2022-2023学年安徽宿州市汴北三校联考高三下学期4月月考数学试题

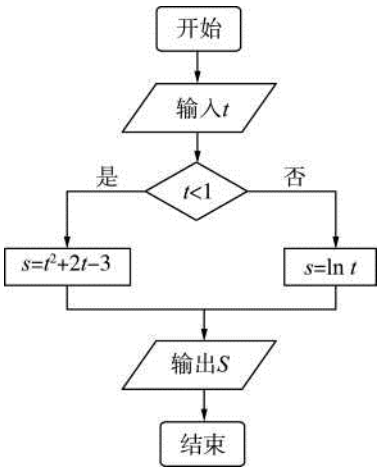
请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．执行如图所示的程序框图，如果输入$t\in[-2,\ e^2]$，则输出S属于（　　）



A．$[-3,2]$　　**B**．$[-4,2]$　　**C**．$[0,2]$　　**D**．$[-3,\ e^2]$

2．设m，n是两条不同的直线，α，β是两个不同的平面，下列命题中正确的是（ ）

A．若$\alpha\perp\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m\perp n$

B．若$\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m//n$

C．若$m\perp n$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$\alpha\perp\beta$

D．若$m\perp\alpha$，$m//n$，$n//\beta$，则$\alpha\perp\beta$

3．在平面直角坐标系xOy中，已知A_n,B_n是圆$x^2+y^2=n^2$上两个动点，且满足$\overrightarrow{OA_n}\cdot\overrightarrow{OB_n}=-\frac{n^2}{2}\left(n\in N^*\right)$，设$A_n,B_n$到直线$x+\sqrt{3}y+n\left(n+1\right)=0$的距离之和的最大值为$a_n$，若数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和$S_n<m$恒成立，则实数$m$的取值范围是（　　）

A．$\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$　　**B**．$\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$　　**C**．$\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　　**D**．$\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$

4．已知空间两不同直线m、n，两不同平面α，β，下列命题正确的是（　　）

A．若$m\parallel\alpha$且$n\parallel\alpha$，则$m\parallel n$　　B．若$m\perp\beta$且$m\perp n$，则$n\parallel\beta$

C．若$m\perp\alpha$且$m\parallel\beta$，则$\alpha\perp\beta$　　D．若m不垂直于α，且$n\subset\alpha$，则m不垂直于n

5．已知四棱锥$S-ABCD$的底面为矩形，$SA\perp$底面$ABCD$，点E在线段BC上，以AD为直径的圆过点E.若$SA=\sqrt{3}AB=3$，则ΔSED的面积的最小值为（　　）

A．9　　B．7　　C．$\frac{9}{2}$　　D．$\frac{7}{2}$

6．一个由两个圆柱组合而成的密闭容器内装有部分液体，小圆柱底面半径为r_1，大圆柱底面半径为r_2，如图1放置容器时，液面以上空余部分的高为h_1，如图2放置容器时，液面以上空余部分的高为h_2，则$\frac{h_1}{h_2}=$（　　）



图1　　图2

A．$\frac{r_2}{r_1}$　　B．$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$　　C．$\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3$　　D．$\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$

7．如图所示，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某多面体的三视图，则该几何体的各个面中最大面的面积为（　　）



A．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$2\sqrt{3}$　　C．8　　D．$8\sqrt{3}$

8．已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)\left(x\in R,\omega>0\right)$的最小正周期为$\pi$,为了得到函数$g\left(x\right)=\cos\omega x$的图象,只要将$y=f\left(x\right)$的图象(　　)

A．向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度　　B．向右平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度

C．向左平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度　　D．向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度

9．已知集合$M=\{y\mid -1<y<3\}$，$N=\{x\mid x(2x-7)\leqslant 0\}$，则$M\cup N=$（　　）

A．$[0,3)$　　B．$\left(0,\frac{7}{2}\right]$　　C．$\left(-1,\frac{7}{2}\right]$　　D．$\varnothing$

10．已知ΔABC中，角A、B所对的边分别是a，b，则“$a>b$”是“$A>B$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．既不充分也不必要条件　　D．充分必要条件

11．南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中，提出了一些新的垛积公式，所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同，前后两项之差并不相等，但是逐项差数之差或者高次差成等差数列对这类高阶等差数列的研究，在杨辉之后一般称为“垛积术”.现有高阶等差数列，其前7项分别为1，4，8，14，23，36，54，则该数列的第19项为（　　）（注：$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$）

A．1624　　B．1024　　C．1198　　D．1560

12．设$\vec{m}$，$\vec{n}$均为非零的平面向量，则“存在负数λ，使得$\vec{m}=\lambda\vec{n}$”是“$\vec{m}\cdot\vec{n}<0$”的

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．在平面直角坐标系xOy中，双曲线$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的右准线与渐近线的交点在抛物线$y^2=2px$上，则实数p的值为_____.

14．已知向量$\vec{a}=(1,1)$，$\vec{b}=(-1,k)$，$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=$_____.

15．已知抛物线$C:y^2=4x$，点P为抛物线C上一动点，过点P作圆$M:(x-3)^2+y^2=4$的切线，切点分别为A,B，则线段AB长度的取值范围为_____.

16．ΔABC内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$2c\cos B=2a+b$，则$\angle C=$_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）

在考察疫情防控工作中，某区卫生防控中心提出了“要坚持开展爱国卫生运动，从人居环境改善、饮食习惯、社会心理健康、公共卫生设施等多个方面开展，特别是要坚决杜绝食用野生动物的陋习，提倡文明健康、绿色环保的生活方式”的要求.某小组通过问卷调查，随机收集了该区居民六类日常生活习惯的有关数据.六类习惯是：（1）卫生习惯状况类；（2）垃圾处理状况类；（3）体育锻炼状况类；（4）心理健康状况类；（5）膳食合理状况类；（6）作息规律状况类.经过数据整理，得到下表：

	卫生习惯状况类	垃圾处理状况类	体育锻炼状况类	心理健康状况类	膳食合理状况类	作息规律状况类
有效答卷份数	380	550	330	410	400	430
习惯良好频率	0.6	0.9	0.8	0.7	0.65	0.6

假设每份调查问卷只调查上述六类状况之一，各类调查是否达到良好标准相互独立.

（1）从小组收集的有效答卷中随机选取 1 份，求这份试卷的调查结果是膳食合理状况类中习惯良好者的概率；

（2）从该区任选一位居民，试估计他在“卫生习惯状况类、体育锻炼状况类、膳食合理状况类”三类习惯方面，至少具备两类良好习惯的概率；

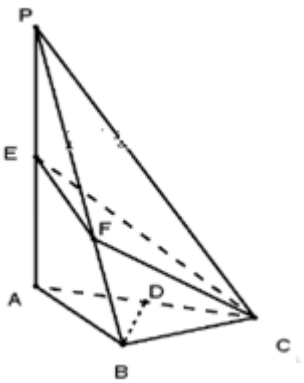
（3）利用上述六类习惯调查的排序，用“$\xi_k=1$”表示任选一位第 k 类受访者是习惯良好者，“$\xi_k=0$”表示任选一位第 k 类受访者不是习惯良好者（$k=1,2,3,4,5,6$）.写出方差 $D\xi_1$，$D\xi_2$，$D\xi_3$，$D\xi_4$，$D\xi_5$，$D\xi_6$ 的大小关系.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=2|x-2|-m\ (m>0)$，若 $f(x+2)<0$ 的解集为 $(-2,2)$.

（1）求 m 的值；

（2）若正实数 a，b，c 满足 $a+2b+3c=m$，求证：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{3c}\geq\dfrac{9}{4}$.

19.（12 分）已知三棱锥 $P-ABC$ 中，$\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，$AB=AC=1,\ PB=PC=\sqrt{5}$，设点 E 为 PA 中点，点 D 为 AC 中点，点 F 为 PB 上一点，且 $PF=2FB$.



（1）证明：$BD//$平面CEF；

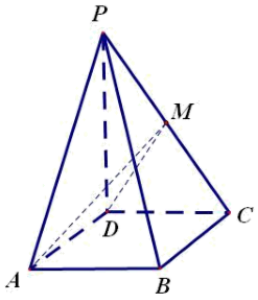
（2）若$PA\perp AC$，求直线CE与平面PBC所成角的正弦值.

20.（12 分）已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的短轴长为$2\sqrt{3}$，离心率$e=\frac{1}{2}$，其右焦点为$F$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过 F 作夹角为 $\frac{\pi}{4}$ 的两条直线 l_1, l_2 分别交椭圆 C 于 P, Q 和 M, N，求 $\frac{|PQ|}{|MN|}$ 的取值范围.

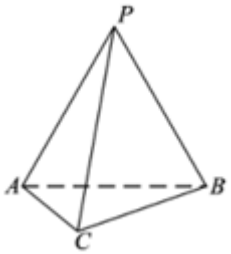
21.（12 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，四边形 $ABCD$ 为正方形，$PD \perp$ 平面 $ABCD$，点 M 是棱 PC 的中点，$AB=2$，$PD=t(t>0)$.



（1）若 $t=2$，证明：平面 $DMA \perp$ 平面 PBC；

（2）若三棱锥 $C-DBM$ 的体积为 $\frac{4}{3}$，求二面角 $B-DM-C$ 的余弦值.

22.（10 分）如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AC=BC=2$，$\angle ACB=90^{\circ}$，侧面 PAB 为等边三角形，侧棱 $PC=2\sqrt{2}$.



（1）求证：平面 $PAB \perp$ 平面 ABC；

（2）求三棱锥 $P-ABC$ 外接球的体积.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

由题意，框图的作用是求分段函数 $S(t)=\begin{cases}t^2+2t-3, & t\in[-2,1]\\ \ln t, & t\in[1,\ e^2]\end{cases}$ 的值域，求解即得解.

【详解】

由题意可知，

框图的作用是求分段函数 $S(t)=\begin{cases}t^2+2t-3, & t\in[-2,1]\\ \ln t, & t\in[1,\ e^2]\end{cases}$ 的值域，

当 $t\in[-2,1), S\in[-4,0)$；

当 $t\in[1,e^2], S\in[0,2]$

综上：$S\in[-4,2]$.

故选：B

【点睛】

本题考查了条件分支的程序框图，考查了学生逻辑推理，分类讨论，数学运算的能力，属于基础题.

2、D

【解析】

试题分析：$Q\ m\perp\alpha$，$m\parallel n,\therefore n\perp\alpha,\because n\ P\beta,\therefore\alpha\perp\beta$,故选 D.

考点：点线面的位置关系.

3、B

【解析】

由于 A_n,B_n 到直线 $x+\sqrt{3}y+n(n+1)=0$ 的距离和等于 A_n,B_n 中点到此直线距离的二倍，所以只需求 A_n,B_n 中点到此直线距离的最大值即可。再得到 A_n,B_n 中点的轨迹是圆，再通过此圆的圆心到直线距离，半径和 A_n,B_n 中点到此直线距离的最大值的关系可以求出 a_n 。再通过裂项的方法求 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和，即可通过不等式来求解 m 的取值范围.

【详解】

由 $\overrightarrow{OA_n}\cdot\overrightarrow{OB_n}=-\frac{n^2}{2}$，得 $n\cdot n\cdot\cos\angle A_nOB_n=-\frac{n^2}{2}$，$\therefore\angle A_nOB_n=120^\circ$.设线段 A_nB_n 的中点 C_n，则 $|OC_n|=\frac{n}{2}$，$\therefore C_n$ 在圆 $x^2+y^2=\frac{n^2}{4}$ 上，A_nB_n 到直线 $x+\sqrt{3}y+n(n+1)=0$ 的距离之和等于点 C_n 到该直线的距离的两倍，点 C_n 到直

线距离的最大值为圆心到直线的距离与圆的半径之和，而圆 $x^2+y^2=\frac{n^2}{4}$ 的圆心 $(0,0)$ 到直线 $x+\sqrt{3}y+n\left(n+1\right)=0$

的距离为 $d=\frac{\left|n(n+1)\right|}{\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{n(n+1)}{2}$，$\therefore a_n=2\left[\frac{n(n+1)}{2}+\frac{n}{2}\right]=n^2+2n$，$\therefore \frac{1}{a_n}=\frac{1}{n^2+2n}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$，

$\therefore S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)<\frac{3}{4}$.

$\therefore m\geq\frac{3}{4}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了向量数量积，点到直线的距离，数列求和等知识，是一道不错的综合题.

4、C

【解析】

因答案 A 中的直线 m，n 可以异面或相交，故不正确；答案 B 中的直线 $n\subset\beta$ 也成立，故不正确；答案 C 中的直线 m 可以平移到平面 β 中，所以由面面垂直的判定定理可知两平面 α，β 互相垂直，是正确的；答案 D 中直线 m 也有可能垂直于直线 n，故不正确．应选答案 C.

5、C

【解析】

根据线面垂直的性质以及线面垂直的判定，根据勾股定理，得到 BE,EC 之间的等量关系，再用 BE,EC 表示出 n SED 的面积，利用均值不等式即可容易求得.

【详解】

设 $BE=x$，$EC=y$，则 $BC=AD=x+y$.

因为 $SA\perp$ 平面 $ABCD$，$ED\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $SA\perp ED$.

又 $AE\perp ED$，$SA\cap AE=A$，所以 $ED\perp$ 平面 SAE，则 $ED\perp SE$.

易知 $AE=\sqrt{x^2+3}$，$ED=\sqrt{y^2+3}$.

在 RtΔAED 中，$AE^2+ED^2=AD^2$，

即 $x^2+3+y^2+3=(x+y)^2$，化简得 $xy=3$.

在 RtΔSED 中，$SE=\sqrt{x^2+12}$，$ED=\sqrt{y^2+3}=\sqrt{\frac{9}{x^2}+3}$.

所以 $S_{\Delta SED}=\frac{1}{2}SE\cdot ED=\frac{1}{2}\sqrt{3x^2+\frac{108}{x^2}+45}$.

因为$3x^2+\frac{108}{x^2}\geq 2\sqrt{3x^2\cdot\frac{108}{x^2}}=36$，

当且仅当$x=\sqrt{6}$，$y=\frac{\sqrt{6}}{2}$时等号成立，所以$S_{\Delta SED}\geq\frac{1}{2}\sqrt{36+45}=\frac{9}{2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查空间几何体的线面位置关系及基本不等式的应用，考查空间想象能力以及数形结合思想，涉及线面垂直的判定和性质，属中档题.

6、B

【解析】

根据空余部分体积相等列出等式即可求解.

【详解】

在图 1 中，液面以上空余部分的体积为$\pi r_1^2 h_1$；在图 2 中，液面以上空余部分的体积为$\pi r_2^2 h_2$.因为$\pi r_1^2 h_1=\pi r_2^2 h_2$，所以$\frac{h_1}{h_2}=\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$.

故选：B

【点睛】

本题考查圆柱的体积，属于基础题.

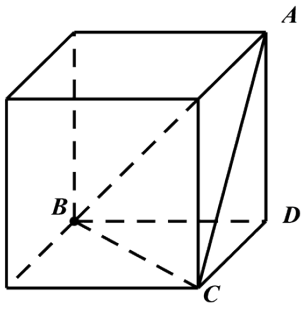
7、B

【解析】

根据三视图可以得到原几何体为三棱锥，且是有三条棱互相垂直的三棱锥，根据几何体的各面面积可得最大面的面积.

【详解】

解：分析题意可知，如下图所示，



该几何体为一个正方体中的三棱锥$A-BCD$，

最大面的表面边长为$2\sqrt{2}$的等边三角形ABC，

故其面积为$\frac{\sqrt{3}}{4}(2\sqrt{2})^2=2\sqrt{3}$，

故选 **B**.

【点睛】

本题考查了几何体的三视图问题，解题的关键是要能由三视图解析出原几何体，从而解决问题.

8、**A**

【解析】

由$f(x)$的最小正周期是π，得$\omega=2$，

即$f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{4})$

$=\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)\right]$

$=\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$

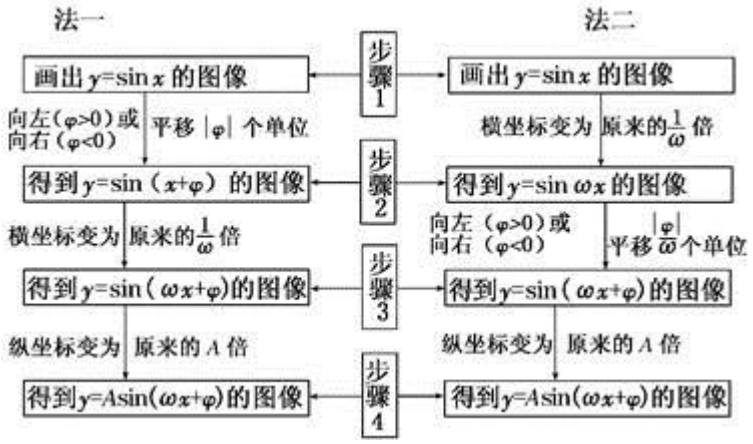
$=\cos 2(x-\frac{\pi}{8})$，

因此它的图象向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位可得到$g(x)=\cos 2x$的图象．故选 **A**.

考点：函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象与性质.

【名师点睛】

三角函数图象变换方法：



9、**C**

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/385144024120011144