2024 届内蒙古太仆寺旗宝昌一中下学期高三期中数学试题

考生须知：

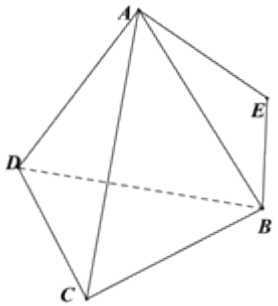
1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．等腰直角三角形 ABE 的斜边 AB 为正四面体 $ABCD$ 侧棱，直角边 AE 绕斜边 AB 旋转，则在旋转的过程中，有下列说法：



（1）四面体 $E-BCD$ 的体积有最大值和最小值；

（2）存在某个位置，使得 $AE \perp BD$；

（3）设二面角 $D-AB-E$ 的平面角为 θ，则 $\theta \geq \angle DAE$；

（4）AE 的中点 M 与 AB 的中点 N 连线交平面 BCD 于点 P，则点 P 的轨迹为椭圆.

其中，正确说法的个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

2．已知向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{m}=(4,6)$ 平行，$\vec{b}=(-5,1)$，且 $\vec{a}\cdot\vec{b}=14$，则 $\vec{a}=$（　　）

A．$(4,6)$　　B．$(-4,-6)$

C．$\left(\frac{2\sqrt{13}}{13},\frac{3\sqrt{13}}{13}\right)$　　D．$\left(-\frac{2\sqrt{13}}{13},-\frac{3\sqrt{13}}{13}\right)$

3．已知函数 $f(x)=x^3+a\sin x, x\in R$，若 $f(-1)=2$，则 $f(1)$ 的值等于（　　）

A．2　　B．-2　　C．$1+a$　　D．$1-a$

4．已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 13 项和为 52，则 $(-2)^{a_6+a_8}=$（　　）

A．256　　B．-256　　C．32　　D．-32

5．设集合 $A=\{x|x^2-x-2>0\}$，$B=\{x|\log_2 x\leq 2\}$，则集合 $(C_R A)\cap B=$

A．$\{x|-1\leq x\leq 2\}$　　B．$\{x|0<x\leq 2\}$　　C．$\{x|0<x\leq 4\}$　　D．$\{x|-1\leq x\leq 4\}$

6．为得到$y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图象，只需要将$y=\sin 2x$的图象（ ）

A．向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　B．向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位

C．向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位　　D．向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位

7．设$z=\dfrac{2}{1+i}+(1+i)^2$（i是虚数单位），则$|z|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．1　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

8．i是虚数单位，复数$z=1-i$在复平面上对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

9．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$，F_1，F_2为其左、右焦点，直线l过右焦点F_2，与双曲线C的右支交于A，B两点，且点A在x轴上方，若$|AF_2|=3|BF_2|$，则直线l的斜率为(　)

A．1　　B．-2　　C．-1　　D．2

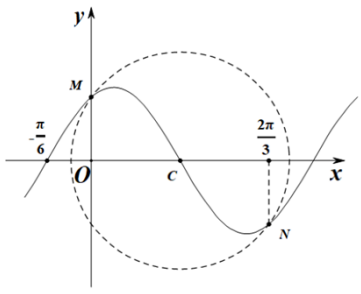
10．已知$a=\ln 3, b=\log_3 e, c=\log_\pi e$，则下列关系正确的是（　　）

A．$c<b<a$　　B．$a<b<c$　　C．$b<a<c$　　D．$b<c<a$

11．若$\left(x^2+\dfrac{a}{x}\right)^6$的展开式中$x^6$的系数为150，则$a^2=$（　　）

A．20　　B．15　　C．10　　D．25

12．函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$的部分图象如图中实线所示，图中圆$C$与$f(x)$的图象交于$M,N$两点，且$M$在$y$轴上，则下列说法中正确的是



A．函数$f(x)$的最小正周期是2π

B．函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{4}{3}\pi,0\right)$ 成中心对称

C．函数 $f(x)$ 在 $(-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{6})$ 单调递增

D．函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 后关于原点成中心对称

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f(x)=\cos 2x+a(\sin x-\cos x)+3x+2019$ 在 $[0,\pi]$ 上单调递增，则实数 a 值范围为_____.

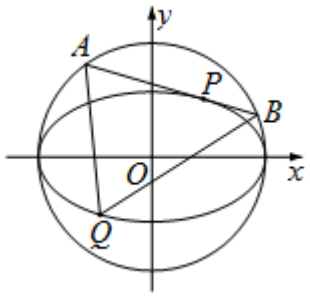
14．已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，满足 $a_1=1$，$a_{k+1}-a_k=a_i$．$(i\le k,k=1,2,3,\cdots,n-1)$，若 $\{a_n\}$ 是等比数列，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$_____.

15．已知三棱锥 $A-BCD$ 中，$AD=AC=BC=BD=3$，$AB=CD=2$，则该三棱锥的外接球的表面积是_____.

16．若 $\tan\alpha=2$，则 $\dfrac{\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{4}\right)}=$____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

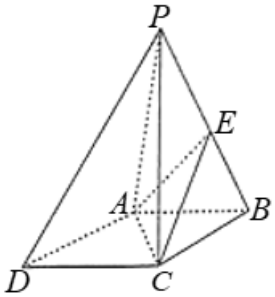
17．（12 分）已知直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 恰有一个公共点 P，l 与圆 $x^2+y^2=a^2$ 相交于 A,B 两点.



（I）求 k 与 m 的关系式；

（II）点 Q 与点 P 关于坐标原点 O 对称.若当 $k=-\frac{1}{2}$ 时，ΔQAB 的面积取到最大值 a^2，求椭圆的离心率.

18．（12 分）在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形，$\angle BAD=120°,PA=2,PB=PC=PD,E$ 是 PB 的中点.



（1）证明：$PD//$平面AEC；

（2）设F是线段DC上的动点，当点E到平面PAF距离最大时，求三棱锥$P-AFE$的体积.

19.（12分）已知函数$f(x)=\ln(ax)-a,(a>0)$.

（1）若函数$h(x)=e^{x}f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，求实数a的值；

（2）定义：若直线$l:y=kx+b$与曲线$C_1:f_1(x,y)=0$、$C_2:f_2(x,y)=0$都相切，我们称直线l为曲线C_1、C_2的公切线，证明：曲线$f(x)=\ln(ax)-a,(a>0)$与$g(x)=ae^{x},(a>0)$总存在公切线.

20.（12分）已知$\triangle ABC$三内角A、B、C所对边的长分别为a，b，c，且$3\sin^2A+3\sin^2B=4\sin A\sin B+3\sin^2C$.

（1）求$\cos C$的值；

（2）若$a=3$，$c=\sqrt{6}$，求$\triangle ABC$的面积.

21.（12分）已知函数$f\left(x\right)=\ln x$.

（1）设$g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2}$，求函数$g\left(x\right)$的单调区间，并证明函数$g\left(x\right)$有唯一零点.

（2）若函数$h(x)=e^{x}-af(x-1)$在区间$\left(1,1+e^{-a}\right)$上不单调，证明：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{a+1}>a$.

22.（10分）已知$f\left(x\right)=\ln\left(x+m\right)$，$g\left(x\right)=e^{x}$.

（1）当$m=2$时，证明：$f\left(x\right)<g\left(x\right)$；

（2）设直线l是函数$f\left(x\right)$在点$A\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)\left(0<x_0<1\right)$处的切线，若直线$l$也与$g\left(x\right)$相切，求正整数$m$的值.

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

解: 对于（1），当 CD⊥平面 ABE，且 E 在 AB 的右上方时，E 到平面 BCD 的距离最大，当 CD⊥平面 ABE，且 E 在 AB 的左下方时，E 到平面 BCD 的距离最小，

∴四面体 $E-BCD$ 的体积有最大值和最小值，故（1）正确；

对于（2），连接 DE，若存在某个位置，使得 AE⊥BD，又 AE⊥BE，则 AE⊥平面 BDE，可得 AE⊥DE，进一步可得 AE＝DE，此时 $E-ABD$ 为正三棱锥，故（2）正确；

对于（3），取 AB 中点 O，连接 DO，EO，则∠DOE 为二面角 $D-AB-E$ 的平面角，为 θ，

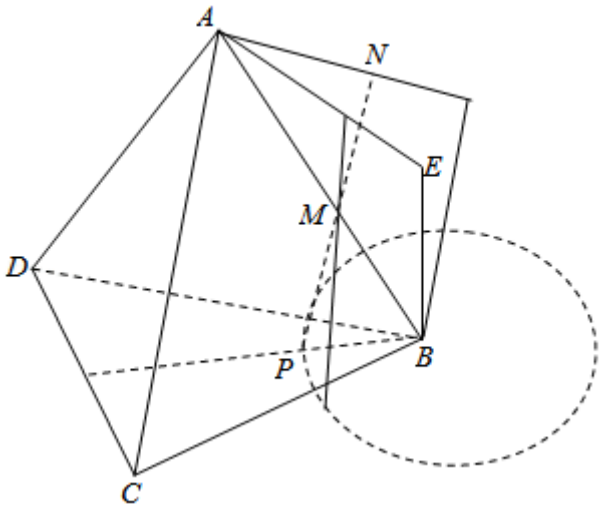
直角边 AE 绕斜边 AB 旋转，则在旋转的过程中，θ∈[0，π），

∠DAE∈[$\frac{\pi}{12}$，π），所以 θ≥∠DAE 不成立．（3）不正确；

对于（4）AE 的中点 M 与 AB 的中点 N 连线交平面 BCD 于点 P，P 到 BC 的距离为：d_{P-BC}，

因为$\frac{|PB|}{d_{P-BC}}$＜1，所以点 P 的轨迹为椭圆．（4）正确．

故选：C.



点睛：该题考查的是有关多面体和旋转体对应的特征，以几何体为载体，考查相关的空间关系，在解题的过程中，需要认真分析，得到结果，注意对知识点的灵活运用.

2、B

【解析】

设$\vec{a}=(x,y)$，根据题意得出关于x、y的方程组，解出这两个未知数的值，即可得出向量$\vec{a}$的坐标.

【详解】

设$\vec{a}=(x,y)$，且$\vec{m}=(4,6)$，$\vec{b}=(-5,1)$，

由$\vec{a}//\vec{m}$得$6x=4y$，即$3x=2y$，①，由$\vec{a}\cdot\vec{b}=-5x+y=14$，②，

所以$\begin{cases}3x=2y\\-5x+y=14\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-4\\y=-6\end{cases}$，因此，$\vec{a}=(-4,-6)$.

故选：B.

【点睛】

本题考查向量坐标的求解，涉及共线向量的坐标表示和向量数量积的坐标运算，考查计算能力，属于中等题.

3、B

【解析】

由函数的奇偶性可得，$f(1)=-f(-1)=-2$

【详解】

$\because f(x)=x^3+a\sin x$

其中$g(x)=x^3$为奇函数，$t(x)=a\sin x$也为奇函数

$\therefore f(x)=g(x)+t(x)$也为奇函数

$\therefore f(1)=-f(-1)=-2$

故选：B

【点睛】

函数奇偶性的运用即得结果，小记，定义域关于原点对称时有：①奇函数±奇函数=奇函数；②奇函数×奇函数=偶函数；③奇函数÷奇函数=偶函数；④偶函数±偶函数=偶函数；⑤偶函数×偶函数=偶函数；⑥奇函数×偶函数=奇函数；⑦奇函数÷偶函数=奇函数

4、A

【解析】

利用等差数列的求和公式及等差数列的性质可以求得结果.

【详解】

由$S_{13}=13a_7=52$，$a_7=4$，得$(-2)^{a_6+a_8}=(-2)^8=256$.选 A.

【点睛】

本题主要考查等差数列的求和公式及等差数列的性质，等差数列的等和性应用能快速求得结果.

5、B

【解析】

先求出集合A和它的补集，然后求得集合B的解集，最后取它们的交集得出结果.

【详解】

对于集合 A，$(x-2)(x+1)>0$，解得$x<-1$或$x>2$，故$C_RA=[-1,2]$.对于集合 B，$\log_2 x\le 2=\log_2 4$，解得

$0<x\le 4$.故$\left(C_R A\right)\cap B=\left(0,2\right]$.故选 **B.**

【点睛】

本小题主要考查一元二次不等式的解法，考查对数不等式的解法，考查集合的补集和交集的运算.对于有两个根的一元二次不等式的解法是：先将二次项系数化为正数，且不等号的另一边化为0，然后通过因式分解，求得对应的一元二次方程的两个根，再利用“大于在两边，小于在中间”来求得一元二次不等式的解集.

6、D

【解析】

试题分析：因为$y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})=\sin[2(x-\frac{\pi}{6})]$，所以为得到$y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图象，只需要将$y=\sin 2x$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位；故选 **D.**

考点：三角函数的图像变换.

7、A

【解析】

先利用复数代数形式的四则运算法则求出z，即可根据复数的模计算公式求出$|z|$.

【详解】

$\because z=\frac{2}{1+i}+(1+i)^2=1-i+2i=1+i$，$\therefore |z|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的四则运算法则的应用，以及复数的模计算公式的应用，

属于容易题.

8、D

【解析】

求出复数z在复平面内对应的点的坐标，即可得出结论.

【详解】

复数$z=1-i$在复平面上对应的点的坐标为$\left(1,-1\right)$，该点位于第四象限.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查复数对应的点的位置的判断，属于基础题.

9、D

【解析】

由$|AF_2|=3|BF_2|$，可得$\overrightarrow{AF_2}=3\overrightarrow{F_2B}$.设直线 l 的方程 x＝my+$\sqrt{5}$，m＞0，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，即 $y_1=-3y_2$①，

联立直线 l 与曲线 C,得 $y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{5}m}{m^2-4}$②，$y_1y_2=\frac{1}{m^2-4}$③，求出 m 的值即可求出直线的斜率.

【详解】

双曲线 C：$\frac{x^2}{4}-y^2=1$，F_1，F_2为左、右焦点，则 F_2（$\sqrt{5}$，0），设直线 l 的方程 x＝my+$\sqrt{5}$，m＞0，∵双曲线的渐

近线方程为 x＝±2y，∴m≠±2，

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），且 $y_1>0$，由$|AF_2|=3|BF_2|$，∴$\overrightarrow{AF_2}=3\overrightarrow{F_2B}$，∴$y_1=-3y_2$①

由$\begin{cases}x=my+\sqrt{5}\\x^2-4y^2-4=0\end{cases}$，得$(m^2-4)y^2+2\sqrt{5}my+1=0$

∴Δ＝（$2\sqrt{5}$m）$^2-4(m^2-4)>0$，即 $m^2+4>0$ 恒成立，

∴$y_1+y_2=-\frac{2\sqrt{5}m}{m^2-4}$②，$y_1y_2=\frac{1}{m^2-4}$③，

联立①②得$-2y_2=-\frac{2\sqrt{5}m}{m^2-4}>0$，联立①③得$-3y_2^2=\frac{1}{m^2-4}<0$，

$\therefore y_2=\frac{\sqrt{5}m}{m^2-4}$，$y_2^2=\frac{1}{12-3m^2}$即：$\frac{1}{12-3m^2}=\left(\frac{\sqrt{5}m}{m^2-4}\right)^2$，$m>0$，解得：$m=\frac{1}{2}$，直线$l$的斜率为$2$，

故选 D.

【点睛】

本题考查直线与双曲线的位置关系，考查韦达定理的运用，考查向量知识，属于中档题.

10、A

【解析】

首先判断a,b,c和 1 的大小关系，再由换底公式和对数函数$y=\ln x$的单调性判断b,c的大小即可.

【详解】

因为$a=\ln 3>\ln e>1$，$b=\log_3 e=\frac{1}{\ln 3},c=\log_\pi e=\frac{1}{\ln \pi}$，$1<\ln 3<\ln \pi$，所以$c<b<1$，综上可得$c<b<a$.

故选：A

【点睛】

本题考查了换底公式和对数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

11、C

【解析】

通过二项式展开式的通项分析得到$C_6^2a^2x^6=150x^6$，即得解.

【详解】

由已知得$T_{r+1}=C_6^r\left(x^2\right)^{6-r}\left(\frac{a}{x}\right)^r=C_6^r(a)^rx^{12-3r}$，

故当$r=2$时，$12-3r=6$，

于是有$T_3=C_6^2a^2x^6=150x^6$，

则$a^2=10$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查二项式展开式的通项和系数问题，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

12、B

【解析】

根据函数的图象，求得函数$f\left(x\right)=A\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，再根据正弦型函数的性质，即可求解，得到答案.

【详解】

根据给定函数的图象，可得点C的横坐标为$\frac{\pi}{3}$，所以$\frac{1}{2}T=\frac{\pi}{3}-(-\frac{\pi}{6})=\frac{\pi}{2}$，解得$T=\pi$，

所以$f\left(x\right)$的最小正周期$T=\pi$， 不妨令$A>0$，$0<\varphi<\pi$，由周期$T=\pi$，所以$\omega=2$，

又$f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=0$，所以$\varphi=\frac{\pi}{3}$，所以$f\left(x\right)=A\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

令$2x+\frac{\pi}{3}=k\pi,k\in Z$，解得$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6},k\in Z$，当$k=3$时，$x=\frac{4\pi}{3}$，即函数$f\left(x\right)$的一个对称中心为$\left(\frac{4}{3}\pi,0\right)$，

即函数$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{4}{3}\pi,0\right)$成中心对称．故选 B.

【点睛】

本题主要考查了由三角函数的图象求解函数的解析式，以及三角函数的图象与性质，其中解答中根据函数的图象求得三角函数的解析式，再根据三角函数的图象与性质求解是解答的关键，着重考查了数形结合思想，以及运算与求解能力，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$[-\frac{\sqrt{2}}{2},3]$

【解析】

由 $f'(x)\geq 0$ 在 $[0,\pi]$ 上恒成立可求解.

【详解】

$f'(x)=-2\sin 2x+a(\cos x+\sin x)+3$，

令 $t=\cos x+\sin x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$，$\because x\in[0,\pi]$，$\therefore t\in[-1,\sqrt{2}]$，

又 $t^2=1+\sin 2x$，$\sin 2x=1-t^2$，从而 $f'(x)=-2t^2+at+5$，令 $g(t)=-2t^2+at+5$，

问题等价于 $g(t)\geq 0$ 在 $t\in[-1,\sqrt{2}]$ 时恒成立，$\therefore\begin{cases}g(-1)=-2-a+5\geq 0\\ g(\sqrt{2})=-4+\sqrt{2}a+5\geq 0\end{cases}$，解得 $-\frac{\sqrt{2}}{2}\leq a\leq 3$.

故答案为：$[-\frac{\sqrt{2}}{2},3]$.

【点睛】

本题考查函数的单调性，解题关键是问题转化为 $f'(x)\geq 0$ 恒成立，利用换元法和二次函数的性质易求解.

14、2^{n-1}

【解析】

利用递推关系，等比数列的通项公式即可求得结果.

【详解】

因为 $a_2-a_1=a_1$，所以 $a_2=2a_1$，

因为 $\{a_n\}$ 是等比数列，所以数列 $\{a_n\}$ 的公比为 1.

又 $a_{k+1}-a_k=a_i(i\leq k,k=1,2,3,\cdots,n-1)$，

所以当 $i=k$ 时，有 $a_{k+1}=2a_k$.

这说明在已知条件下，可以得到唯一的等比数列，所以 $a_n=2^{n-1}$，

故答案为：2^{n-1}.

【点睛】

该题考查的是有关数列的问题，涉及到的知识点有根据递推公式求数列的通项公式，属于简单题目.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/386023230225010210