

华师一附中 2024 届高三独立作业 (9)

一、单选题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. $\frac{|2-i|}{|i^{2023}|} = (\quad)$

- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 5 D. $\sqrt{5}$

2. 已知集合 $M = \{y \in \mathbb{Z} \mid y = x^2 - 2x\}$, $N = \{x \mid y = \ln(-x)\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$

- A. \varnothing B. $\{-1\}$ C. $\{(1, -1)\}$ D. $[-1, 0)$

3. 已知关于 x 的不等式 $(x-a)(x-2) > 0$ 成立的一个充分不必要条件是 $-1 < x < 1$. 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(-\infty, 0)$ C. $[1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$

4. 已知非零向量 a, b 满足 $|b| = 2$, $\langle a, b \rangle = \frac{\pi}{3}$, 若 $(a-b) \perp a$, 则向量 a 在向量 $a+3b$ 方向上的投影向量为 ()

- A. $\frac{4}{43}(a+3b)$ B. $\frac{2}{43}(a+3b)$ C. $\frac{4}{43}(a+3b)$ D. $\frac{4}{43}(a+3b)$

5. 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \psi)$ ($\omega > 0, 0 < \psi < \pi$) 图象的一条对称轴与一个对称中心的距离为 $\frac{\pi}{4}$, 当 ω 取最小值时, 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象, 若函数 $g(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}]$ 上是增函数, 则 ψ 的取值范围为 ()

- A. $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}]$ B. $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$ C. $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$

6. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足对任意实数 x 有 $f(x+2) = f(x+1) - f(x)$, 若 $y = f(2x)$ 的图像

关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称, $f(1) = 2$, 则 $\sum_{k=1}^{23} f(k) = (\quad)$

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

7. 已知 $a = e^{0.03}$, $b = \ln(1.03e)$, $c = \sqrt{1.06}$, 则 ()

- A. $c > a > b$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $a > b > c$

8.在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB \cdot AC = 9$, $\sin B = \cos A \sin C$, $S_{\triangle PBC} = 6$, P 为线段 AB 上的一点, 且

$$\overrightarrow{CP} = x \cdot \frac{\overrightarrow{CA}}{|\overrightarrow{CA}|} + y \cdot \frac{\overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{CB}|}, \text{ 则 } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \text{ 的最小值为 ()}$$

- A. $\frac{7}{12} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 12 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{5}{12} + \frac{\sqrt{3}}{4}$

二、多选题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分)

9. 早在古巴比伦时期，人们就会解一元二次方程。16 世纪上半叶，数学家们得到了一元三次方程、一元四次方程的解法。研究过程中得到一个代数基本定理：任何一元 n ($n \in \mathbb{N}^*$) 次复系数多项式方程

$f(x) = 0$ 至少有一个复数根。请借助代数基本定理解决下面问题：设实系数一元四次方程

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0 \quad (a \neq 0) \text{ 在复数集 } C \text{ 内的根为 } x_1, x_2, x_3, x_4, \text{ 则下列结论正确的是 ()}$$

- A. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -\frac{b}{a}$ B. $x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4 = -\frac{c}{a}$
 C. $x_1x_2x_3x_4 = \frac{e}{a}$ D. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = \frac{d}{a}$

10. z_1, z_2, z_3 为复数， $z_1 \neq 0$ ，下列命题中的真命题有 ()

- A. 若 $|z_2| \leq |z_3|$ ，则 $z_2 = \pm z_3$ B. 若 $z_1z_2 = |z_1|^2$ ，则 $z_1 = z_2$
 C. 若 $z_1\overline{z_2} = z_1\overline{z_3}$ ，则 $\overline{z_2} = \overline{z_3}$ D. 若 $\overline{z_2} = \overline{z_3}$ ，则 $|z_1z_2| = |z_1z_3|$

11. 点 O, H 分别是 $\triangle ABC$ 的外心、垂心，则下列选项正确的是 ()

A. P 为 $\triangle ABC$ 平面内一点，则 $S_{\triangle PBC} \cdot PA + S_{\triangle PAC} \cdot PB + S_{\triangle PAB} \cdot PC = 0$

B. 若 $2\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ ，且 $AB = 2$ ，则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 4$

C. 若 $\angle ZB = \frac{\pi}{3}$ ， $\overrightarrow{OB} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OC}$ ，则 $m + n$ 的取值范围为 $[-2, 1]$

D. 若 $2\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 4\overrightarrow{HC} = \vec{0}$ ，则 $\cos \angle BHC = -\frac{\sqrt{10}}{5}$

12. 已知函数 $f(x) = 2 \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) + 2 \cos\left|\frac{x}{3}\right|$, 则下列说法正确的是 ()

A. 直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 为函数 $f(x)$ 图象的一条对称轴

B. 函数 $f(x)$ 的最小值为 1

C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{11\pi}{4}, \frac{13\pi}{4}\right]$ 上单调递增

D. $f(x) > 3$ 的解集为 $[3k\pi, 3k\pi + \pi], k \in \mathbb{Z}$

三、填空题(本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 平面向量 $\vec{AB} = (x, y)$, 把 \vec{AB} 绕其起点沿逆时针方向旋转 θ 角得到向量 $A\vec{P}$, 则 $A\vec{P} =$ _____。

14 已知 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = \sqrt{2}$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$, 若 $\vec{a} + t\vec{b}$ 与 $t\vec{a} + \vec{b}$ 的夹角为锐角 , 则实数 t 的取值范围 _____。

15. 已知 $\theta \in [0, 2\pi)$, θ 终边上有一点 $P(\sin 2 + \cos 2, \cos 2 - \sin 2)$, 则 $\theta =$ _____。

16. 设 $a \in \mathbb{R}$, 函数 $f(x) = \begin{cases} \sin 2\pi x, & x < 0 \\ |x - 4x + 7 - 4a|, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(x)$ 在区间 $(-a, +\infty)$ 内恰有 4 个零点 , 则

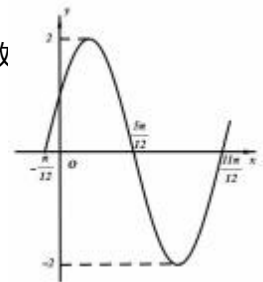
a 的取值范围是 _____。

四、解答题(本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本题满分 10 分) 函数 $y = A\sin(\omega x + \psi)$ ($A > 0, |\psi| < \frac{\pi}{2}$) 的一段图像如图所示 ,

(1) 求函数 $y = f(x)$ 的解析式 ;

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图像向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位 , 得到 $y = g(x)$ 图像 , 求函数 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 值域.



18. (本题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中 , 内角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a \cos A + a \cos(B - C) = 2\sqrt{3} b \cos(\pi - A) \sin C$

(1) 求角 A 的大小 ;

- 1 -

(2) 若点 M 为 BC 的中点, 点 N 满足 $AN = \frac{1}{3}AC$, $AB = 2$, $AC = 6$, 点 P 为 AM 与 BN 的交点, 求 $\angle MPN$ 的余弦值.

19. (本题满分 12 分) 某企业为响应国家号召, 研发出一款特殊产品, 计划生产投入市场. 已知该产品的固定研发成本为 180 万元, 此外, 每生产一台该产品需另投入 450 元. 设该企业一年内生产该产品 x ($0 < x < 50$) 万台并委托一家销售公司全部售完. 根据销售合同, $0 < x < 2$ 时, 销售公司按零售价支付货款给企业; $2 < x < 50$ 时, 销售公司按批发价支付货款给企业. 已知每万台产品的销售收入为 $I(x)$ 万元, 满足:

$$I(x) = \begin{cases} \frac{2(x-1)e^{x-2}}{30} + 2, & 0 < x < 2 \\ 440 + \frac{1}{x} - x^2, & 2 < x < 50 \end{cases}$$

(1) 写出年利润 $P(x)$ (单位: 万元) 关于年产量 x 的函数关系式;

(利润 = 销售收入 - 固定研发成本 - 产品生产成本)

(2) 当年产量为多少万台时, 该企业的获利最大? 并求出此时的最大利润.

20. (本题满分 12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , AD 为 $\angle BAC$ 的平分线,

$$c : AD : b = \sqrt{3} : 2 : 2\sqrt{3}$$

(1) 求 $\angle A$;

(2) AD 上有点 M , $\angle BMC = 90^\circ$, 求 $\tan \angle ABM$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/388035050124006051>