

# 浙江省之江教育评价联盟 2022-2023 学年高三第三次质量考评试卷数学试题

## 注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“三百七十八里关，初行健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还。”意思为有一个人要走 378 里路，第一天健步行走，从第二天起脚痛，每天走的路程为前一天的一半，走了六天恰好到达目的地，请问第二天比第四天多走了（ ）

- A. 96 里                      B. 72 里                      C. 48 里                      D. 24 里

2. 中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”。“礼”，主要指德育；“乐”，主要指美育；“射”和“御”，就是体育和劳动；“书”，指各种历史文化知识；“数”，指数学。某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下要求：“数”必须排在第三节，且“射”和“御”两门课程相邻排课，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有（ ）

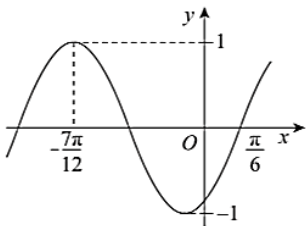
- A. 12 种                      B. 24 种                      C. 36 种                      D. 48 种

3. 设椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右顶点为  $A$ ，右焦点为  $F$ ， $B$ 、 $C$  为椭圆上关于原点对称的两点，直线  $BF$  交直线  $AC$  于  $M$ ，且  $M$  为  $AC$  的中点，则椭圆  $E$  的离心率是（ ）

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{1}{4}$

4. 已知函数  $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0$ ,  $\omega > 0$ ,  $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$ )，将函数  $f(x)$  的图象向左平移  $\frac{3\pi}{4}$  个单位长度，得到

函数  $g(x)$  的部分图象如图所示，则  $f(x) = \frac{1}{3}$  是  $g\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  的（ ）



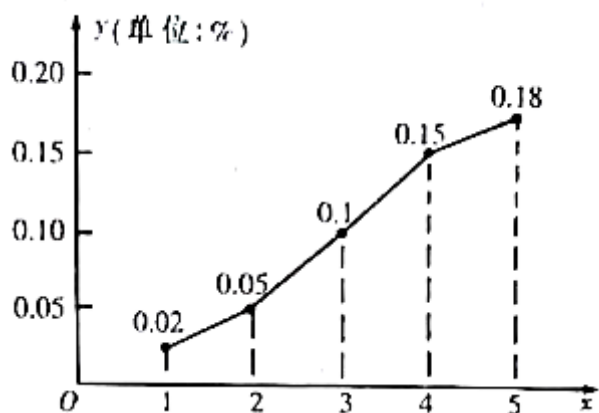
- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件                              D. 既不充分也不必要条件



9. 已知实数集  $\mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | 1 < x < 3\}$ , 集合  $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}\right\}$ , 则  $A \cap (C_{\mathbf{R}}B) = ( \quad )$

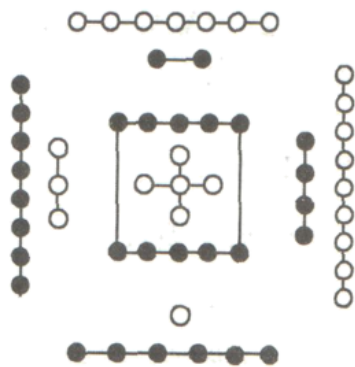
- A.  $\{x | 1 < x \leq 2\}$     B.  $\{x | 1 < x < 3\}$     C.  $\{x | 2 \leq x < 3\}$     D.  $\{x | 1 < x < 2\}$

10. 5G 网络是一种先进的高频传输技术, 我国的 5G 技术发展迅速, 已位居世界前列. 华为公司 2019 年 8 月初推出了一款 5G 手机, 现调查得到该款 5G 手机上市时间  $x$  和市场占有率  $y$  (单位: %) 的几组相关对应数据. 如图所示的折线图中, 横轴 1 代表 2019 年 8 月, 2 代表 2019 年 9 月……, 5 代表 2019 年 12 月, 根据数据得出  $y$  关于  $x$  的线性回归方程为  $\hat{y} = 0.042x + \hat{a}$ . 若用此方程分析并预测该款手机市场占有率的变化趋势, 则最早何时该款 5G 手机市场占有率能超过 0.5% (精确到月) ( )



- A. 2020 年 6 月    B. 2020 年 7 月    C. 2020 年 8 月    D. 2020 年 9 月

11. 《易·系辞上》有“河出图, 洛出书”之说, 河图、洛书是中华文化, 阴阳术数之源, 其中河图的排列结构是一、六在后, 二、七在前, 三、八在左, 四、九在右, 五、十背中, 如图, 白圈为阳数, 黑点为阴数, 若从阴数和阳数中各取一数, 则其差的绝对值为 5 的概率为



- A.  $\frac{1}{5}$     B.  $\frac{6}{25}$     C.  $\frac{8}{25}$     D.  $\frac{2}{5}$

12. 复数  $z = \frac{4+3i}{i-2}$  的虚部为 ( )

- A.  $2i$     B.  $-2i$     C.  $2$     D.  $-2$

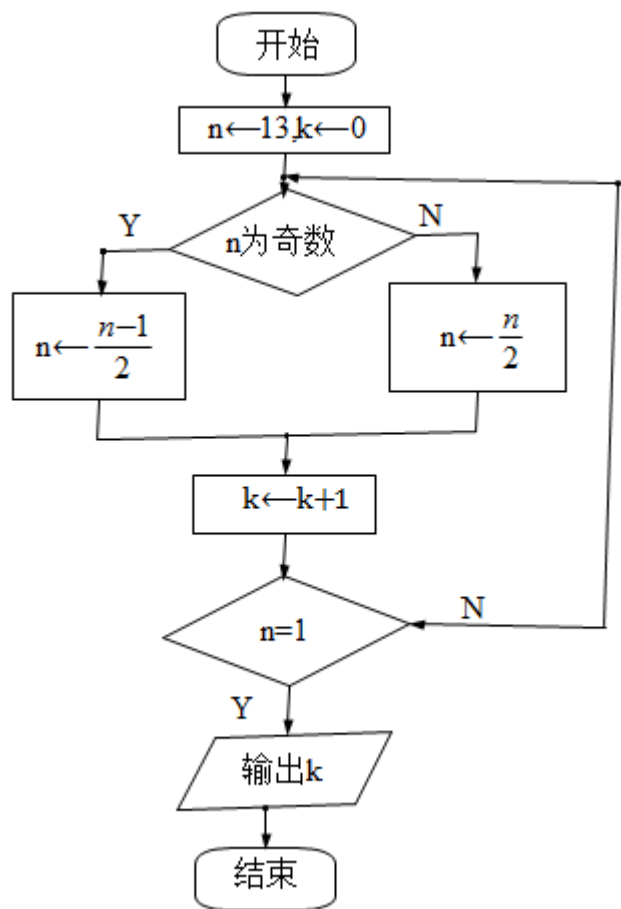
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在区间 $[-6, 2]$ 内任意取一个数 $x_0$ , 则 $x_0$ 恰好为非负数的概率是\_\_\_\_\_.

14. 近年来, 新能源汽车技术不断推陈出新, 新产品不断涌现, 在汽车市场上影响力不断增大. 动力电池技术作为新能源汽车的核心技术, 它的不断成熟也是推动新能源汽车发展的主要动力. 假定现在市售的某款新能源汽车上, 车载动力电池充放电循环次数达到 2000 次的概率为 85%, 充放电循环次数达到 2500 次的概率为 35%. 若某用户的自用新能源汽车已经经过了 2000 次充电, 那么他的车能够充电 2500 次的概率为\_\_\_\_\_.

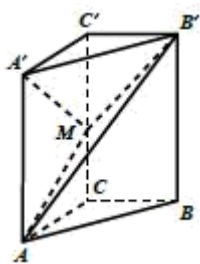
15. 函数 $f(x) = \sqrt{\log_2 x - 2}$ 的定义域是\_\_\_\_\_.

16. 下图是一个算法流程图, 则输出的 $k$ 的值为\_\_\_\_\_.



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC - A'B'C'$ 的侧棱 $AA'$ 垂直于底面 $ABC$ , 且 $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $BC = 1$ ,  $A'A = \sqrt{6}$ ,  $M$ 是棱 $CC'$ 的中点.



(1) 证明:  $AB' \perp A'M$ ;

(2) 求二面角  $A'-MB'-A$  的余弦值.

18. (12分) 已知圆  $M: (x+2\sqrt{3})^2 + y^2 = 64$  及定点  $N(2\sqrt{3}, 0)$ , 点  $A$  是圆  $M$  上的动点, 点  $B$  在  $NA$  上, 点  $G$  在  $MA$  上, 且满足  $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NB}$ ,  $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{NA} = 0$ , 点  $G$  的轨迹为曲线  $C$ .

(1) 求曲线  $C$  的方程;

(2) 设斜率为  $k$  的动直线  $l$  与曲线  $C$  有且只有一个公共点, 与直线  $y = \frac{1}{2}x$  和  $y = -\frac{1}{2}x$  分别交于  $P, Q$  两点. 当  $|k| > \frac{1}{2}$  时, 求  $\triangle OPQ$  ( $O$  为坐标原点) 面积的取值范围.

19. (12分) 已知  $a, b$  都是大于零的实数.

(1) 证明  $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{a} \geq a + b$ ;

(2) 若  $a > b$ , 证明  $a^2 + \frac{a}{b^3} + \frac{1}{a(a-b)} > 4$ .

20. (12分) 一个工厂在某年里连续 10 个月每月产品的总成本  $y$  (万元) 与该月产量  $x$  (万件) 之间有如下的一组数据:

$x$	1.08	1.12	1.19	1.28	1.36	1.48	1.59	1.68	1.80	1.87
$y$	2.25	2.37	2.40	2.55	2.64	2.75	2.92	3.03	3.14	3.26

(1) 通过画散点图, 发现可用线性回归模型拟合  $y$  与  $x$  的关系, 请用相关系数  $r$  加以说明;

(2) ①建立月总成本  $y$  与月产量  $x$  之间的回归方程; ②通过建立的  $y$  关于  $x$  的回归方程, 估计某月产量为 1.98 万件时, 产品的总成本为多少万元? (均精确到 0.001)

附注: ①参考数据:  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 14.45$ ,  $\sum_{i=1}^{10} y_i = 27.31$ ,  $\sqrt{\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 10\bar{x}^2} \approx 0.850$ ,  $\sqrt{\sum_{i=1}^{10} y_i^2 - 10\bar{y}^2} \approx 1.042$ ,  $\hat{b} = 1.223$ .

②参考公式: 相关系数  $r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2\right)}}$ ,  $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ,  $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$ .

21. (12分) 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = \frac{\pi}{4}$ ,  $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{3}$ .

(1) 求  $\cos A$  的值;

(2) 点  $D$  为边  $BC$  上的动点 (不与  $C$  点重合), 设  $AD = \lambda DC$ , 求  $\lambda$  的取值范围.

22. (10分) 在直角坐标系  $xOy$  中, 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的参数方程为

$$\begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数}), \text{ 直线 } l \text{ 经过点 } M(-1, -3\sqrt{3}) \text{ 且倾斜角为 } \alpha.$$

(1) 求曲线  $C$  的极坐标方程和直线  $l$  的参数方程;

(2) 已知直线  $l$  与曲线  $C$  交于  $A, B$ , 满足  $A$  为  $MB$  的中点, 求  $\tan \alpha$ .

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. B

**【解析】**

人每天走的路程构成公比为  $\frac{1}{2}$  的等比数列, 设此人第一天走的路程为  $a_1$ , 计算  $a_1 = 192$ , 代入得到答案.

**【详解】**

由题意可知此人每天走的路程构成公比为  $\frac{1}{2}$  的等比数列, 设此人第一天走的路程为  $a_1$ ,

$$\text{则 } \frac{a_1 \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^6 \right]}{1 - \frac{1}{2}} = 378, \text{ 解得 } a_1 = 192, \text{ 从而可得 } a_2 = 192 \times \frac{1}{2} = 96, a_4 = 192 \times \left( \frac{1}{2} \right)^3 = 24, \text{ 故}$$

$$a_2 - a_4 = 96 - 24 = 72.$$

故选: B.

**【点睛】**

本题考查了等比数列的应用, 意在考查学生的计算能力和应用能力.

2. C

**【解析】**

根据“数”排在第三节, 则“射”和“御”两门课程相邻有 3 类排法, 再考虑两者的顺序, 有  $A_2^2 = 2$  种, 剩余的 3 门全排列,

即可求解.

**【详解】**

由题意，“数”排在第三节，则“射”和“御”两门课程相邻时，可排在第1节和第2节或第4节和第5节或第5节和第6节，有3种，再考虑两者的顺序，有 $A_2^2 = 2$ 种，

剩余的3门全排列，安排在剩下的3个位置，有 $A_3^3 = 6$ 种，

所以“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有 $3 \times 2 \times 6 = 36$ 种不同的排法。

故选：C.

### 【点睛】

本题主要考查了排列、组合的应用，其中解答中认真审题，根据题设条件，先排列有限制条件的元素是解答的关键，着重考查了分析问题和解决问题的能力，属于基础题.

3. C

### 【解析】

连接 $OM$ ， $OM$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，从而 $\triangle OFM : \triangle AFB$ ，且 $\frac{|OF|}{|FA|} = \frac{1}{2}$ ，进而 $\frac{c}{a-c} = \frac{1}{2}$ ，由此能求出椭圆的离心率.

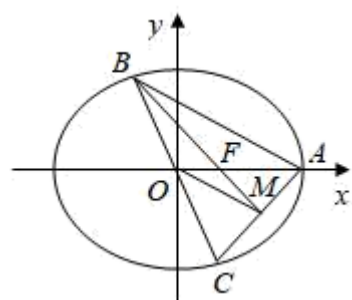
### 【详解】

如图，连接 $OM$ ，

Q 椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 $A$ ，右焦点为 $F$ ，

$B$ 、 $C$ 为椭圆上关于原点对称的两点，不妨设 $B$ 在第二象限，

直线 $BF$ 交直线 $AC$ 于 $M$ ，且 $M$ 为 $AC$ 的中点



$\therefore OM$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore \triangle OFM : \triangle AFB$ ，且 $\frac{|OF|}{|FA|} = \frac{1}{2}$ ，

$\therefore \frac{c}{a-c} = \frac{1}{2}$ ，

解得椭圆 $E$ 的离心率 $e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$ .

故选：C





**【点睛】**

本题考查了椭圆的几何性质，考查了运算求解能力，属于基础题.

4. B

**【解析】**

先根据图象求出函数  $g(x)$  的解析式,再由平移知识得到  $f(x)$  的解析式,然后分别找出

$f(x) = \frac{1}{3}$  和  $g\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$  的等价条件,即可根据充分条件,必要条件的定义求出.

**【详解】**

设  $g(x) = A\sin(\omega x + \mu)$ ,根据图象可知,

$$A=1, \frac{3}{4}T = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{7\pi}{12}\right) \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \omega = 2,$$

$$\text{再由 } g\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = \sin\left[2 \times \left(-\frac{7\pi}{12}\right) + \mu\right] = 1, \text{ 取 } \mu = -\frac{\pi}{3},$$

$$\therefore g(x) = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$

将函数  $g(x)$  的图象向右平移  $\frac{3\pi}{4}$  个单位长度,得到函数  $f(x)$  的图象,

$$\therefore f(x) = g\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left[2\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{3}\right] = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$

$$f(x) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{3}, g\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{令 } \theta = x - \frac{\pi}{6}, \text{ 则 } \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = \frac{1}{3}, \text{ 显然, } \cos 2\theta = \frac{1}{3} \not\Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{3} \text{ 是 } g\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 的必要不充分条件.}$$

故选: B.

**【点睛】**

本题主要考查利用图象求正(余)弦型函数的解析式,三角函数的图形变换,二倍角公式的应用,充分条件,必要条件的定义的应用,意在考查学生的数学运算能力和逻辑推理能力,属于中档题.

5. C

**【解析】**

由题可得  $(0.005 \times 2 + a + 0.020 \times 2 + 0.040) \times 10 = 1$ , 解得  $a = 0.010$ ,

则  $(0.005 + 0.010 + 0.020) \times 10 = 0.35$ ,  $0.35 + 0.040 \times 10 = 0.75 > 0.5$ ,

所以这部分男生的身高的中位数的估计值为  $170 + \frac{0.5 - 0.35}{10 \times 0.040} \times 10 = 173.75(\text{cm})$ , 故选 C.

6. A

**【解析】**

分析函数  $y = f(x)$  的奇偶性, 以及该函数在区间  $(0, \pi)$  上的函数值符号, 结合排除法可得出正确选项.

**【详解】**

令  $\sin x \neq 0$ , 可得  $\{x | x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , 即函数  $y = f(x)$  的定义域为  $\{x | x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ , 定义域关于原点对称,

$f(-x) = \frac{e^{\cos(-x)}}{\sin(-x)} = -\frac{e^{\cos x}}{\sin x} = -f(x)$ , 则函数  $y = f(x)$  为奇函数, 排除 C、D 选项;

当  $0 < x < \pi$  时,  $e^{\cos x} > 0$ ,  $\sin x > 0$ , 则  $f(x) = \frac{e^{\cos x}}{\sin x} > 0$ , 排除 B 选项.

故选: A.

**【点睛】**

本题考查利用函数解析式选择函数图象, 一般要分析函数的定义域、奇偶性、单调性、零点以及函数值符号, 考查分析问题和解决问题的能力, 属于中等题.

7. A

**【解析】**

首先求得平移后的函数  $g(x) = \sin\left(2x + 2\varphi - \frac{\pi}{4}\right)$ , 再根据  $\sin\left(2x + 2\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  求  $\varphi$  的最小值.

**【详解】**

根据题意,  $f(x)$  的图象向左平移  $\varphi$  个单位后, 所得图象对应的函数

$$g(x) = \sin\left[2\left(x + \varphi\right) - \frac{\pi}{4}\right] = \sin\left(2x + 2\varphi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right),$$

所以  $2\varphi - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ , 所以  $\varphi = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}$ . 又  $\varphi > 0$ , 所以  $\varphi$  的最小值为  $\frac{\pi}{4}$ .

故选: A

**【点睛】**

本题考查三角函数的图象变换, 诱导公式, 意在考查平移变换, 属于基础题型.

8. C

【解析】

利用对数函数，指数函数以及正弦函数的性质和计算公式，将  $a, b, c$  与  $\sqrt{\frac{4}{5}}, \frac{1}{2}$  比较即可.

【详解】

$$\text{由 } a = 0.82^{0.5} > 0.8^{0.5} = \sqrt{\frac{4}{5}},$$

$$\frac{1}{2} < b = \sin 1 < \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} < \sqrt{\frac{4}{5}},$$

$$c = \lg 3 < \lg \sqrt{10} = \frac{1}{2} \lg 10 = \frac{1}{2},$$

所以有  $c < b < a$ . 选 C.

【点睛】

本题考查对数值，指数值和正弦值大小的比较，是基础题，解题时选择合适的中间值比较是关键，注意合理地进行等价转化.

9. A

【解析】

$\sqrt{x-2} > 0$  可得集合  $B$ , 求出补集  $C_R B$ , 再求出  $A \cap (C_R B)$  即可.

【详解】

由  $\sqrt{x-2} > 0$ , 得  $x > 2$ , 即  $B = (2, +\infty)$ ,

所以  $C_R B = (-\infty, 2]$ ,

所以  $A \cap (C_R B) = (1, 2]$ .

故选:A

【点睛】

本题考查了集合的补集和交集的混合运算,属于基础题.

10. C

【解析】

根据图形, 计算出  $\bar{x}, \bar{y}$ , 然后解不等式即可.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/385242044014012001>