x^2-1}{x+1}$的值为零，

$\therefore \begin{cases} x^2-1=0 \\ x+1\neq 0 \end{cases}$，

解得：x=1，

故选 B.

学问点二：分式的运算（重点）

基本性质（基础）：分式的分子和分母同乘（或除以）一个不等于 0 的整式，分式的值不变。

字母表示：$\frac{A}{B}=\frac{A\cdot C}{B\cdot C}$，$\frac{A}{B}=\frac{A\div C}{B\div C}$，

其中 A、B、C 是整式，$C\neq 0$。

拓展：分式的符号法则：分式的分子、分母与分式本身的符号，变更其中任何两个，分式的值不变，即

$$\frac{A}{B}=\frac{-A}{-B}=-\frac{-A}{B}=-\frac{A}{-B}$$

留意：在应用分式的基本性质时，要留意 $C\neq 0$ 这个限制条件和隐含条件 $B\neq 0$。

1.（2024·山东中考模拟）若 x，y 的值均扩大为原来的 3 倍，则下列分式的值保持不变的是（　　）

A. $\frac{2+x}{x-y}$　　B. $\frac{2y}{x^2}$　　C. $\frac{2y^3}{3x^2}$　　D. $\frac{2y^2}{(x-y)^2}$

【答案】D

【详解】

依据分式的基本性质，可知若 x，y 的值均扩大为原来的 3 倍，

A、$\frac{2+3x}{3x-3y}\neq\frac{2+x}{x-y}$，错误；

B、$\frac{6y}{9x^2}\neq\frac{2y}{x^2}$，错误；

C、$\frac{54y^3}{27x^2}\neq\frac{2y^3}{3x^2}$，错误；

D、$\frac{18y^2}{9(x-y)^2}=\frac{2y^2}{(x-y)^2}$，正确；

故选 D.

2.（2024·山东中考模拟）若把分式$\frac{x+3y}{2xy}$的 x、y 同时扩大 10 倍，则分式的值（　）

A. 扩大为原来的 10 倍　　B. 缩小为原来的$\frac{1}{10}$

C. 不变　　D. 缩小为原来的$\frac{1}{5}$

【答案】B

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/378122076133007007