

## 安徽省定远县重点中学 2024 届高考仿真模拟数学试卷

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

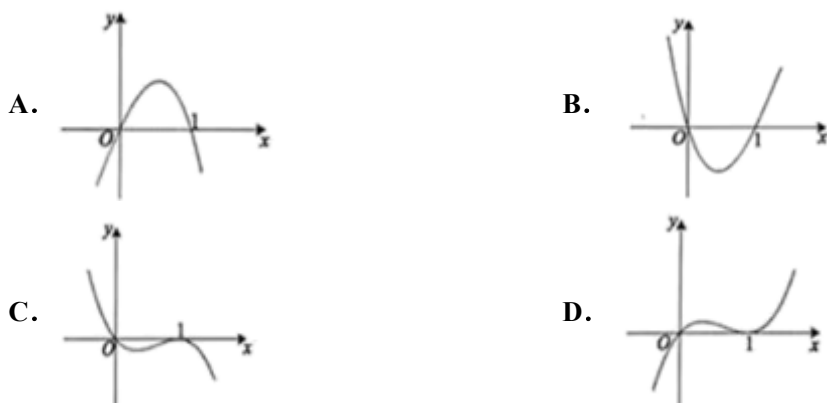
1. 已知  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 8x$  的焦点，点  $A(1, m)$  在  $C$  上，若直线  $AF$  与  $C$  的另一个交点为  $B$ ，则  $|AB| = ( \quad )$

- A. 12                      B. 10                      C. 9                      D. 8

2. 设  $f(x) = |\ln x|$ ，若函数  $g(x) = f(x) - ax$  在区间  $(0, e^2)$  上有三个零点，则实数  $a$  的取值范围是  $( \quad )$

- A.  $(0, \frac{1}{e})$                       B.  $(\frac{1}{e^2}, \frac{1}{e})$                       C.  $(\frac{2}{e^2}, \frac{2}{e})$                       D.  $(\frac{2}{e^2}, \frac{1}{e})$

3. 设函数  $f(x)$  在  $R$  上可导，其导函数为  $f'(x)$ ，若函数  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极大值，则函数  $y = -xf'(x)$  的图象可能是  $( \quad )$

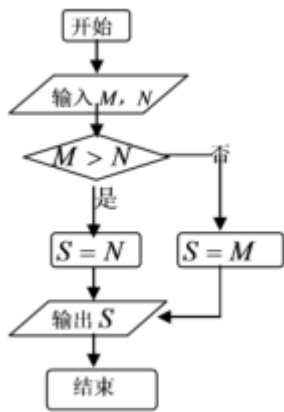


4. 过双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  左焦点  $F$  的直线  $l$  交  $C$  的左支于  $A, B$  两点，直线  $AO$  ( $O$  是坐标原点) 交  $C$

的右支于点  $D$ ，若  $DF \perp AB$ ，且  $|BF| = |DF|$ ，则  $C$  的离心率是  $( \quad )$

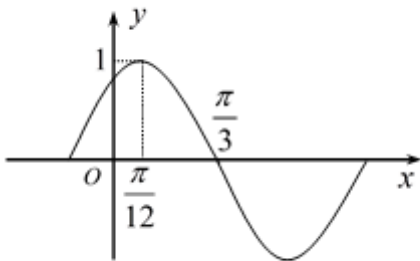
- A.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$                       B. 2                      C.  $\sqrt{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$

5. 已知  $M = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$ ， $N = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$ ，由程序框图输出的  $S$  为  $( \quad )$



- A. 1                      B. 0                      C.  $\frac{\pi}{2}$                       D.  $\ln 2$

6. 下图所示函数图象经过何种变换可以得到  $y = \sin 2x$  的图象 ( )



- A. 向左平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位                      B. 向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位  
 C. 向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位                      D. 向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位

7. 给出以下四个命题:

- ①依次首尾相接的四条线段必共面;  
 ②过不在同一条直线上的三点, 有且只有一个平面;  
 ③空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角必相等;  
 ④垂直于同一直线的两条直线必平行.

其中正确命题的个数是 ( )

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

8. 已知  $f(x) = e^{x-1} - e^{1-x} + x$ , 则不等式  $f(x) + f(3-2x) \leq 2$  的解集是 ( )

- A.  $[1, +\infty)$                       B.  $[0, +\infty)$                       C.  $(-\infty, 0]$                       D.  $(-\infty, 1]$

9. 袋中装有标号为 1, 2, 3, 4, 5, 6 且大小相同的 6 个小球, 从袋子中一次性摸出两个球, 记下号码并放回, 如果两个号码的和是 3 的倍数, 则获奖, 若有 5 人参与摸球, 则恰好 2 人获奖的概率是 ( )

- A.  $\frac{40}{243}$                       B.  $\frac{70}{243}$                       C.  $\frac{80}{243}$                       D.  $\frac{38}{243}$

10. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{2}x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ ,  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ , 则  $f(x)$  的极大值点为( )

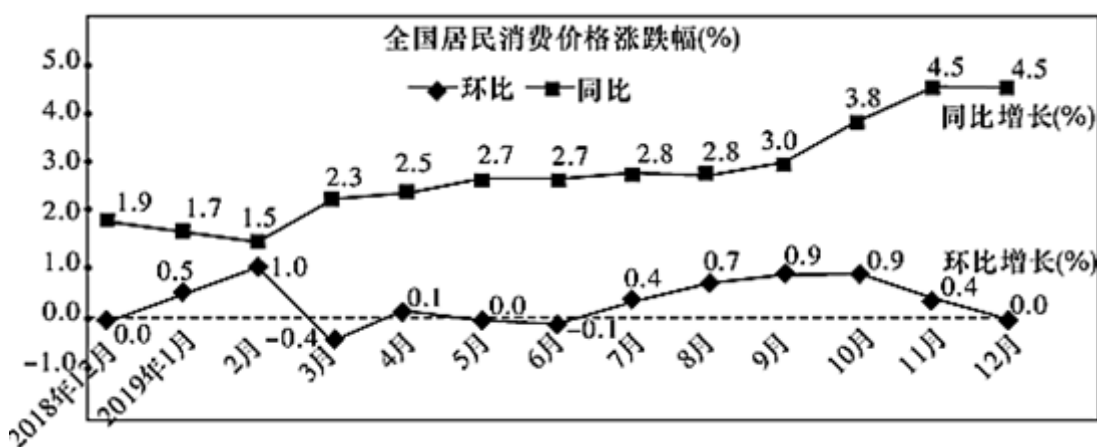
- A.  $-\frac{\pi}{3}$       B.  $-\frac{\pi}{6}$       C.  $\frac{\pi}{6}$       D.  $\frac{\pi}{3}$

11. 已知  $\vec{a}, \vec{b}$  是平面内互不相等的两个非零向量, 且  $|\vec{a}| = 1, \vec{a} - \vec{b}$  与  $\vec{b}$  的夹角为  $150^\circ$ , 则  $|\vec{b}|$  的取值范围是( )

- A.  $(0, \sqrt{3}]$       B.  $[1, \sqrt{3}]$       C.  $(0, 2]$       D.  $[\sqrt{3}, 2]$

12. 如图是国家统计局于 2020 年 1 月 9 日发布的 2018 年 12 月到 2019 年 12 月全国居民消费价格的涨跌幅情况折线图.

(注: 同比是指本期与同期作对比; 环比是指本期与上期作对比. 如: 2019 年 2 月与 2018 年 2 月相比较称同比, 2019 年 2 月与 2019 年 1 月相比较称环比) 根据该折线图, 下列结论错误的是( )



- A. 2019 年 12 月份, 全国居民消费价格环比持平  
 B. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格环比均上涨  
 C. 2018 年 12 月至 2019 年 12 月全国居民消费价格同比均上涨  
 D. 2018 年 11 月的全国居民消费价格高于 2017 年 12 月的全国居民消费价格

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} 2x - y + 2 \geq 0 \\ x - y + 1 \leq 0 \\ x + y - 2 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 2x + y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

14. 已知三棱锥  $P-ABC$  的四个顶点都在球  $O$  的球面上,  $PA = PB = PC$ ,  $AB = 2$ ,  $BC = \sqrt{5}$ ,  $AC = 3$ ,  $E, F$  分别为  $AC, PB$  的中点,  $EF = \frac{3}{2}$ , 则球  $O$  的体积为\_\_\_\_\_.

15. 将一个半径适当的小球放入如图所示的容器最上方的入口处, 小球将自由下落. 小球在下落的过程中, 将 3 次遇到黑色障碍物, 最后落入  $A$  袋或  $B$  袋中. 已知小球每次遇到黑色障碍物时, 向左、右两边下落的概率都是  $\frac{1}{2}$ , 则小球落入

$A$  袋中的概率为\_\_\_\_\_.

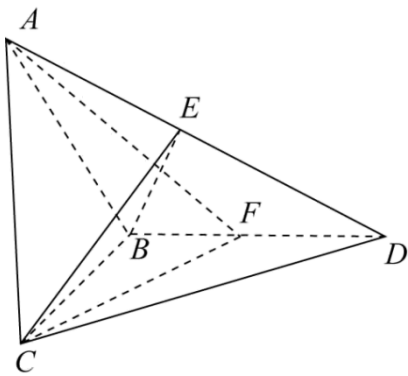


16.  $(a+x)(1+x)^4$  的展开式中, 若  $x$  的奇数次幂的项的系数之和为 32, 则  $a =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图所示, 在三棱锥  $A-BCD$  中,  $AB = BC = BD = 2$ ,  $AD = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle CBA = \angle CBD = \frac{\pi}{2}$ , 点  $E$  为

$AD$  中点.



(1) 求证: 平面  $ACD \perp$  平面  $BCE$ ;

(2) 若点  $F$  为  $BD$  中点, 求平面  $BCE$  与平面  $ACF$  所成锐二面角的余弦值.

18. (12 分) 11 月, 2019 全国美丽乡村篮球大赛在中国农村改革的发源地-安徽凤阳举办, 其间甲、乙两人轮流进行篮球定点投篮比赛 (每人各投一次为一轮), 在相同的条件下, 每轮甲乙两人在同一位置, 甲先投, 每人投一次球, 两人有 1 人命中, 命中者得 1 分, 未命中者得 -1 分; 两人都命中或都未命中, 两人均得 0 分, 设甲每次投球命中的概率为

$\frac{1}{2}$ , 乙每次投球命中的概率为  $\frac{2}{3}$ , 且各次投球互不影响.

(1) 经过 1 轮投球, 记甲的得分为  $X$ , 求  $X$  的分布列;

(2) 若经过  $n$  轮投球, 用  $p_i$  表示经过第  $i$  轮投球, 累计得分, 甲的得分高于乙的得分的概率.

①求  $p_1, p_2, p_3$ ;

②规定  $p_0 = 0$ , 经过计算机计算可估计得  $p_i = ap_{i+1} + bp_i + cp_{i-1}$  ( $b \neq 1$ ), 请根据①中  $p_1, p_2, p_3$  的值分别写出  $a, c$  关于  $b$  的表达式, 并由此求出数列  $\{p_n\}$  的通项公式.

19. (12 分) 某百货商店今年春节期间举行促销活动, 规定消费达到一定标准的顾客可进行一次抽奖活动, 随着抽奖活动的有效开展, 参与抽奖活动的人数越来越多, 该商店经理对春节前 7 天参加抽奖活动的人数进行统计,  $y$  表示第  $x$

天参加抽奖活动的人数，得到统计表格如下：

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$y$	5	8	8	10	14	15	17

(1) 经过进一步统计分析，发现  $y$  与  $x$  具有线性相关关系。请根据上表提供的数据，用最小二乘法求出  $y$  关于  $x$  的线性回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ ；

(2) 该商店规定：若抽中“一等奖”，可领取 600 元购物券；抽中“二等奖”可领取 300 元购物券；抽中“谢谢惠顾”，则没有购物券。已知一次抽奖活动获得“一等奖”的概率为  $\frac{1}{6}$ ，获得“二等奖”的概率为  $\frac{1}{3}$ 。现有张、王两位先生参与了本次活动，且他们是否中奖相互独立，求此二人所获购物券总金额  $X$  的分布列及数学期望。

参考公式：
$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{x}, \quad \sum_{i=1}^7 x_i y_i = 364, \quad \sum_{i=1}^7 x_i^2 = 140.$$

20. (12分) 已知圆  $M: (x+2\sqrt{3})^2 + y^2 = 64$  及定点  $N(2\sqrt{3}, 0)$ ，点  $A$  是圆  $M$  上的动点，点  $B$  在  $NA$  上，点  $G$  在  $MA$  上，且满足  $\overrightarrow{NA} = 2\overrightarrow{NB}$ ， $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{NA} = 0$ ，点  $G$  的轨迹为曲线  $C$ 。

(1) 求曲线  $C$  的方程；

(2) 设斜率为  $k$  的动直线  $l$  与曲线  $C$  有且只有一个公共点，与直线  $y = \frac{1}{2}x$  和  $y = -\frac{1}{2}x$  分别交于  $P, Q$  两点。当  $|k| > \frac{1}{2}$  时，求  $\triangle OPQ$  ( $O$  为坐标原点) 面积的取值范围。

21. (12分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，且过点  $(1, \frac{\sqrt{6}}{2})$ 。

(I) 求椭圆  $C$  的方程；

(II) 设  $Q$  是椭圆  $C$  上且不在  $x$  轴上的一个动点， $O$  为坐标原点，过右焦点  $F$  作  $OQ$  的平行线交椭圆于  $M, N$  两个不同的点，求  $\frac{|MN|}{|OQ|^2}$  的值。

22. (10分) 已知  $f(x) = |x+1| - |ax-1|$ 。

(1) 当  $a=1$  时，求不等式  $f(x) > 1$  的解集；

(2) 若  $x \in (0, 1)$  时不等式  $f(x) > x$  成立，求  $a$  的取值范围。

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、C

【解析】

求得  $A$  点坐标，由此求得直线  $AF$  的方程，联立直线  $AF$  的方程和抛物线的方程，求得  $B$  点坐标，进而求得  $|AB|$

【详解】

抛物线焦点为  $F(2,0)$ ，令  $x=1$ ， $y^2=8$ ，解得  $y=\pm 2\sqrt{2}$ ，不妨设  $A(1,2\sqrt{2})$ ，则直线  $AF$  的方程为

$y = \frac{2\sqrt{2}}{1-2}(x-2) = -2\sqrt{2}(x-2)$ ，由  $\begin{cases} y = -2\sqrt{2}(x-2) \\ y^2 = 8x \end{cases}$ ，解得  $A(1,2\sqrt{2}), B(4,-4\sqrt{2})$ ，所以

$$|AB| = \sqrt{(4-1)^2 + (-4\sqrt{2}-2\sqrt{2})^2} = 9.$$

故选：C

【点睛】

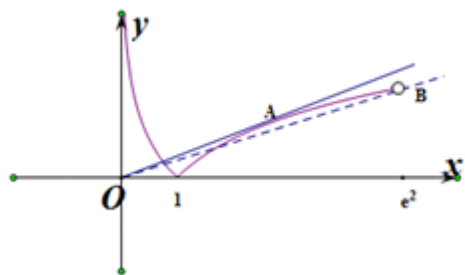
本小题主要考查抛物线的弦长的求法，属于基础题.

2、D

【解析】

令  $g(x) = f(x) - ax = 0$ ，可得  $f(x) = ax$ .

在坐标系内画出函数  $f(x) = |\ln x|$  的图象（如图所示）.



当  $x > 1$  时， $f(x) = \ln x$ . 由  $y = \ln x$  得  $y' = \frac{1}{x}$ .

设过原点的直线  $y = ax$  与函数  $y = \ln x$  的图象切于点  $A(x_0, \ln x_0)$ ,

$$\text{则有} \begin{cases} \ln x_0 = ax_0 \\ a = \frac{1}{x_0} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x_0 = e \\ a = \frac{1}{e} \end{cases}.$$

所以当直线  $y = ax$  与函数  $y = \ln x$  的图象切时  $a = \frac{1}{e}$ .

又当直线  $y = ax$  经过点  $B(e^2, 2)$  时, 有  $2 = a \cdot e^2$ , 解得  $a = \frac{2}{e^2}$ .

结合图象可得当直线  $y = ax$  与函数  $f(x) = |\ln x|$  的图象有 3 个交点时, 实数  $a$  的取值范围是  $\left(\frac{2}{e^2}, \frac{1}{e}\right)$ .

即函数  $g(x) = f(x) - ax$  在区间  $(0, e^2)$  上有三个零点时, 实数  $a$  的取值范围是  $\left(\frac{2}{e^2}, \frac{1}{e}\right)$ . 选 D.

点睛: 已知函数零点的个数(方程根的个数)求参数值(取值范围)的方法

(1)直接法: 直接求解方程得到方程的根, 再通过解不等式确定参数范围;

(2)分离参数法: 先将参数分离, 转化成求函数的值域问题加以解决;

(3)数形结合法: 先对解析式变形, 在同一平面直角坐标系中, 画出函数的图象, 然后数形结合求解, 对于一些比较复杂的函数的零点问题常用此方法求解.

3、B

【解析】

由题意首先确定导函数的符号, 然后结合题意确定函数在区间  $(-\infty, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, +\infty)$  和  $x = 0, x = 1$  处函数的特征即可确定函数图像.

【详解】

Q 函数  $f(x)$  在  $R$  上可导, 其导函数为  $f'(x)$ , 且函数  $f(x)$  在  $x = 1$  处取得极大值,

$\therefore$  当  $x > 1$  时,  $f'(x) < 0$ ; 当  $x = 1$  时,  $f'(x) = 0$ ; 当  $x < 1$  时,  $f'(x) > 0$ .

$\therefore x < 0$  时,  $y = -xf'(x) > 0$ ,  $0 < x < 1$  时,  $y = -xf'(x) < 0$ ,

当  $x = 0$  或  $x = 1$  时,  $y = -xf'(x) = 0$ ; 当  $x > 1$  时,  $-xf'(x) > 0$ .

故选: B

【点睛】

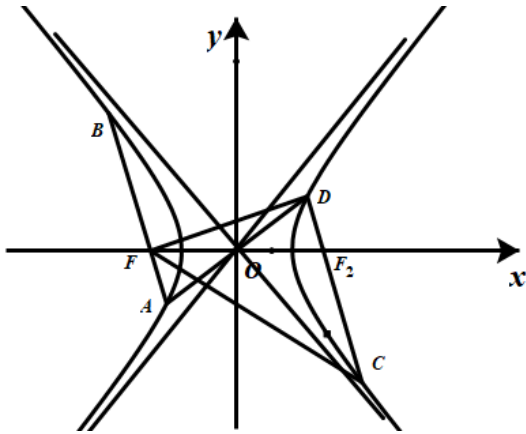
根据函数取得极大值, 判断导函数在极值点附近左侧为正, 右侧为负, 由正负情况讨论图像可能成立的选项, 是判断图像问题常见方法, 有一定难度.

4、D

**【解析】**

如图，设双曲线的右焦点为  $F_2$ ，连接  $DF_2$  并延长交右支于  $C$ ，连接  $FC$ ，设  $DF_2 = x$ ，利用双曲线的几何性质可以得到  $DF = x + 2a$ ， $FC = x + 4a$ ，结合  $Rt\triangle FDC$ 、 $Rt\triangle FDF_2$  可求离心率。

**【详解】**



如图，设双曲线的右焦点为  $F_2$ ，连接  $FC$ ，连接  $DF_2$  并延长交右支于  $C$ 。

因为  $FO = OF_2$ ， $AO = OD$ ，故四边形  $FAF_2D$  为平行四边形，故  $FD \perp DF_2$ 。

又双曲线为中心对称图形，故  $F_2C = BF$ 。

设  $DF_2 = x$ ，则  $DF = x + 2a$ ，故  $F_2C = x + 2a$ ，故  $FC = x + 4a$ 。

因为  $\triangle FDC$  为直角三角形，故  $(x + 4a)^2 = (2x + 2a)^2 + (x + 2a)^2$ ，解得  $x = a$ 。

在  $Rt\triangle FDF_2$  中，有  $4c^2 = a^2 + 9a^2$ ，所以  $e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$ 。

故选：D。

**【点睛】**

本题考查双曲线离心率，注意利用双曲线的对称性（中心对称、轴对称）以及双曲线的定义来构造关于  $a, b, c$  的方程，

本题属于难题。

5、D

**【解析】**

试题分析：  $M = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx = \ln(x+1) \Big|_0^1 = \ln 2$ ，  $N = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx = \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ ，所以  $M < N$ ，所以由程序框图输出

的  $S$  为  $\ln 2$ 。故选 D。

考点：1、程序框图；2、定积分。



6、D

【解析】

根据函数图像得到函数的一个解析式为  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，再根据平移法则得到答案.

【详解】

设函数解析式为  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + b$ ,

根据图像:  $A=1, b=0$ ,  $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{4}$ , 故  $T = \pi$ , 即  $\omega = 2$ ,

$f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) = 1$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in Z$ , 取  $k=0$ , 得到  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ,

函数向右平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位得到  $y = \sin 2x$ .

故选: D.

【点睛】

本题考查了根据函数图像求函数解析式, 三角函数平移, 意在考查学生对于三角函数知识的综合应用.

7、B

【解析】

用空间四边形对①进行判断; 根据公理 2 对②进行判断; 根据空间角的定义对③进行判断; 根据空间直线位置关系对④进行判断.

【详解】

①中, 空间四边形的四条线段不共面, 故①错误.

②中, 由公理 2 知道, 过不在同一条直线上的三点, 有且只有一个平面, 故②正确.

③中, 由空间角的定义知道, 空间中如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等或互补, 故③错误.

④中, 空间中, 垂直于同一直线的两条直线可相交, 可平行, 可异面, 故④错误.

故选: B

【点睛】

本小题考查空间点, 线, 面的位置关系及其相关公理, 定理及其推论的理解和认识; 考查空间想象能力, 推理论证能力, 考查数形结合思想, 化归与转化思想.

8、A

【解析】

构造函数  $g(x) = f(x) - 1$ , 通过分析  $g(x)$  的单调性和对称性, 求得不等式  $f(x) + f(3-2x) \leq 2$  的解集.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/386241143005010114>