湖北省仙桃、天门、潜江市2023届高三下学期第二次月考（5月）数学试题试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知定义在R上的函数$f(x)$的周期为4，当$x\in[-2,2)$时，$f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x-x-4$，则$f\left(-\log_3 6\right)+f\left(\log_3 54\right)=$（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{3}{2}-\log_3 2$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}+\log_3 2$

2．对于正在培育的一颗种子，它可能1天后发芽，也可能2天后发芽，….下表是20颗不同种子发芽前所需培育的天数统计表，则这组种子发芽所需培育的天数的中位数是(　　)

发芽所需天数	1	2	3	4	5	6	7	≥ 8
种子数	4	3	3	5	2	2	1	0

A．2　　B．3　　C．3.5　　D．4

3．已知平面α，β，直线l满足$l\subset\alpha$，则“$l\perp\beta$”是“$\alpha\perp\beta$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．即不充分也不必要条件

4．已知$\cos\alpha=-\frac{1}{3},\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,则$\sin\left(\pi+\alpha\right)=$ (　　)

A．$\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B．$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C．$\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

5．若$[x]$表示不超过x的最大整数(如$[2.5]=2$，$[4]=4$，$[-2.5]=-3$)，已知$a_n=\left[\frac{2}{7}\times 10^n\right]$，$b_1=a_1$，$b_n=a_n-10a_{n-1}\left(n\in\mathbf{N}^*,n\geq 2\right)$，则$b_{2019}=$（　　）

A．2　　B．5　　C．7　　D．8

6．已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$2S_n=2^{n+1}+\lambda$，则λ的值是(　)

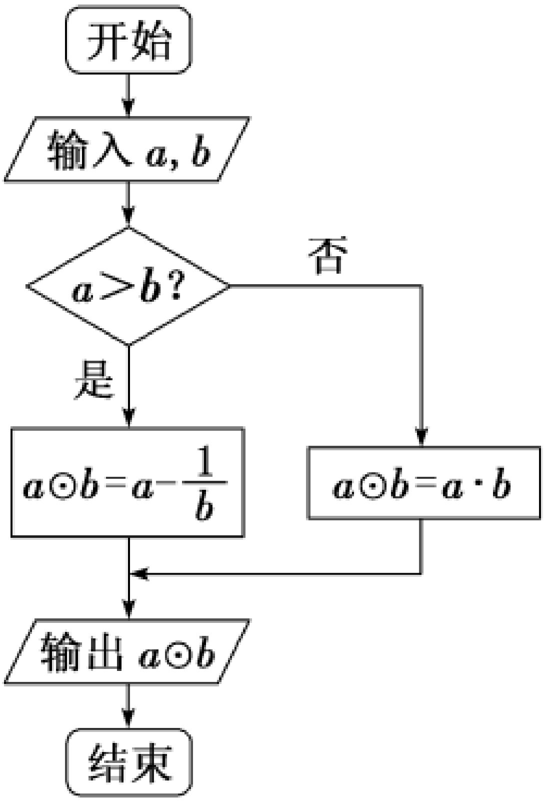
A．4　　B．2　　C．-2　　D．-4

7．已知 $p:\exists x_0>1,\log_{\frac{1}{2}}x_0>\frac{1}{2};q:\forall x\in R,e^x>x$，则下列说法中正确的是（　　）

A． $p\vee q$ 是假命题　　B． $p\wedge q$ 是真命题

C． $p\vee(\neg q)$ 是真命题　　D． $p\wedge(\neg q)$ 是假命题

8．执行如图所示的程序框图，若输入 $a=\ln 10$，$b=\lg e$，则输出的值为（　　）



A．0　　B．1　　C． $2\lg e$　　D． $2\lg 10$

9． $\left(\frac{1}{x}+x+y^2\right)^8$ 的展开式中 $x^{-1}y^2$ 的系数是（　　）

A．160　　B．240　　C．280　　D．320

10．已知 $a=\sqrt[4]{6}$， $b=\log_{\frac{5}{4}}\frac{4}{21}$， $c=\left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}$，则（　　）

A． $a>b>c$　　B． $a>c>b$　　C． $b>c>a$　　D． $c>a>b$

11． $(x+1)(2x+1)(3x+1)\cdots(nx+1)\left(n\in N^*\right)$ 的展开式中 x 的一次项系数为（　　）

A． C_n^3　　B． C_{n+1}^2　　C． C_n^{n-1}　　D． $\frac{1}{2}C_{n+1}^3$

12．若两个非零向量 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 满足 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$，且 $|\vec{a}+\vec{b}|=2|\vec{a}-\vec{b}|$，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角的余弦值为（　　）

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\pm\frac{3}{5}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\pm\frac{1}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知复数 $z=(1-i)\cdot(a+i)$（i 为虚数单位）为纯虚数，则实数 a 的值为_____．

14．若 $ax\left(x-\frac{2}{x}\right)^5$ 展开式中的常数项为 **240**，则实数 a 的值为________．

15．某中学高一年级有学生 **1200** 人，高二年级有学生 **900** 人，高三年级有学生 **1500** 人，现按年级用分层抽样的方法从这三个年级的学生中抽取一个容量为 **720** 的样本进行某项研究，则应从高三年级学生中抽取_____人．

16．设函数 $f(x)=\begin{cases}2-\left|\left(\frac{k+17}{4}\right)x+2\right|,x\le 0\\ x^2,x>0\end{cases}$，$g(x)=k\left(x-\frac{4}{3}\right)$，其中 $k>0$．若存在唯一的整数 x，使得 $f(x)<g(x)$，则实数 k 的取值范围是_____．

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）某工厂生产某种电子产品，每件产品不合格的概率均为 p，现工厂为提高产品声誉，要求在交付用户前每件产品都通过合格检验，已知该工厂的检验仪器一次最多可检验 5 件该产品，且每 件产品检验合格与否相互独立．若每件产品均检验一次，所需检验费用较多，该工厂提出以下检 验方案：将产品每 k 个 $(k\le 5)$ 一组进行分组检验，如果某一组产品检验合格，则说明该组内产品均合格，若检验不合格，则说明该组内有不合格产品，再对该组内每一件产品单独进行检验，如此，每一组产品只需检验 1 次或 $1+k$ 次．设该工厂生产 1000 件该产品，记每件产品的平均检验次 数为 X．

（**1**）求 X 的分布列及其期望；

（**2**）（**i**）试说明，当 p 越小时，该方案越合理，即所需平均检验次数越少；

（**ii**）当 $p=0.1$ 时，求使该方案最合理时 k 的值及 1000 件该产品的平均检验次数．

18．（12 分）已知 $f(x)=x\ln x$ 与 $y=a$ 有两个不同的交点 A，B，其横坐标分别为 x_1，x_2（$x_1<x_2$）．

（**1**）求实数 a 的取值范围；

（**2**）求证：$ae+1<x_2-x_1<\frac{3a+2+e^{-3}}{2}$．

19．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+\frac{\sqrt{2}}{2}t\\ y=2-\frac{\sqrt{2}}{2}t\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点 O 为极点，以 x 轴正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=4\cos\theta$．

（1）写出直线l的普通方程和曲线C的直角坐标方程；

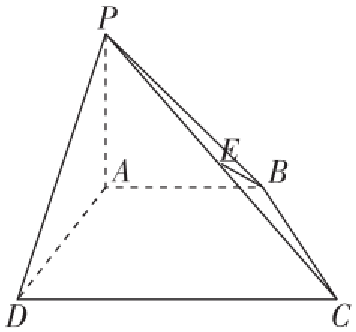
（2）设直线l与曲线C相交于A，B两点，ΔPAB的顶点P也在曲线C上运动，求ΔPAB面积的最大值.

20．（12分）在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases} x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ y=\dfrac{2t}{1+t^2} \end{cases}$（$t$为参数）.点$p\left(x_0,y_0\right)$在曲线$C$上，点$Q(m,n)$满足$\begin{cases} m=2x_0 \\ n=\sqrt{3}y_0 \end{cases}$.

（1）以坐标原点O为极点，x轴的正半轴为极轴建立极坐标系，求动点Q的轨迹C_1的极坐标方程；

（2）点A，B分别是曲线C_1上第一象限，第二象限上两点，且满足$\angle AOB=\dfrac{\pi}{2}$，求$\dfrac{1}{|OA|^2}+\dfrac{1}{|OB|^2}$的值.

21．（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，$AD\perp AB, AB//CD, AB=AD=AP=\dfrac{1}{2}CD=2$，$E$为$PC$的中点.



（1）求证：$BE\perp$平面PCD；

（2）求二面角$A-PB-C$的余弦值.

22．（10分）已知函数$f(x)=ax-\ln x-1(a\in R)$.

（1）讨论$f(x)$的单调性并指出相应单调区间；

（2）若$g(x)=\dfrac{1}{2}x^2-x-1-f(x)$，设$x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$是函数$g(x)$的两个极值点，若$a\geq\dfrac{3}{2}$，且$g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\geq k$恒成立，求实数$k$的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．**A**

【解析】

因为给出的解析式只适用于$x\in[-2,2)$，所以利用周期性，将$f(\log_3 54)$转化为$f(\log_3 \frac{2}{3})$，再与$f\left(-\log_3 6\right)$一起代入解析式，利用对数恒等式和对数的运算性质，即可求得结果.

【详解】

$\because$定义在R上的函数$f(x)$的周期为 4

$\therefore f(\log_3 54)=f(\log_3 54-4)=f(\log_3 \frac{2}{3})$，

$\because$当$x\in[-2,2)$时，$f(x)=(\frac{1}{3})^x-x-4$，

$-\log_3 6\in[-2,2)$，$\log_3 \frac{2}{3}\in[-2,2)$，

$\therefore f\left(-\log_3 6\right)+f\left(\log_3 54\right)$

$=(\frac{1}{3})^{-\log_3 6}-(-\log_3 6)-4+(\frac{1}{3})^{\log_3 \frac{2}{3}}-\log_3 \frac{2}{3}-4$

$=(\frac{1}{3})^{\log_{\frac{1}{3}} 6}+(\frac{1}{3})^{\log_{\frac{1}{3}} \frac{3}{2}}+(\log_3 6-\log_3 \frac{2}{3})-8$

$=6+\frac{3}{2}+\log_3(6\times\frac{3}{2})-8$

$=\frac{3}{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查了利用函数的周期性求函数值，对数的运算性质，属于中档题.

2．**C**

【解析】

根据表中数据，即可容易求得中位数.

【详解】

由图表可知，种子发芽天数的中位数为$\frac{3+4}{2}=3.5$，

故选：**C.**

【点睛】

本题考查中位数的计算，属基础题.

3．**A**

【解析】

α，β是相交平面，直线$l \subset$平面α，则“$l \perp \beta$” $\Rightarrow$ “$\alpha \perp \beta$”，反之$\alpha \perp \beta$，直线l满足$l \subset \alpha$，则$l \perp \beta$或$l // \beta$或$l \subset$平面β，即可判断出结论.

【详解】

解：已知直线$l \subset$平面α，则“$l \perp \beta$” $\Rightarrow$ “$\alpha \perp \beta$”，

反之$\alpha \perp \beta$，直线l满足$l \subset \alpha$，则$l \perp \beta$或$l // \beta$或$l \subset$平面β，

$\therefore$ “$l \perp \beta$”是“$\alpha \perp \beta$”的充分不必要条件.

故选：A.

【点睛】

本题考查了线面和面面垂直的判定与性质定理、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力.

4．**B**

【解析】

利用诱导公式以及同角三角函数基本关系式化简求解即可.

【详解】

$\because \cos\alpha = -\frac{1}{3}$，$\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$

$\therefore \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \sin(\pi+\alpha) = -\sin\alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

本题正确选项：B

【点睛】

本题考查诱导公式的应用，同角三角函数基本关系式的应用，考查计算能力.

5．**B**

【解析】

求出b_1，b_2，b_3，b_4，b_5，b_6，判断出$\{b_n\}$是一个以周期为6的周期数列，求出即可.

【详解】

解：$a_n=\left[\frac{2}{7}\times 10^n\right]$. $b_1=a_1$，$b_n=a_n-10a_{n-1}(n\in \mathbf{N}^*$，$n\geq 2)$，

$\therefore a_1=[\frac{20}{7}]=2=b_1$，$a_2=[\frac{200}{7}]=28$，

$b_2=28-10\times 2=8$，

同理可得：$a_3=285$，$b_3=5$；$a_4=2857$，$b_4=7$；$a_5=28571$，$b_5=1$. $a_6=285714$，$b_6=4$；$a_7=2857142$，

$b_7=2$，.......

$\therefore b_{n+6}=b_n$.

故$\{b_n\}$是一个以周期为 **6** 的周期数列，

则$b_{2019}=b_{6\times 336+3}=b_3=5$.

故选：***B*.**

【点睛】

本题考查周期数列的判断和取整函数的应用.

6．**C**

【解析】

利用S_n先求出a_n，然后计算出结果.

【详解】

根据题意，当$n=1$时，$2S_1=2a_1=4+\lambda$，$\therefore a_1=\frac{4+\lambda}{2}$，

故当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2^{n-1}$，

Q数列$\{a_n\}$是等比数列，

则$a_1=1$，故$\frac{4+\lambda}{2}=1$，

解得$\lambda=-2$，

故选C.

【点睛】

本题主要考查了等比数列前n项和S_n的表达形式，只要求出数列中的项即可得到结果，较为基础.

7．**D**

【解析】

举例判断命题 $\boldsymbol{p}$ 与 $\boldsymbol{q}$ 的真假，再由复合命题的真假判断得答案.

【详解】

当$x_0>1$时，$\log_{\frac{1}{2}}x_0<0,$故p命题为假命题；

记f（x）＝e^x-x的导数为f'（x）＝e^x-1，

易知f（x）＝e^x-x在（－∞，0）上递减，在（0，＋∞）上递增，

∴f（x）＞f（0）＝1＞0，即$\forall x\in R,e^x>x$，故q命题为真命题；

$\therefore p\wedge\left(\neg q\right)$是假命题

故选D

【点睛】

本题考查复合命题的真假判断，考查全称命题与特称命题的真假，考查指对函数的图象与性质，是基础题．

8．A

【解析】

根据输入的值大小关系，代入程序框图即可求解．

【详解】

输入$a=\ln 10$，$b=\lg e$，

因为$\ln 10>1>\lg e$，所以由程序框图知，

输出的值为$a-\dfrac{1}{b}=\ln 10-\dfrac{1}{\lg e}=\ln 10-\ln 10=0$．

故选：A

【点睛】

本题考查了对数式大小比较，条件程序框图的简单应用，属于基础题．

9．C

【解析】

首先把$\dfrac{1}{x}+x$看作为一个整体，进而利用二项展开式求得y^2的系数，再求$\left(\dfrac{1}{x}+x\right)^7$的展开式中$x^{-1}$的系数，二者相乘即可求解．

【详解】

由二项展开式的通项公式可得$\left(\dfrac{1}{x}+x+y^2\right)^8$的第$r+1$项为$T_{r+1}=C_8^r\left(\dfrac{1}{x}+x\right)^{8-r}y^{2r}$，令$r=1$，则

$T_2=C_8^1\left(\frac{1}{x}+x\right)^7y^2$，又$\left(\frac{1}{x}+x\right)^7$的第$r+1$为$T_{r+1}=C_7^r\left(\frac{1}{x}\right)^{7-r}x^r=C_7^rx^{2r-7}$，令$r=3$，则$C_7^3=35$，所以$x^{-1}y^2$的系数是$35\times 8=280$.

故选：C

【点睛】

本题考查二项展开式指定项的系数，掌握二项展开式的通项是解题的关键，属于基础题.

10．B

【解析】

先将三个数通过指数，对数运算变形$a=\sqrt[4]{6}=6^{\frac{1}{4}}>6^0=1$，$b=\log_{\frac{5}{4}}\frac{4}{21}<\log_{\frac{5}{4}}1=0,0<c=\left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}<\left(\frac{1}{3}\right)^0=1$再判断.

【详解】

因为$a=\sqrt[4]{6}=6^{\frac{1}{4}}>6^0=1$，$b=\log_{\frac{5}{4}}\frac{4}{21}<\log_{\frac{5}{4}}1=0,0<c=\left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}<\left(\frac{1}{3}\right)^0=1$，

所以$a>c>b$，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查指数、对数的大小比较，还考查推理论证能力以及化归与转化思想，属于中档题.

11．B

【解析】

根据多项式乘法法则得出x的一次项系数，然后由等差数列的前n项和公式和组合数公式得出结论.

【详解】

由题意展开式中x的一次项系数为$1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}=C_{n+1}^2$.

故选：B.

【点睛】

本题考查二项式定理的应用，应用多项式乘法法则可得展开式中某项系数．同时本题考查了组合数公式.

12．A

【解析】

设平面向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为θ，由已知条件得出$|\vec{a}|=|\vec{b}|$，在等式$|\vec{a}+\vec{b}|=2|\vec{a}-\vec{b}|$