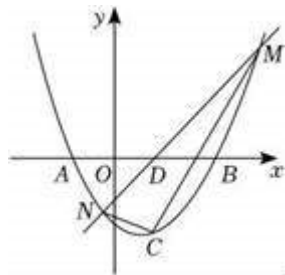


2024 年中考数学二轮专题 压轴题培优练习 06

1.如图，已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴相交于 A ， B 两点，点 $C(2, -4)$ 在抛物线上，且 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

(1)求抛物线的解析式；

(2)过点 $D(2, 0)$ 的直线与抛物线交于点 M ， N ，试问：以线段 MN 为直径的圆是否过定点？证明你的结论.

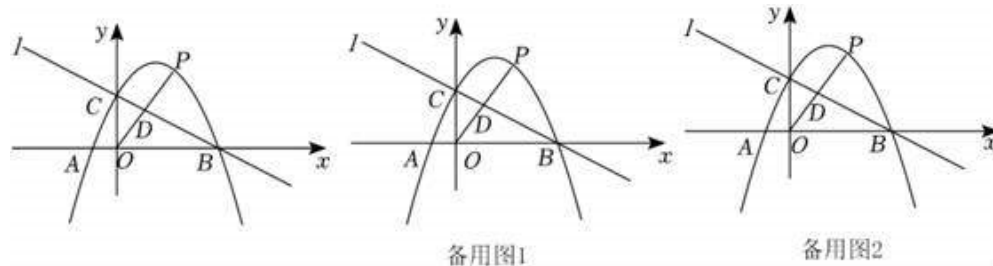


2.如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2$ 与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 左侧)，与 y 轴交于点 C ，直线 $l: y = kx + b$ 经过点 B, C ，点 P 是抛物线上一动点，连接 OP 交直线 BC 于点 D 。

(1)求直线 l 的解析式；

(2)当 $\frac{PD}{PO} = \frac{1}{2}$ 时，求点 P 的坐标；

(3)在(2)的条件下，点 N 是直线 BC 上一动点，连接 ON ，过点 D 作 $DF \perp ON$ 于点 F ，点 F 在线段 ON 上，当 $OD = \sqrt{5}DF$ 时，请直接写出点 N 的坐标。

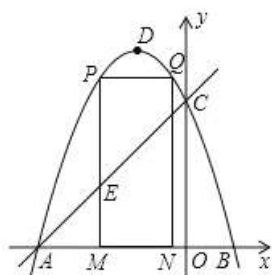


3.如图, 抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 的图象与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左边), 与 y 轴交于点 C , 点 D 为抛物线的顶点.

(1)求 A, B, C 三点的坐标.

(2)点 M 为线段 AB 上一点(点 M 不与点 A, B 重合), 过点 M 作 x 轴的垂线, 与直线 AC 交于点 E , 与抛物线交于点 P , 过点 P 作 $PQ \parallel AB$ 交抛物线于点 Q , 过点 Q 作 $QN \perp x$ 轴于点 N .若点 P 在点 Q 左边, 当矩形 $PMNQ$ 的周长最大时, 求 $\triangle AEM$ 的面积.

(3)在(2)的条件下, 当矩形 $PMNQ$ 的周长最大时, 连结 DQ .过抛物线上一点 F 作 y 轴的平行线, 与直线 AC 交于点 G (点 G 在点 F 的上方).若 $FG = 2DQ$, 求点 F 的坐标.



4.已知抛物线 l_1 与 l_2 形状相同，开口方向不同，其中抛物线 $l_1: y = ax^2 - 8ax - \frac{7}{2}$ 交 x 轴于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，且 $AB=6$ ；抛物线 l_2 与 l_1 交于点 A 和点 $C(5, n)$ 。

(1)求抛物线 l_1, l_2 的表达式；

(2)当 x 的取值范围是_____时，抛物线 l_1 与 l_2 上的点的纵坐标同时随横坐标的增大而增大；

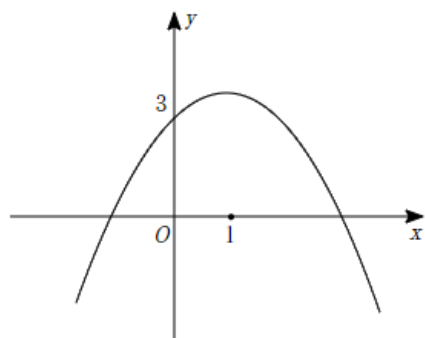
(3)直线 $MN \parallel y$ 轴，交 x 轴， l_1, l_2 分别相交于点 $P(m, 0), M, N$ ，当 $1 \leq m \leq 7$ 时，求线段 MN 的最大值。

5. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 图象的对称轴与 x 轴交于点 $A(1,0)$ ，图象与 y 轴交于点 $B(0,3)$ ， C 、 D 为该二次函数图象上的两个动点(点 C 在点 D 的左侧)，且 $\angle CAD = 90^\circ$ 。

(1) 求该二次函数的表达式；

(2) 若点 C 与点 B 重合，求 $\tan \angle CDA$ 的值；

(3) 点 C 是否存在其他的位置，使得 $\tan \angle CDA$ 的值与(2)中所求的值相等？若存在，请求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由。



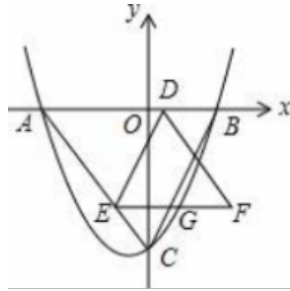
6.如图,抛物线 $y=ax^2+bx-4$ 经过 A(-

3, 0)、B(2, 0)两点,与 y 轴的交点为 C,连接 AC、BC,D 为线段 AB 上的动点,DE∥BC 交 AC 于 E,A 关于 DE 的对称点为 F,连接 DF、EF.

(1)求抛物线的解析式;

(2)EF 与抛物线交于点 G,且 EG: FG=3: 2,求点 D 的坐标;

(3)设△DEF 与△AOC 重叠部分的面积为 S,BD=t,直接写出 S 与 t 的函数关系式.



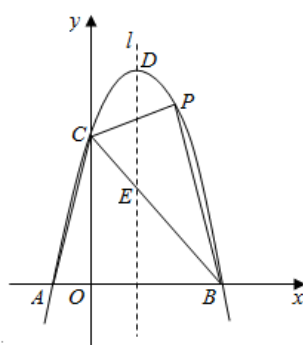
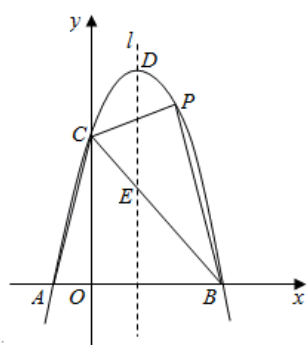
7.如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+8$ 与 x 轴交于 A(-

2, 0)和点 B(8, 0), 与 y 轴交于点 C, 顶点为 D, 连接 AC, BC, BC 与抛物线的对称轴 l 交于点 E.

(1)求该抛物线的函数表达式;

(2)点 P 是第一象限内抛物线上的动点, 连接 PB, PC, 设四边形 PBOC 和 $\triangle AOC$ 的面积分别为 $S_{\text{四边形 PBOC}}$ 和 $S_{\triangle AOC}$, 记 $S = S_{\text{四边形 PBOC}} - S_{\triangle AOC}$, 求 S 最大值点 P 的坐标及 S 的最大值;

(3)点 N 是对称轴 l 右侧抛物线上的动点, 在射线 ED 上是否存在点 M, 使得以点 M, N, E 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似? 若存在, 求点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



(备用图)

8.已知二次函数 $y = -mx^2 - 4mx - 4m + 4$ (m 为常数, 且 $m > 0$).

(1)求二次函数的顶点坐标；

(2)设该二次函数图象上两点 $A(a, y_a)$ 、 $B(a+2, y_b)$ ，点 A 和点 B 间(含点 A, B)的图象上有一点 C，将点 C 纵坐标的最大值和最小值的差记为 h.

①当 $m=1$ 时，若点 A 和点 B 关于二次函数对称轴对称，求 h 的值；

②若存在点 A 和点 B 使得 h 的值是 4，则 m 的取值范围是 _____.

答案

1.解：连接 AC、BC，过点 C 作 CP 垂直于 x 轴于点 P.

在 Rt△CAB 中，AC=BC，CP⊥AB，点 C(2, -4)，

$$\therefore CP=AP=PB=4, OP=2,$$

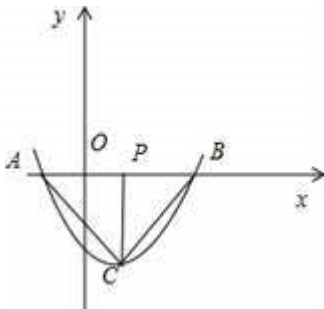
$$\therefore OA=AP-OP=4-2=2, OB=OP+PB=4+2=6,$$

$$\therefore \text{点 } A(-2, 0), \text{点 } B(6, 0),$$

把点 A(-2, 0)，点 B(6, 0)，点 C(2, -4)代入函数解析式得

$$\begin{cases} 0=4a-2b+c \\ 0=36a+6b+c \\ -4=4a+2b+c \end{cases} \quad \begin{cases} a=\frac{1}{4} \\ b=-1 \\ c=-3 \end{cases}, \text{解得}$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y=\frac{1}{4}x^2-x-3.$$



$$\text{故答案为: } y=\frac{1}{4}x^2-x-3.$$

(2)设过点 D(2, 0)的直线 MN 解析式为 $y=k(x-2)=kx-2k$,

$$\text{联立直线与抛物线解析式得关于 } x \text{ 的等式: } kx-2k=\frac{1}{4}x^2-x-3,$$

$$\text{化简得 } \frac{1}{4}x^2-(k+1)x+2k-3=0,$$

$$x_N+x_M=4(k+1), x_Nx_M=8k-12\ldots\textcircled{1},$$

$$\text{联立直线与抛物线解析式得关于 } y \text{ 的等式: } y=\frac{1}{4}\left(\frac{y}{k}+2\right)^2-\left(\frac{y}{k}+2\right)-3,$$

$$\text{化简得 } \frac{1}{4k^2}y^2+\left(-\frac{1}{k}-1\right)y-4=0, y_M+y_N=4k^2, y_My_N=-16k^2\ldots\textcircled{2},$$

线段 MN 的中点就是圆的圆心， $\therefore x_0 = \frac{1}{2}(x_N + x_M) = 2(K+1)$,

代入直线方程得 $y_0 = 2k^2$ ， $\therefore$ 圆心坐标为 $(2k+2, 2k^2)$ ，

$$\text{直径 } MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2} = \sqrt{(x_M + x_N)^2 - 4x_M x_N + (y_M + y_N)^2 - 4y_M y_N},$$

$$\text{把①、②代入上式化简整理得直径 } MN = \sqrt{16k^4 + 80k^2 + 64},$$

设圆上某一点 (x, y) 到圆心的距离等于半径 $\frac{1}{2}MN$ ，

$$\therefore \sqrt{[x - (2k+2)]^2 + (y - 2k^2)^2} = \frac{\sqrt{16k^4 + 80k^2 + 64}}{2},$$

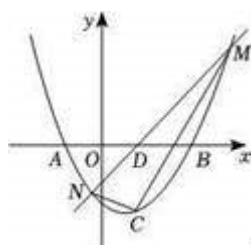
$$\text{化简整理得 } 16k^2 + 12 - 8k = x^2 - 4kx - 4x + y^2 - 4k^2y = -4yk^2 - 4kx + x^2 - 4x + y^2,$$

圆过定点，所以与 k 值无关，看作是关于 k 的二次等式，

$$k^2 \text{、} k \text{ 的系数，常量对应相等，得 } -8 = -4x, x=2,$$

$$16 = -4y, y=-4,$$

由以上分析，所以以 MN 为直径的圆过定点 $(2, -4)$.



故答案为：以线段 MN 为直径的圆过定点 $(2, -4)$.

2.解：(1) 令 $x=0$ ，则 $y=2$ ，

$$\therefore C(0, 2).$$

$$\therefore OC=2.$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0, \text{ 解得：} x=-1 \text{ 或 } 4,$$

$$\therefore A(-1, 0), B(4, 0).$$

$$\therefore OA=1, OB=4.$$

设直线 l 的解析式为 $y=kx+b$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/388017102073006072>