高三数学

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡指定位置上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\left\{x \middle| y=\sqrt{1-x^2}\right\}$，$B=\left\{y \middle| y=2^x+1\right\}$，则 $\left(\complement_{\mathbf{R}} A\right)\cap B=$（　　）

A. $\varnothing$　　　　B. $[-1,1]$　　　　C. $[1,+\infty)$　　　　D. $(1,+\infty)$

【答案】D

【解析】

【分析】求出集合 A，B，再用补集和交集的概念求解即可.

【详解】由 $1-x^2\geq 0$，得 $-1\leq x\leq 1$，所以 $A=\left\{x \middle| -1\leq x\leq 1\right\}$，

$\complement_{\mathbf{R}} A=\left\{x \middle| x<-1\text{或}x>1\right\}$，

由 $2^x>0$，得 $y=2^x+1>1$，所以 $B=\left\{y \middle| y>1\right\}$，

所以 $\left(\complement_{\mathbf{R}} A\right)\cap B=\left\{x \middle| x>1\right\}$.

故选：D.

2. 设复数 z 满足 $\dfrac{z}{1+z}=\mathrm{i}$，则 $z\cdot\overline{z}=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C. $\dfrac{1}{2}$　　　　D. 2

【答案】C

【解析】

【分析】由题可得 $z=\dfrac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，计算后可得 z 与 $\overline{z}$，即可得答案.

【详解】由$\frac{z}{1+z}=\mathrm{i}$，可得$z=(1+z)\mathrm{i}\Rightarrow \mathrm{i}=(1-\mathrm{i})z\Rightarrow z=\frac{\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\frac{\mathrm{i}(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$，

则$\bar{z}=-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$，则$z\cdot\bar{z}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

故选：C

3. 已知命题$p:\frac{1}{a}>1$，命题$q:\exists x\in\mathbf{R},ax^2+2ax+1\le 0$，则$p$成立是$\neg q$成立的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】先化简命题p: $0<a<1$，$\neg q$：$0\le a<1$，再利用充分条件和必要条件的定义判断.

【详解】解：由$\frac{1}{a}>1$，得$(a-1)a<0$，解得$0<a<1$；

由$q:\exists x\in\mathbf{R},ax^2+2ax+1\le 0$，得$\neg q:\forall x\in\mathbf{R},ax^2+2ax+1>0$，

当$a=0$时，$1>0$成立；

当$a>0$时，$\Delta=4a^2-4a<0$，解得 $0<a<1$，综上$0\le a<1$，

所以p成立是$\neg q$成立的充分不必要条件，

故选：A

4. 已知$\tan\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{4}$，则$\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{6}\right)=$（　　）

A. $-\frac{15}{17}$

B. $-\frac{8}{17}$

C. $\frac{8}{17}$

D. $\frac{15}{17}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据诱导公式和余弦二倍角公式得到$\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}$，化弦为切，代入求值即可.

【详解】$\tan\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{4}$，

故 $\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\left(2\theta-\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}\right)=-\cos\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)=-\cos 2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$

$$=\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+\cos^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$=\frac{\tan^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)-1}{\tan^2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+1}=\frac{\frac{1}{16}-1}{\frac{1}{16}+1}=-\frac{15}{17}.$$

故选：A

5. 已知 F 为椭圆 $C:\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{5}=1$ 的上焦点，P 为 C 上一点，Q 为圆 $M:x^2+y^2-8x+15=0$ 上一点，则 $|PQ|+|PF|$ 的最大值为（　　）

A. $1+2\sqrt{5}$　　B. $3+2\sqrt{5}$　　C. $5+2\sqrt{5}$　　D. $7+2\sqrt{5}$

【答案】D

【解析】

【分析】由圆和椭圆方程可确定圆心、半径、a,c 的长；利用椭圆定义和圆的对称性可将问题转化为求解 $7+|PM|-|PF'|$ 的最大值问题，利用三角形三边关系可知当 M,P,F' 三点共线时取得最大值，由此可得结果.

【详解】由圆 M 方程得：圆心 $M(4,0)$，半径 $r=\frac{1}{2}\times\sqrt{64-60}=1$；

由椭圆 C 方程得：$a=3$，$c=2$，设椭圆 C 下焦点为 F'，则 $F'(0,-2)$，

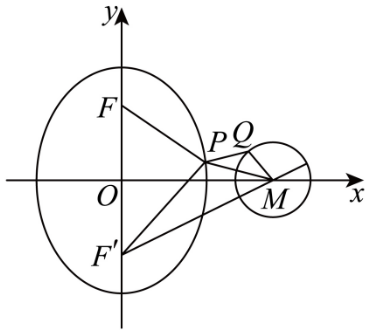
由椭圆定义知：$|PF'|+|PF|=2a=6$，$\therefore |PQ|+|PF|=6+|PQ|-|PF'|$；

Q $|PQ|\le|PM|+r$（当且仅当 P,M,Q 三点共线时取等号），

$\therefore |PQ|+|PF|=6+|PQ|-|PF'|\le 7+|PM|-|PF'|$，

又 $|PM|-|PF'|\le|MF'|$（当且仅当 M,P,F' 三点共线时取等号），

$\therefore |PQ|+|PF|\le 7+|MF'|=7+\sqrt{(4-0)^2+(0+2)^2}=7+2\sqrt{5}$，即 $|PQ|+|PF|$ 的最大值为 $7+2\sqrt{5}$.



故选：D.

6. 已知$\alpha,\beta\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，且$\alpha\sin\alpha-\beta\sin\beta<0$，则（　　）

A. $\alpha<\beta$

B. $\alpha^2<\beta^2$

C. $\alpha>\beta$

D. $\alpha^2>\beta^2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数$f(x)=x\sin x,x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，利用函数的奇偶性及导数与函数单调性间的关系，可得$f(x)$，在区间$\left[-\frac{\pi}{2},0\right)$上单调递减，在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增，结合条件可得$|\alpha|<|\beta|$，即可求解.

【详解】令$f(x)=x\sin x,x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，则$f(-x)=(-x)\sin(-x)=x\sin x=f(x)$，

则$f(x)=x\sin x,x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$是偶函数，

又$f'(x)=\sin x+x\cos x$，当$x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$f'(x)>0$恒成立，

所以$f(x)=x\sin x,x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，在区间$\left[-\frac{\pi}{2},0\right)$上单调递减，在区间$\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增，

又$\alpha,\beta\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，且$\alpha\sin\alpha-\beta\sin\beta<0$，即$f(\alpha)<f(\beta)$，所以$|\alpha|<|\beta|$，则$\alpha^2<\beta^2$，所以选项B正确，

当$\alpha,\beta\in\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$时，$\beta<\alpha\le0$，所以选项A和D错误，

当$\alpha,\beta\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时，$0\le\alpha<\beta$，所以选项C错误，

故选：B.

7. 已知定义在$\mathbf{R}$上的偶函数$f\left(x\right)$满足$f\left(x\right)=f\left(2-x\right)$，当$x\in\left[-1,0\right]$时，$f\left(x\right)=x+1$.函数$g\left(x\right)=\mathrm{e}^{-|x-2|}(-1<x<5)$，则$f\left(x\right)$与$g\left(x\right)$的图象所有交点的横坐标之和为（　　）

A. 6　　　　B. 8　　　　C. 10　　　　D. 14

【答案】C

【解析】

【分析】画出$f\left(x\right)$、$g\left(x\right)$在区间$\left(-1,5\right)$上的图象，根据对称性、周期性等知识来求得正确答案.

【详解】依题意，$f\left(x\right)$是定义在R上的偶函数，图象关于直线$x=0$对称，

$f\left(x\right)=f\left(2-x\right)$，所以$f\left(x+2\right)=f\left(2-\left(-x\right)\right)=f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，

所以$f\left(x\right)$是周期为2的周期函数，所以$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=2$对称.

函数$g\left(x\right)=\mathrm{e}^{-|x-2|}(-1<x<5)$的图象也关于直线$x=2$对称.

当$x\ge2$时，$g\left(x\right)=\mathrm{e}^{-x+2},g'\left(x\right)=-\mathrm{e}^{-x+2},g'\left(2\right)=-1,g\left(2\right)=1$.

当$0\le x\le1$时，$-1\le-x\le0$，$f\left(x\right)=f\left(-x\right)=-x+1$，

当$2\le x\le3$时，$0\le x-2\le1$，$f\left(x\right)=f\left(x-2\right)=-\left(x-2\right)+1=-x+3$，

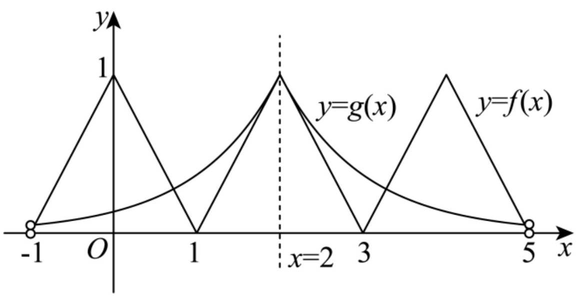
$f\left(2\right)=1$，所以直线$y=-x+3$与曲线$y=g(x)$相切于点$(2,1)$.

画出$f\left(x\right)$、$g\left(x\right)$在区间$\left(-1,5\right)$上的图象如下图所示，

由图可知，两个函数图象有$4+1=5$个公共点，

所以所有交点的横坐标之和为$2\times4+2=10$.

故选：C



8. 在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=90^\circ$，$\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|=1$，$P$是$\triangle ABC$所在平面内一点，$\overrightarrow{AP}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+3\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$，则$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的最大值为（　　）

A. $5+2\sqrt{3}$　　B. $10+2\sqrt{3}$　　C. $5-2\sqrt{3}$　　D. $10-2\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据向量的数量积以及基本不等式求解即可.

【详解】$\because \angle BAC=90^\circ$，$\therefore \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，

$\because \overrightarrow{AP}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+3\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$，

$\therefore \overrightarrow{AP}^2=\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+3\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)^2=\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}\right)^2+6\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}\cdot\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}+\left(3\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)^2=1+0+9=10$，

$\because \overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}=\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AC}\right)$

$=\overrightarrow{PA}^2+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$=10-\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}$

$=10-\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+3\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)\cdot\overrightarrow{AC}-\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+3\dfrac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)\cdot\overrightarrow{AB}$

$=10-3\left|\overrightarrow{AC}\right|-\left|\overrightarrow{AB}\right|=10-\left(3\left|\overrightarrow{AC}\right|+\left|\overrightarrow{AB}\right|\right)\le 10-2\sqrt{3\left|\overrightarrow{AC}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AB}\right|}=10-2\sqrt{3}$，

当且仅当$3\left|\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}\right|$，即$\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{3}$，$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$时等号成立，

所以$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$的最大值为$10-2\sqrt{3}$.

故选：D.

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9. 已知函数$f\left(x\right)=\sin x+\sqrt{3}\left|\cos x\right|$，则（　　）

A. π 是 $f\left(x\right)$ 的一个周期

B. $x=\dfrac{\pi}{2}$ 是 $f\left(x\right)$ 的一条对称轴

C. $f\left(x\right)$ 的值域为 $\left[-1,2\right]$

D. $f\left(x\right)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上单调递减

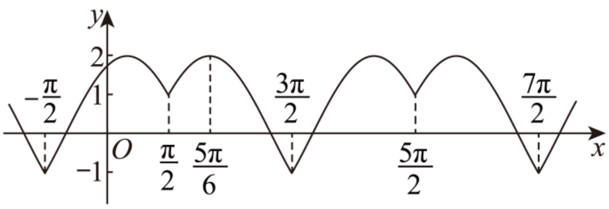
【答案】BC

【解析】

【分析】先化简函数，再结合函数图像对各个选项逐一分析判断即可.

【详解】$f\left(x\right)=\sin x+\sqrt{3}\left|\cos x\right|=\begin{cases}\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right),x\in\left[-\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\dfrac{\pi}{2}+2k\pi\right]\left(k\in\mathbf{Z}\right)\\ \sin x-\sqrt{3}\cos x=2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right),x\in\left[\dfrac{\pi}{2}+2k\pi,\dfrac{3\pi}{2}+2k\pi\right]\left(k\in\mathbf{Z}\right)\end{cases}$，

图像如图所示：



由图像可得，函数的最小正周期为2π，故选项 A 错误，不符合题意；

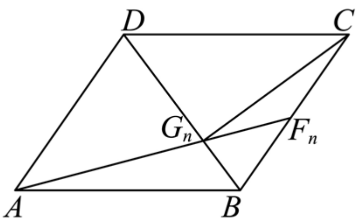
$x=\dfrac{\pi}{2}$ 是 $f\left(x\right)$ 的一条对称轴，故选项 B 正确，符合题意；

$f\left(x\right)$ 的值域为 $\left[-1,2\right]$，故选项 C 正确，符合题意；

$f\left(x\right)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]$ 上先增后减，选项 D 错误，不符合题意；

故选：BC.

10. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$F_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 为边 BC 上的一列点，连接 AF_n 交 BD 于点 $G_n\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$，且 G_n 满足 $a_na_{n+1}\overrightarrow{G_nB}=a_n\overrightarrow{G_nF_n}-2a_{n+1}\overrightarrow{G_nC}$，其中数列 $\left\{a_n\right\}$ 是首项为 1 的正项数列，则（　　）



A. 数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}+1\right\}$ 为等比数列

B. 数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和为$2^{n+1}-n-2$

C. 数列$\{a_n\}$为递增数列

D. $a_n=\dfrac{1}{2^n-1}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】A 选项，根据向量共线定理得到$\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{2}{a_n}=1$，从而$\dfrac{1}{a_{n+1}}+1=2\left(\dfrac{1}{a_n}+1\right)$，A 正确；B 选项，在A 选项基础上得到$\dfrac{1}{a_n}=2^n-1$，由分组求和和等比数列求和公式得到 B 正确；C 选项，举出反例即可；D 选项，在 B 选项基础上得到 D 正确.

【详解】A 选项，因为$F_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$为边$BC$上的一列点，设$\overrightarrow{F_nB}=t\overrightarrow{F_nC}$，

即$\overrightarrow{G_nB}-\overrightarrow{G_nF_n}=t\overrightarrow{G_nC}-t\overrightarrow{G_nF_n}$，所以$\overrightarrow{G_nB}=t\overrightarrow{G_nC}+(1-t)\overrightarrow{G_nF_n}$

$a_na_{n+1}\overrightarrow{G_nB}=a_n\overrightarrow{G_nF_n}-2a_{n+1}\overrightarrow{G_nC}\Rightarrow\overrightarrow{G_nB}=\dfrac{1}{a_{n+1}}\overrightarrow{G_nF_n}-\dfrac{2}{a_n}\overrightarrow{G_nC}$，

即$\begin{cases}t=-\dfrac{2}{a_n}\\1-t=\dfrac{1}{a_{n+1}}\end{cases}$，所以$\dfrac{1}{a_{n+1}}-\dfrac{2}{a_n}=1$，

即$\dfrac{1}{a_{n+1}}+1=2\left(\dfrac{1}{a_n}+1\right)$，所以数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}+1\right\}$为公比为 2 的等比数列，A 正确；

B 选项，因为$a_1=1$，所以$\dfrac{1}{a_1}+1=2$，

故$\left\{\dfrac{1}{a_n}+1\right\}$是首项为 2，公比为 2 的等比数列，

所以$\dfrac{1}{a_n}+1=2^n$，$\dfrac{1}{a_n}=2^n-1$，

$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$的前$n$项和为$2^1-1+2^2-1+\cdots+2^n-1=2+4+\cdots+2^n-n$

$=\dfrac{2-2^{n+1}}{1-2}-n=2^{n+1}-n-2$，B 正确；

CD 选项，$a_n=\dfrac{1}{2^n-1}$，故 $a_1=1,a_2=\dfrac{1}{3},a_3=\dfrac{1}{7}$，显然 $a_1<a_2<a_3$，

则数列 $\{a_n\}$ 不是递增数列，C 错误，D 正确.

故选：ABD

11. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 P 满足 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AD_1},\lambda\in[0,1]$，则（　　）

A. 点 P 到平面 BC_1D 的距离为 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

B. 二面角 $P-BC_1-D$ 的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

C. 当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 时，过点 P 的平面截该正方体外接球所得截面面积的取值范围为 $[2\pi,3\pi]$

D. 若 Q 是对角线 AC_1 上一点，则 $PQ+QC$ 的最小值为 $\dfrac{8}{3}$

【答案】ACD

【解析】

【分析】选项 A，根据条件可得 $AD_1//$ 面 BC_1D，从而将 P 到平面 BC_1D 的距离转化成 A 到平面 BC_1D 的距离，进而转化成 C 到平面 BC_1D 的距离，再利用等体积法，即可求解；选项 B，取 AD_1 中点 E，BC_1 中点 F，连接 EF,DF，根据条件可得 $\angle EFD$ 为二面角 $P-BC_1-D$ 的平面角，再利用几何关系，即可求解；选项 C，由题知，过点 P 的平面经过球心 O 时，截面圆的面积最大，当 P 为截面圆的圆心时，截面圆的面积最大，即可求解；选项 D，通过翻折平面，使得点 C 翻转后得到的点 C' 满足 C',Q,P 三点共线，且 $C'P\perp AD_1$.即可求得

【详解】如图 1，易知 $AD_1//BC_1$，$AD_1\not\subset$ 面 BC_1D，$BC_1\subset$ 面 BC_1D，所以 $AD_1//$ 面 BC_1D，

对于选项 A，因为 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AD_1},\lambda\in[0,1]$，即点 P 在线段 AD_1 上（含端点），

因为 $AD_1//$ 面 BC_1D，所以 P 到平面 BC_1D 的距离，也即 A 到平面 BC_1D 的距离，

连接 AC 交 BD 于 O_1，易知 O_1 为 AC 中点，则 A 到平面 BC_1D 的距离等于 C 到平面 BC_1D 的距离，

又正方体的棱长为 2，则 $BD=BC_1=DC_1=2\sqrt{2}$，所以 $S_{\triangle BDC_1}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(2\sqrt{2}\right)^2=2\sqrt{3}$，

设C到平面BC_1D的距离为h，

由$V_{C-BDC_1}=V_{C_1-BDC}$，得到$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2^3=\frac{1}{3}\times 2\sqrt{3}h$，解得$h=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，所以选项 A 正确，

对于选项 B，如图 1，取AD_1中点E，BC_1中点F，连接EF,DF，

易知$DF\perp BC_1,EF\perp BC_1$，所以$\angle EFD$为二面角$P-BC_1-D$的平面角，

在$\triangle EFD$中，$EF=2,DE=\sqrt{2}$，$DF=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{6}$，

所以$\left|DE\right|^2+\left|EF\right|^2=\left|DF\right|^2$，则$\sin\angle EFD=\frac{\left|ED\right|}{\left|DF\right|}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，所以选项 B 错误，

对于选项 C，正方体的外接球的球心O为正方体的体心，且外接球的直径$2R$为正方体的体对角线长，

则$R=\sqrt{3}$，当过点P的平面经过球心O时，此时平面截该正方体外接球所得截面面积最大，截面面积为

$S=\pi R^2=3\pi$，

当过点P的平面经不过球心O时，不妨设截面圆的半径为r，球心到截面圆的距离为d，

则$r=\sqrt{R^2-d^2}$，显然有$d\le\left|OP\right|$，当且仅当P为截面圆的圆心时取等号，即截面圆的直径为AD_1，此时$r=\frac{\left|AD_1\right|}{2}=\sqrt{2}$，

所以平面截该正方体外接球所得截面面积最小值为$S=\pi r^2=2\pi$，故选项 C 正确，

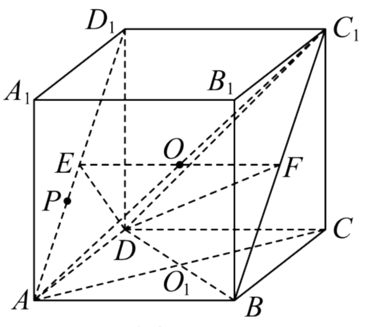


图1

对于选项 D，如图 2，将平面ACC_1绕着AC_1旋转到$AC'C_1$位置，使之与平面AD_1C_1在一个平面内，

因Q是对角线AC_1上一点，要使$PQ+QC$最小，需使三点C',Q,P共线，且$C'P\perp AD_1$.

设$\angle D_1AC_1=\varphi$，则$\cos\varphi=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3},\sin\varphi=\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/385234020313012012