

如皋初中 2023~2024 学年度第一学期练习一

九年级数学试题

(总分: 150 分 答卷时间: 120 分钟)

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 抛物线 $y = -x^2 + 3x - 2$ 与 y 轴的交点坐标是 ()

A. $(-2, 0)$

B. $(0, 2)$

C. $(1, 2)$

D. $(0, -2)$

【答案】D

【解析】

【分析】依据题意, 将 $x = 0$ 代入解析式即可得解.

【详解】解: 由题意, 将 $x = 0$ 代入函数解析式, 得 $y = -2$,

$\therefore$ 抛物线 $y = -x^2 + 3x - 2$ 与 y 轴的交点坐标是 $(0, -2)$,

故选: D.

【点睛】本题主要考查了二次函数与 y 轴的交点, 解题时要熟练掌握并理解坐标特点是关键.

2. 抛物线 $y = 2(x + 2)^2 - 14$ 的顶点坐标为 ()

A. $(2, 14)$

B. $(-2, 14)$

C. $(2, -14)$

D. $(-2, -14)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象及性质, 根据二次函数的图象及性质即可求解, 熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键.

【详解】解: 抛物线 $y = 2(x + 2)^2 - 14$ 的顶点坐标为 $(-2, -14)$,

故选 D.

3. 若将抛物线 $y = 5x^2$ 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位, 得到的新抛物线的表达式为 ()

A. $y = 5(x - 2)^2 + 1$

B. $y = 5(x + 2)^2 + 1$

C. $y = 5(x - 2)^2 - 1$

D. $y = 5(x + 2)^2 - 1$

【答案】A

【解析】

【分析】根据二次函数“上加下减, 左加右减”的平移规律进行求解.

【详解】解：将抛物线 $y = 5x^2$ 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，得到的新抛物线的表达式为

$$y = 5(x-2)^2 + 1,$$

故选 A.

【点睛】本题主要考查了二次函数图象的平移，熟知二次函数图象的平移规律是解题的关键.

4. 已知抛物线 $y = x^2 + x - 1$ 经过点 $P(m, 5)$ ，则代数式 $m^2 + m + 2023$ 的值为()

A. 2026

B. 2027

C. 2028

D. 2029

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象及性质、代数式求值，将 $P(m, 5)$ 代入 $y = x^2 + x - 1$ 得 $m^2 + m = 6$ ，

再将 $m^2 + m = 6$ 代入原式即可求解，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键.

【详解】解：将 $P(m, 5)$ 代入 $y = x^2 + x - 1$ 得：

$$5 = m^2 + m - 1, \text{ 即: } m^2 + m = 6,$$

将 $m^2 + m = 6$ 代入原式得： $m^2 + m + 2023 = 6 + 2023 = 2029$ ，

故选 D.

5. 已知二次函数 $y = -(x+h)^2$ ，当 $x < -1$ 时， y 随着 x 的增大而增大，当 $x > -1$ 时， y 随 x 的增大而减小，

当 $x = 3$ 时， y 的值为()

A. -16

B. -1

C. -9

D. 0

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象及性质，根据题意得二次函数的对称轴为： $x = -1$ ，进而可得 $h = 1$ ，

进而可得 $y = -(x+1)^2$ ，当 $x = 3$ 时，代入二次函数即可求解，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键.

【详解】解：依题意得：二次函数的对称轴为： $x = -1$ ，

$$\therefore h = 1,$$

$$\therefore y = -(x+1)^2,$$

当 $x = 3$ 时， $y = -(3+1)^2 = -16$ ，

故选 A.

6. 对于二次函数 $y = -2(x+3)^2 - 3$ 的图象，下列说法正确的是()

A. 开口向上

B. 对称轴是直线 $x = -3$

C. 当 $x > -4$ 时， y 随 x 的增大而减小

D. 顶点坐标为 $(3, -3)$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象及性质，根据二次函数的图象及性质逐一判断即可求解，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键.

【详解】解：A、抛物线的开口向下，则错误，故不符合题意；

B、对称轴是直线 $x = -3$ ，则正确，故符合题意；

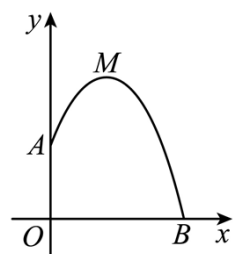
C、当 $-3 > x > -4$ 时， y 随 x 的增大而增大，

当 $x > -3$ 时， y 随 x 的增大而减小，则错误，不符合题意；

D、顶点坐标为 $(-3, -3)$ ，则错误，故不符合题意；

故选 B.

7. 如图，从某建筑物10m高的窗口A处用水管向外喷水，喷出的水成抛物线状（抛物线所在平面与墙面垂直），如果抛物线的最高点M离墙1m，离地面 $\frac{40}{3}$ m，则水流落地点B离墙的距离OB是()



A. 2m

B. 3m

C. 4m

D. 5m

【答案】B

【解析】

【分析】由题意可以知道 $M\left(1, \frac{40}{3}\right)$ ， $A(0, 10)$ 用待定系数法就可以求出抛物线的解析式，当 $y=0$ 时就可以

求出 x 的值，这样就可以求出 OB 的值.

【详解】解：设抛物线的解析式为 $y = a(x-1)^2 + \frac{40}{3}$ ，由题意得：

$$10 = a + \frac{40}{3},$$

$$a = -\frac{10}{3},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -\frac{10}{3}(x-1)^2 + \frac{40}{3},$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } -\frac{10}{3}(x-1)^2 + \frac{40}{3} = 0,$$

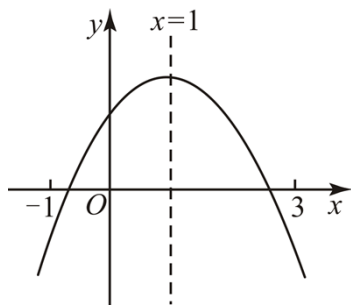
$$\text{解得: } x_1 = -1 \text{ (舍去), } x_2 = 3,$$

$$\therefore OB = 3\text{m}, \text{ 故 B 正确.}$$

故选: B.

【点睛】本题主要考查了利用待定系数法求函数的解析式的运用, 运用抛物线的解析式解决实际问题. 解答本题时设抛物线的顶点式求解析式是解题的关键.

8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 有下列 5 个结论: ① $abc > 0$; ② $b < a + c$; ③ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; ④ $2c < 3b$; ⑤ $a + b > m(am + b)$ (其中 $m \neq 1$) 其中正确的个数是 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】由抛物线的开口方向判断 a 与 0 的关系, 由抛物线与 y 轴的交点得出 c 的值, 然后根据抛物线与 x 轴交点的个数及 $x=1$ 时二次函数的值的情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【详解】解: ①由图象可知: 抛物线对称轴位于 y 轴右侧, 则 a 、 b 异号, 所以 $ab < 0$.

抛物线与 y 轴交于正半轴, 则 $c > 0$, 所以 $abc < 0$, 故①错误;

②当 $x = -1$ 时, $y = a - b + c < 0$, 即 $b > a + c$, 故②错误;

③由图可知, $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 故③正确;

④当 $x = 3$ 时函数值小于 0, $y = 9a + 3b + c < 0$, 且 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

即 $a = -\frac{b}{2}$, 代入得 $9(-\frac{b}{2}) + 3b + c < 0$, 得 $2c < 3b$, 故④正确;

⑤当 $x = 1$ 时, y 的值最大. 此时, $y = a + b + c$,

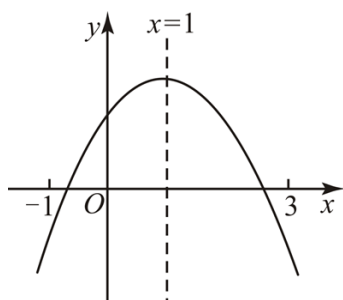
而当 $x = m$ 时, $y = am^2 + bm + c$,

所以 $a+b+c > am^2+bm+c$,

故 $a+b > am^2+bm$, 即 $a+b > m(am+b)$, 故⑤正确.

综上所述, ③④⑤正确.

故选 C.



【点睛】此题考查二次函数图象与系数的关系, 解题关键在于根据函数图象

进行判断

9. 已知实数 a 、 b 满足 $a-b^2=2$, 则代数式 a^2-3b^2+a-9 的最小值是()

A. -2

B. -3

C. -4

D. -9

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了代数式求值, 求二次函数的最值, 解题的关键是根据 $b^2=a-2$ 将原式变形为

$(a-1)^2-4$. 先根据 $a-b^2=2$ 得出 $b^2=a-2$, 将 $b^2=a-2$ 代入原式变形得出

$a^2-3b^2+a-9=(a-1)^2-4$, 求出 $a=b^2+2 \geq 2$, 根据二次函数的增减性求出最小值即可.

【详解】解: $\because a-b^2=2$,

$$\therefore b^2=a-2,$$

$$\therefore a^2-3b^2+a-9$$

$$=a^2-3(a-2)+a-9$$

$$=a^2-2a-3$$

$$=(a-1)^2-4,$$

$$\because a=b^2+2 \geq 2,$$

$$\therefore 1 > 0,$$

$\therefore$ 开口向上, 对称轴为 $a=1$,

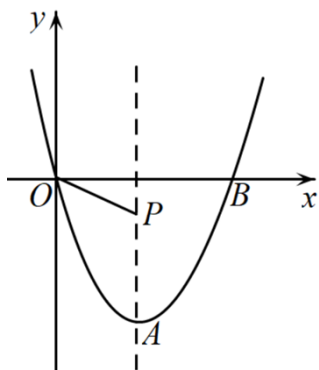
$\therefore$ 当 $a \geq 1$ 时, 原式的值随着 a 的增大而增大,

∴当 $a=2$ 时, a^2-3b^2+a-9 的最小值是 $(2-1)^2-4=-3$.

故选: B.

10. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2-2\sqrt{3}x$ 的顶点为 A 点, 且与 x 轴的正半轴交于点 B,

P 点是该抛物线对称轴上的一点, 则 $OP+\frac{1}{2}AP$ 的最小值为 ()



- A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$

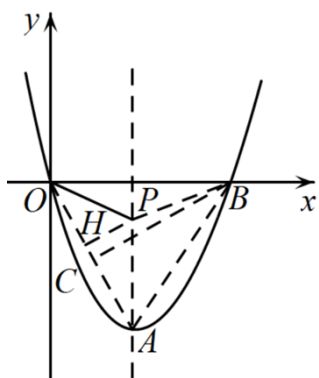
【答案】B

【解析】

【分析】连接 AO 、 AB , PB , 作 $PH \perp OA$, $BC \perp AO$, 先证明 $\triangle AOB$ 为等边三角形, 接着利用 $\angle OAP = 30^\circ$, 得到 $PH = \frac{1}{2}AP$, 利用抛物线的对称性得到 $PO = PB$, 所以 $OP + \frac{1}{2}AP = PB + PH$, 根据两点之间线段最短得到当 H 、 P 、 B 共线时, $PB + PH$ 的值最小, 最小值为 BC 的长, 然后计算出 BC 的长即可.

【详解】解: 连接 AO 、 AB , PB , 作 $PH \perp OA$ 于 H , $BC \perp AO$ 于 C , 如图, 当 $y=0$ 时,

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x = 0, \text{ 解得 } x_1 = 0, x_2 = 4, \text{ 则 } B(4, 0),$$



$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 - 2\sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2}(x-2)^2 - 2\sqrt{3},$$

则 $A(2, 2\sqrt{3})$,

$$\therefore OA = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4,$$

$$\therefore AB = AO = OB = 4,$$

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle OAP = 30^\circ,$$

$$\therefore PH = \frac{1}{2}AP.$$

Q AP 垂直平分 OB ,

$$\therefore PO = PB,$$

$$\therefore OP + \frac{1}{2}AP = PB + PH.$$

当 H 、 P 、 B 共线时, $PB + PH$ 的值最小, 最小值为 BC 的长,

$$\text{在 } Rt\triangle ABC \text{ 中, } \sin 60^\circ = \frac{BC}{AB},$$

$$\text{即 } BC = \frac{\sqrt{3}}{2}AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore OP + \frac{1}{2}AP \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{3}.$$

故选: B.

【点睛】这是一道关于二次函数的综合问题, 考查了二次函数的图象和性质, 等边三角形的性质和判定, 直角三角形的性质, 根据轴对称求线段和最小等, 根据轴对称确定线段和的最小值是解题的关键.

二、填空题(本大题共 8 小题, 第 11~12 题每小题 3 分, 第 13~18 题每小题 4 分, 共 30 分)

11. 将二次函数 $y = x^2 - 4x - 4$ 化为 $y = a(x - h)^2 + k$ 的形式是_____

【答案】 $y = (x - 2)^2 - 8$

【解析】

【分析】利用配方法将一般式转化为顶点式即可. 属于基础题型, 掌握配方法, 是解题的关键.

【详解】解: $y = x^2 - 4x - 4 = x^2 - 4x + 4 - 4 - 4 = (x - 2)^2 - 8$;

故答案为: $y = (x - 2)^2 - 8$.

12. 抛物线 $y = x^2 + 2x + m$ 顶点在 x 轴上, 则 m 的值是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】先将抛物线解析式化为顶点式，可得到关于 m 的方程，解出即可。

【详解】解： $y = x^2 + 2x + m = (x+1)^2 + m - 1$

$\because$ 抛物线 $y = x^2 + 2x + m$ 顶点在 x 轴上，

$\therefore m - 1 = 0$ ，

解得： $m = 1$ 。

故答案为： 1

【点睛】本题主要考查了抛物线的顶点坐标，熟练掌握二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 (h, k) 是解题的关键。

13. 已知函数 $y = x^2 - 6x + 2$ ，当 $-1 < x < 4$ 时，则 y 的取值范围为_____。

【答案】 $-7 \leq y < 9$

【解析】

【分析】先把一般式化成顶点式，求出二次函数的最小值，再判断出 $x = -1$ 时的函数值比 $x = 4$ 时的函数值大，确定最大值，即可得出答案。

【详解】解： $\because y = x^2 - 6x + 2 = (x-3)^2 - 7$ ， $a = 1 > 0$ ，

$\therefore$ 抛物线开口向上，当 $x = 3$ 时， y 有最小值 -7 ，抛物线对称轴为 $x = 3$ ，

$\because x = -1$ 到 $x = 3$ 的距离比 $x = 4$ 远，

$\therefore x = -1$ 时的函数值比 $x = 4$ 时的函数值大，

当 $x = -1$ 时， $y = (-1)^2 - 6 \times (-1) + 2 = 9$ ，

$\therefore$ 当 $-1 < x < 4$ 时， y 的取值范围为 $-7 \leq y < 9$ ，

故答案为： $-7 \leq y < 9$ 。

【点睛】本题主要考查了二次函数的最值，能把一般式化成顶点式是解此题的关键。

14. 抛物线 $y = x^2 - 2x + m^2 + 2$ (m 是常数) 经过点 $A(-2, y_1)$ 、 $B(-1, y_2)$ 、 $C(3.5, y_3)$ ，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系为_____ (用 “ $<$ ” 连接)

【答案】 $y_2 < y_3 < y_1$

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象及性质，先求出抛物线的对称轴，再根据抛物线的对称性得点 $C_1(-1.5, y_3)$ 也在抛物线上，再根据 $-2 < -1.5 < -1 < 1$

进而可求解，熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键.

【详解】解：抛物线的对称轴为： $x = -\frac{-2}{2 \times 1} = 1$,

根据抛物线的对称性得：

点 $C(3.5, y_3)$ 关于 $x=1$ 对称的点 $C_1(-1.5, y_3)$ 也在抛物线上，

$Q -2 < -1.5 < -1 < 1$ ，且抛物线的开口向上，

$\therefore y_2 < y_3 < y_1$,

故答案为： $y_2 < y_3 < y_1$.

15. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，当 $x=3$ 时，该函数取得最小值 -4 ，设该函数图象与 x 轴的一个交点的横坐标为 x_1 ，若 $x_1 > 5$ ，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $0 < a < 1$

【解析】

【分析】先根据函数的最值确定函数的顶点坐标和开口方向，在根据函数的增减性，判断当 $x_1=5$ 时的函数值取值范围，即可求出 a 的取值范围.

【详解】解： $\because$ 当 $x=3$ 时，该函数取得最小值 -4 ，

$\therefore y = a(x-3)^2 - 4$,

$\therefore$ 该函数对称轴为 $x=3$ ，函数开口向上 $a > 0$ ；

$\because x_1 > 5$,

$\therefore$ 当 $x_1=5$ 时，函数值小于 0 ，

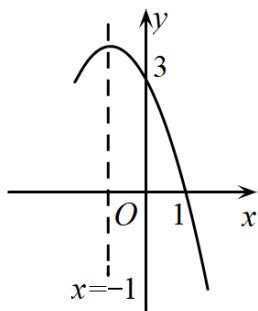
即 $a(5-3)^2 - 4 < 0$ ，解得： $a < 1$ ，

$\therefore a$ 的取值范围： $0 < a < 1$.

故答案为： $0 < a < 1$.

【点睛】本题主要考查了二次函数的性质，解题的关键是熟练掌握二次函数在顶点处取得最值，当函数有最小值时，开口向上，反之，开口向下.

16. 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示，若 $y > 0$ ，则 x 的取值范围是_____.



【答案】 $-3 < x < 1$

【解析】

【分析】根据抛物线的对称轴为 $x = -1$ ，一个交点为 $(1, 0)$ ，可推出另一交点为 $(-3, 0)$ ，结合图象求出 $y > 0$ 时， x 的范围．

【详解】解：根据抛物线的图象可知：

抛物线的对称轴为 $x = -1$ ，已知一个交点为 $(1, 0)$ ，

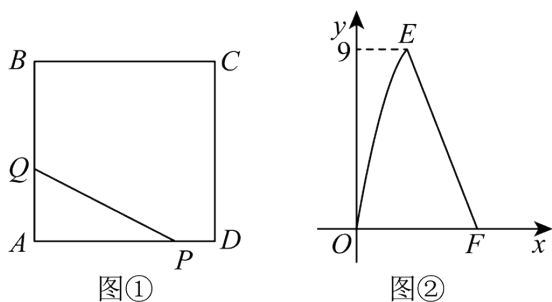
根据对称性，则另一交点为 $(-3, 0)$ ，

所以 $y > 0$ 时， x 的取值范围是 $-3 < x < 1$ ．

故答案为： $-3 < x < 1$ ．

【点睛】考点：二次函数的图象．

17. 如图①，在正方形 $ABCD$ 中，点 P 沿边 DA 从点 D 开始向点 A 以 1cm/s 的速度移动；同时，点 Q 沿边 AB 、 BC 从点 A 开始向点 C 以 2cm/s 的速度移动．当点 P 移动到点 A 时， P 、 Q 同时停止移动．设点 P 出发 $x\text{s}$ 时， $\triangle PAQ$ 的面积为 $y\text{cm}^2$ ， y 与 x 的函数图象如图②，则线段 EF 所在的直线对应的函数关系式为_____．



【答案】 $y = -3x + 18$

【解析】

【分析】当 P 点到 AD 的中点时， Q 到 B 点，此时， $\triangle PAQ$ 的面积最大．设正方形的边长为 $a\text{cm}$ ，表示出 $\triangle PAQ$ 的面积即可得到直线 EF 对应的函数关系式．

【详解】 $\because$ 点 P 沿边 DA 从点 D 开始向点 A 以 1cm/s 的速度移动；点 Q 沿边 AB 、 BC 从点 A 开始向点 C 以 2cm/s 的速度移动，

∴当 P 点到 AD 的中点时, Q 到 B 点, 此时, $\triangle PAQ$ 的面积最大.

设正方形的边长为 $a\text{cm}$,

∴从图②可以看出当 Q 点到 B 点时的面积为 9,

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} a \cdot a = 9, \text{ 解得 } a = 6, \text{ 即正方形的边长为 } 6.$$

当 Q 点在 BC 上时, $AP = 6 - x$, $\triangle APQ$ 的高为 AB ,

$$\therefore y = \frac{1}{2} \cdot (6 - x) \cdot 6 = -3x + 18.$$

∴线段 EF 所在的直线对应的函数关系式为 $y = -3x + 18$.

故答案为: $y = -3x + 18$

【点睛】本题考查了双动点问题的函数图象; 正方形的性质; 由实际问题列函数关系式; 分类思想和数形结合思想的应用.

18. 在平面直角坐标系中, 直线 l 的解析式为 $y = x - 5$, 点 P 的坐标为 $(n-1, n^2 + 2n - 3)$, 则点 P 到直线 l 的最短距离为_____.

【答案】 $\frac{11}{8}\sqrt{2}$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与二次函数综合、二次函数与一元二次方程、勾股定理, 根据变形得点 $P(n-1, n^2 + 2n - 3)$ 在 $y = x^2 + 4x$ 的图象上, 设过点 P 平行与直线 $y = x - 5$ 的解析式为 $y = x + b$, 当直线与抛物线 $y = x^2 + 4x$ 只有一个交点时, 此时点 P 到直线 l 有最短距离, 联立方程组得 $\begin{cases} y = x + b \\ y = x^2 + 4x \end{cases}$, 利用判别式得 $b = -\frac{9}{4}$, 进而可得过点 P 的直线的解析式为 $y = x - \frac{9}{4}$, 过点 C 作 $CD \perp AB$, 利用勾股定理得 $AB = 5\sqrt{2}$, 再利用等面积法即可求解, 理解点 $P(n-1, n^2 + 2n - 3)$ 在 $y = x^2 + 4x$ 的图象上及点 P 到直线 l 的最短距离的位置是解题的关键.

【详解】解: $n^2 + 2n - 3$

$$= n^2 - 2n + 1 + 2n + 2n - 1 - 3$$

$$= (n-1)^2 + 4n - 4$$

$$= (n-1)^2 + 4(n-1),$$

$$\text{令 } x = n-1,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/387103002063006165>