

26.3 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像（第 3 课时）（作业）

（夯实基础+能力提升）

【夯实基础】

一、单选题

1. （2020·上海·九年级阶段练习）抛物线 $y=3x^2-12x+17$ 的顶点坐标是（ ）

- A. $(-2, 5)$ B. $(-2, -5)$ C. $(2, -5)$ D. $(2, 5)$

【答案】D

【分析】将题目中的抛物线解析式化为顶点式即可得到该抛物线的顶点坐标，本题得以解决.

【详解】解： $\because$ 抛物线 $y=3x^2-12x+17=3(x-2)^2+5$,

$\therefore$ 该抛物线的顶点坐标为 $(2, 5)$,

故选：D.

【点睛】本题考查二次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答.

2. （2020·上海·九年级专题练习）如果将抛物线 $y=-x^2+4x+1$ 平移，使它与抛物线 $y=x^2+1$ 重合. 那么平移的方式可以是（ ）

- A. 向左平移 2 个单位，向上平移 4 个单位
B. 向左平移 2 个单位，向下平移 4 个单位
C. 向右平移 2 个单位，向上平移 4 个单位
D. 向右平移 2 个单位，向下平移 4 个单位

【答案】C

【分析】先将抛物线 $y=-x^2+4x+1$ 化为顶点式，再根据二次函数图象的平移规律“左加又减，上加下减”解答即可.

【详解】解：抛物线 $y=-x^2+4x+1=(x-2)^2-3$,

$\therefore$ 抛物线 $y=-x^2+4x+1$ 平移后与抛物线 $y=x^2+1$ 重合，

$\therefore$ 平移的方式是向右平移 2 个单位，向上平移 4 个单位，

故选：C.

【点睛】本题考查二次函数图象的平移，熟练掌握二次函数图象的平移规律是解答的关键.

二、填空题

3. (2021·上海·九年级专题练习) 抛物线 $y = -(x+1)^2 + 2$ 的顶点坐标是_____.

【答案】 $(-1, 2)$

【详解】∵ 抛物线 $y = -(x+1)^2 + 2$,

∴ 抛物线 $y = -(x+1)^2 + 2$ 的顶点坐标为: $(-1, 2)$,

故答案是: $(-1, 2)$.

4. (2022·上海市罗山中学九年级期中) 抛物线 $y = x^2 - x$ 的顶点坐标是_____.

【答案】 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$

【分析】直接利用配方法求出二次函数顶点式, 进而得出答案.

【详解】解: ∵ $y = x^2 - x = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4}$,

∴ 抛物线 $y = x^2 - x$ 的顶点坐标是 $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$.

故答案为: $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$.

【点睛】此题主要考查了二次函数的性质, 正确得出顶点式是解题关键.

5. (2022·上海·九年级单元测试) 如果抛物线 $y = 2x^2 - 4x + m$ 的顶点关于原点对称点的坐标是 $(-1, -3)$, 那么 m 的值是_____.

【答案】5

【分析】根据已知条件“抛物线 $y = 2x^2 - 4x + m$ 的顶点关于原点对称点的坐标是 $(-1, -3)$ ”求得顶点坐标是 $(1, 3)$; 然后由顶点坐标公式, 列出关于 m 的方程, 解方程即可求得 m 的值.

【详解】∵ 抛物线 $y = 2x^2 - 4x + m$ 的顶点关于原点对称点的坐标是 $(-1, -3)$,

∴ 抛物线 $y = 2x^2 - 4x + m$ 的顶点坐标是 $(1, 3)$,

$$\therefore 3 = \frac{4 \times 2m - (-4)^2}{4 \times 2},$$

解得, $m = 5$;

故答案为: 5.

【点睛】本题考查了二次函数的性质、关于原点对称的点的坐标. 在求二次函数图象的顶点坐标时, 要熟练掌握顶点坐标公式.

6. (2022·上海市罗星中学模拟预测) 如果抛物线 $y = x^2 + mx + 4$ 的顶点在 x 轴上, 那么常数 m 的值是_____.

【答案】 ± 4

【分析】把二次函数一般式转化为顶点式，求出其顶点坐标，再根据顶点在 x 轴上确定其纵坐标为 0，进而求出 m 的值.

$$\text{【详解】} \because y = x^2 + mx + 4 = \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 + 4 - \frac{m^2}{4},$$

$$\therefore \text{二次函数顶点坐标为} \left(-\frac{m}{2}, 4 - \frac{m^2}{4}\right).$$

$\because$ 顶点在 x 轴上,

$$\therefore 4 - \frac{m^2}{4} = 0,$$

$$\therefore m = \pm 4.$$

故答案为: ± 4 .

【点睛】本题考查二次函数的一般式转化为顶点式的方法和坐标轴上点的坐标特征, 熟练掌握以上知识点是解题关键.

7. (2022·上海·九年级单元测试) 如果抛物线 $y = x^2 + 2x + m - 1$ 的顶点在 x 轴上, 那么 m 的值是 _____.

【答案】2

【分析】把二次函数一般式转化为顶点式，求出其顶点坐标，再根据顶点在 x 轴上确定其纵坐标为 0，进而求出 m 的值.

$$\text{【详解】解: } \because y = x^2 + 2x + m - 1 = (x + 1)^2 + m - 2,$$

$$\therefore \text{二次函数顶点坐标为} (-1, m - 2).$$

$\because$ 顶点在 x 轴上,

$$\therefore m - 2 = 0,$$

$$\therefore m = 2.$$

故答案为: 2.

【点睛】本题考查二次函数的一般式转化为顶点式的方法和坐标轴上点的坐标特征, 熟练掌握以上知识点是解题关键.

8. (2020·上海市徐汇中学九年级期中) 抛物线 $y = 3x^2 - 12x + 17$ 的顶点坐标是 _____.

【答案】(2, 5)

【分析】把一般式化成顶点式即可求得顶点坐标.

【详解】解：∵ $y=3x^2-12x+17=3(x-2)^2+5$ ，

∴抛物线 $y=3x^2-12x+17$ 的顶点坐标为 $(2, 5)$ ，

故答案为 $(2, 5)$ 。

【点睛】本题考查了将二次函数一般式化简为顶点式，熟练掌握配方法是解本题的关键。

9. (2021·上海交通大学附属第二中学九年级阶段练习)将抛物线 $y=x^2-2x-1$ 向左平移2个单位后，所得新抛物线的顶点坐标是_____。

【答案】 $(-1, -2)$

【分析】根据题意可知本题考查的是二次函数图像平移解析式的知识点，将一般式的原方程化为顶点式，根据左加右减，上加下减来解答即可。

【详解】∵ $y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$ ，

向左平移2个单位后，所得新抛物线的解析式为 $y=(x+1)^2-2$ ，

∴所得新抛物线的顶点坐标是 $(-1, -2)$ ，

故答案为： $(-1, -2)$ 。

【点睛】本题主要考查的是二次函数一般式化为顶点式，函数图象的平移，掌握平移规律“左加右减，上加下减”是解题的关键。

10. (2021·上海浦东新·模拟预测)已知二次函数 $y=-x^2+4x$ 图象的最高点是_____。

【答案】 $(2, 4)$ 。

【分析】将 $y=-x^2+4x$ 化成 $y=a(x+b)^2+c$ ($a \neq 0$) 的形式，即可确定其顶点坐标。

【详解】由题意得， $y=-x^2+4x$

$$= -(x^2 - 4x + 4) + 4$$

$$= -(x - 2)^2 + 4,$$

二次函数图象的最高点的坐标为 $(2, 4)$ ，

故答案为： $(2, 4)$ 。

【点睛】本题考查了二次函数图像顶点的求法，解析式的变形是解答本题的关键。

11. (2021·上海·九年级期末)二次函数 $y=2x^2+4x$ 图像的顶点坐标为_____。

【答案】 $(-1, -2)$

【分析】先将二次函数 $y=2x^2+4x$ 化成顶点式，然后直接写出顶点坐标即可。

【详解】解： $\because y = 2x^2 + 4x = 2(x+1)^2 - 2$

$\therefore$ 此函数 $y = 2x^2 + 4x$ 图像的顶点坐标为 $(-1, -2)$.

故答案为 $(-1, -2)$.

【点睛】 本题考查了求二次函数的顶点坐标，将二次函数的一般式化成顶点式成为解答本题的关键.

12. （2021·上海·九年级专题练习）抛物线 $y = ax^2 + 4ax + 4a + 1$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标是_____.

【答案】 $(-2, 1)$

【分析】 将原函数解析式化为顶点式即可得出结论.

【详解】 $y = ax^2 + 4ax + 4a + 1$

$$= a(x^2 + 4x + 4) + 1$$

$$= a(x+2)^2 + 1$$

故答案为: $(-2, 1)$.

【点睛】 本题考查二次函数的顶点坐标，灵活将一般式化为顶点式是解题关键.

13. （2020·上海市静安区实验中学九年级课时练习）二次函数 $y = 3x^2 + 6x + 2$ 的开口_____, 对称轴是_____, 顶点是_____.

【答案】 向上 直线 $x=-1$ $(-1, -1)$

【分析】 把题目中给的二次函数的一般式化为顶点式，然后根据顶点式性质写出开口方向、对称轴和顶点坐标.

【详解】 解: $y = 3(x^2 + 2x) + 2 = 3(x+1)^2 - 1$,

$\because a > 0$, $\therefore$ 开口向上,

对称轴: 直线 $x = -1$,

顶点坐标: $(-1, -1)$.

故答案是: 向上; 直线 $x = -1$; $(-1, -1)$.

【点睛】 本题考查二次函数的图象和性质，解题的关键是化一般式为顶点式，然后写出函数的性质.

三、解答题

14. （2020·上海·九年级专题练习）已知抛物线 $y = 2x^2 - 4x - 6$.

(1) 请用配方法求出顶点的坐标;

(2) 如果该抛物线沿 x 轴向左平移 $m(m > 0)$ 个单位后经过原点, 求 m 的值.

【答案】 (1) $(1, -8)$; (2) $m = 3$.

【分析】 (1) 用配方法把一般式化为顶点式, 根据二次函数的性质得到答案;

(2) 直接求出抛物线与 x 轴的交点, 进而得出平移规律.

【详解】 解: (1) $y = 2x^2 - 4x - 6$

$$= 2(x^2 - 2x) - 6$$

$$= 2(x-1)^2 - 8,$$

故该抛物线的顶点坐标为: $(1, -8)$;

$$(2) \text{ 当 } y = 0 \text{ 时, } 0 = 2(x-1)^2 - 8,$$

$$\text{解得: } x_1 = -1, x_2 = 3,$$

即图象与 x 轴的交点坐标为: $(-1, 0)$, $(3, 0)$,

故该抛物线沿 x 轴向左平移 3 个单位后经过原点,

即 $m = 3$.

故答案为 (1) $(1, -8)$; (2) $m = 3$.

【点睛】 本题考查二次函数图象与几何变换, 正确得出顶点坐标是解题关键.

15. (2020·上海市曹杨二中附属江桥实验中学九年级期中) 用配方法把二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5$ 化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 再指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标.

【答案】 抛物线的开口向上, 对称轴是直线 $x = 4$, 顶点坐标是 $(4, -3)$.

【分析】 用配方法把一般式化为顶点式, 根据二次函数的性质解答即可.

$$\text{【详解】解: } \because y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 3,$$

$\therefore$ 抛物线的开口向上, 对称轴是直线 $x = 4$, 顶点坐标是 $(4, -3)$.

【点睛】 本题考查的是二次函数的三种形式, 正确利用配方法把一般式化为顶点式是解题的关键.

16. (2021·上海·位育中学九年级阶段练习) 用配方法将二次函数 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 并指出该函数图像的开口方向、顶点坐标和对称轴.

【答案】 $y = -2(x-1)^2 + 1$, 开口向下, 顶点 $(1, 1)$, 对称轴: 直线 $x = 1$.

【分析】先利用配方法直接把二次函数化成顶点式，再利用 a 的正负判断开口方向，通过二次函数顶点式的性质，求出顶点坐标和对称轴即可.

【详解】解：利用配方法可得： $y = -2x^2 + 4x - 1 = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 1 = -2(x - 1)^2 + 1$

$\because a = -2 < 0$

$\therefore$ 函数开口方向向下.

$\because y = -2(x - 1)^2 + 1$

$\therefore$ 由二次函数顶点式的性质可知：顶点坐标为 $(1, 1)$ ，其对称轴为直线 $x = 1$.

【点睛】本题主要是考察了利用配方法把二次函数一般式化为顶点式，通过顶点式求出相应的顶点坐标和对称轴，因此熟练掌握配方法和顶点式的相关性质，是解决本题的关键.

17. (2021·上海浦东新·九年级期末) 已知抛物线 $y = x^2 + 2x + m - 3$ 的顶点在第二象限，求 m 的取值范围.

【答案】 $m > 1$

【分析】先利用配方法得到抛物线的顶点坐标为 $(-1, m-1)$ ，再利用第二象限点的坐标特征得到 $m-1 > 0$ ，然后解不等式即可.

【详解】解： $\because y = x^2 + 2x + m = (x+1)^2 + m-1$,

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(-1, m-1)$,

$\because$ 抛物线 $y = x^2 + 2x + m$ 顶点在第二象限，

$\therefore m-1 > 0$,

$\therefore m > 1$.

故答案为 $m > 1$.

【点睛】本题考查了配方法，以及二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ (a, b, c 为常数, $a \neq 0$) 的性质，熟练掌握二次函数 $y = a(x-h)^2 + k$ 的性质是解答本题的关键. $y = a(x-h)^2 + k$ 是抛物线的顶点式， a 决定抛物线的形状和开口方向，其顶点是 (h, k) ，对称轴是 $x = h$.

18. (2021·上海松江·一模) 用配方法把二次函数 $y = 3x^2 - 6x + 5$ 化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，并指出这个函数图像的开口方向、对称轴和顶点坐标.

【答案】化为 $y = 3(x-1)^2 + 2$ ，开口方向：向上；对称轴：直线 $x = 1$ ；顶点坐标： $P(1, 2)$

【分析】先利用配方法把一般式化成顶点式，再利用二次函数的性质得到图像的开口方向、对称轴和顶点坐标.

【详解】解： $y = 3x^2 - 6x + 5 = 3(x^2 - 2x + 1) + 2 = 3(x-1)^2 + 2$ ， $\therefore$ 抛物线开口向上，对称轴为直线 $x = 1$ ，顶点 P

(1, 2) .

【点睛】 本题考查的是二次函数三种形式的转化、二次函数的性质，掌握配方法、二次函数的性质是解题的关键.

19. (2020·上海市静安区实验中学九年级课时练习) 用配方法将下列函数解析式改写成 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，并指出开口方向、顶点坐标和对称轴.

(1) $y = x^2 + 4x + 3$

(2) $y = -2x^2 - 3x - 4$

(3) $y = 2x^2 - 2x + 1$

(4) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$

【答案】 (1) $y = (x+2)^2 - 1$ ；开口向上；顶点 $(-2, -1)$ ；对称轴直线 $x = -2$ ； (2) $y = -2(x + \frac{3}{4})^2 - 2\frac{7}{8}$ ；开口向下；顶点 $(-\frac{3}{4}, -2\frac{7}{8})$ ；对称轴直线 $x = -\frac{3}{4}$ ； (3) $y = 2(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}$ ；开口向上；顶点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ；对称轴直线 $x = \frac{1}{2}$ ； (4) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ ；开口向下；顶点 $(2, 0)$ ；对称轴直线 $x = 2$

【分析】 (1) 根据配方法把二次函数的一般式化成顶点式，并根据二次函数的顶点式得到对称轴、顶点坐标，由 $a=1>0$ 得到开口方向；

(2) 根据配方法把二次函数的一般式化成顶点式，并根据二次函数的顶点式得到对称轴、顶点坐标，由 $a=-2<0$ 得到开口方向；

(3) 根据配方法把二次函数的一般式化成顶点式，并根据二次函数的顶点式得到对称轴、顶点坐标，由 $a=2>0$ 得到开口方向；

(4) 根据配方法把二次函数的一般式化成顶点式，并根据二次函数的顶点式得到对称轴、顶点坐标，由 $a=-\frac{1}{2}<0$ 得到开口方向；

【详解】 (1) $y = (x+2)^2 - 1$ ；开口向上；顶点 $(-2, -1)$ ；对称轴直线 $x = -2$

解析： $y = (x^2 + 4x) + 3$

$$= (x+2)^2 - 4 + 3$$

$$= (x+2)^2 - 1$$

(2) $y = -2(x + \frac{3}{4})^2 - 2\frac{7}{8}$ ；开口向下；顶点 $(-\frac{3}{4}, -2\frac{7}{8})$ ；对称轴直线 $x = -\frac{3}{4}$

解析： $y = -2(x^2 + \frac{3}{2}x) - 4$

$$= -2(x + \frac{3}{4})^2 + \frac{9}{8} - 4$$

$$= -2(x + \frac{3}{4})^2 - 2\frac{7}{8}$$

(3) $y = 2(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}$ ；开口向上；顶点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ；对称轴直线 $x = \frac{1}{2}$ ；

解析： $y = 2(x^2 - x) + 1$

$$= 2(x - \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} + 1$$

$$= 2(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{1}{2}$$

(4) $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2$ ；开口向下；顶点 $(2, 0)$ ；对称轴直线 $x = 2$ ；

解析： $y = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x) - 2$

$$= -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 2 - 2$$

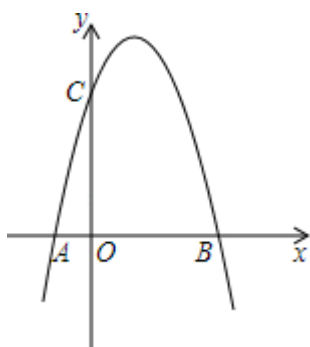
$$= -\frac{1}{2}(x - 2)^2.$$

【点睛】本题主要考查二次函数一般式化成顶点式，关键是根据配方法进行变换，然后根据顶点式及 a 来判断开口方向及对称轴、顶点坐标.

20. （2019·上海·崇明县大同中学九年级阶段练习）如图已知在直角坐标系中，一条抛物线与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于 C 点，其中 B $(3, 0)$ ，C $(0, 4)$ ，点 A 在 x 轴的负半轴上， $OC = 4OA$.

(1) 求点 A 坐标；

(2) 求这条抛物线的解析式，并求出它的顶点坐标.



【答案】(1) 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$ ；(2) $y = -\frac{4}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 4$ ，顶点坐标是 $(1, \frac{16}{3})$ 。

【分析】(1) 根据 B $(3, 0)$ ，C $(0, 4)$ ，点 A 在 x 轴的负半轴上， $OC = 4OA$ ，可以求得 OA 的长，从而可以得到点 A 的坐标；

(2) 根据点 A 和点 B 的坐标可以设出该抛物线的解析式, 然后根据抛物线经过点 C 可以求得该抛物线的解析式, 再将解析式化成顶点式可得抛物线的顶点坐标.

【详解】解: (1) $\because B(3, 0), C(0, 4)$, 点 A 在 x 轴的负半轴上, $OC=4OA$,

$$\therefore OC=4,$$

$$\therefore OA=1,$$

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$;

(2) 设这条抛物线的解析式为 $y=a(x+1)(x-3)$,

$\because$ 点 C $(0, 4)$ 在此抛物线上,

$$\therefore 4=a(0+1)(0-3),$$

$$\text{解得, } a=-\frac{4}{3},$$

$$\therefore y=-\frac{4}{3}(x+1)(x-3)=-\frac{4}{3}x^2+\frac{8}{3}x+4=-\frac{4}{3}(x-1)^2+\frac{16}{3},$$

$\therefore$ 该抛物线的顶点坐标为 $(1, \frac{16}{3})$,

即这条抛物线的解析式为 $y=-\frac{4}{3}x^2+\frac{8}{3}x+4$, 它的顶点坐标是 $(1, \frac{16}{3})$.

【点睛】本题考查抛物线与 x 轴的交点、二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质、待定系数法求二次函数解析式, 解答本题的关键是明确题意, 利用二次函数的性质解答.

21. (2020·上海·九年级专题练习) 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像经过点 A $(1, 0)$ 、B $(0, -5)$ 、C $(2, 3)$. 求这个二次函数的解析式, 并求出其图像的顶点坐标和对称轴.

【答案】 $y=-x^2+6x-5$, 函数图像的顶点坐标为 $(3, 4)$, 对称轴为直线 $x=3$.

【分析】(1) 分别把 A $(1, 0)$, B $(0, -5)$, C $(2, 3)$ 代入 $y=ax^2+bx+c$, 利用待定系数法可得 $a=1$, $b=6$, $c=-5$, 从而得出这个二次函数关系式; 然后将函数解析式化为顶点式, 即可得到答案.

【详解】解: 由这个函数的图像经过点 A $(1, 0)$ 、B $(0, -5)$ 、C $(2, 3)$, 得

$$\begin{cases} a+b+c=0, \\ c=-5, \\ 4a+2b+c=3. \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=-1, \\ b=6, \\ c=-5. \end{cases}$$

所以, 所求函数的解析式为 $y=-x^2+6x-5$.

$$y = -x^2 + 6x - 5 = -(x-3)^2 + 4.$$

所以，这个函数图像的顶点坐标为（3，4），

对称轴为直线 $x=3$ 。

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解。一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解。也考查了二次函数的性质。

【能力提升】

一、单选题

1. （2020·上海民办建平远翔学校九年级阶段练习）已知二次函数 $y = -2x^2 + 4x - 3$ ，如果 y 随 x 的增大而增大，那么 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \leq 1$ B. $x \leq 0$ C. $x \leq -1$ D. $x \leq -2$

【答案】A

【分析】把抛物线化为顶点式，可求得开口方向及对称轴，再利用增减性，可得到关于 x 的不等式，求解即可得到答案。

【详解】 $\because y = -2x^2 + 4x - 3 = -2(x-1)^2 - 1$

$\therefore$ 抛物线开口方向向下，对称轴为直线 $x=1$

$\therefore$ 当 $x \leq 1$ 时， y 随 x 的增大而增大。

故选：A。

【点睛】本题主要考查了二次函数的性质，掌握二次函数的一般式与顶点式之间的转化及增加性是解题的关键，即 $y = a(x-h)^2 + k$ 中，对称轴为 $x=h$ ，顶点坐标为 (h, k) 。

2. （2021·上海·九年级专题练习）用配方法将二次函数 $y = x^2 - 8x - 9$ 化为 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式为（ ）

- A. $y = (x-4)^2 + 7$ B. $y = (x+4)^2 + 7$ C. $y = (x-4)^2 - 25$ D. $y = (x+4)^2 - 25$

【答案】C

【分析】直接利用配方法进而将原式变形得出答案。

【详解】 $y = x^2 - 8x - 9$

$$= x^2 - 8x + 16 - 25$$

$$= (x-4)^2 - 25.$$

故选 C。

【点睛】此题主要考查了二次函数的三种形式，正确配方是解题关键.

二、填空题

3. (2021·上海宝山·九年级期中) 已知点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B\left(-\frac{2}{3}, y_2\right)$ 都在二次函数 $y = ax^2 - 2ax + m (a > 0)$ 的图像上, 那么 $y_1 - y_2$ _____ 0. (结果用 $>, <, =$ 表示)

【答案】>

【分析】解法一: 将点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B\left(-\frac{2}{3}, y_2\right)$ 代入二次函数 $y = ax^2 - 2ax + m (a > 0)$, 进而可得结果. 解法二: 把二次函数化为顶点式, 利用二次函数的性质即可求解.

【详解】解法一: $\because$ 点 $A(-3, y_1)$ 和点 $B\left(-\frac{2}{3}, y_2\right)$ 都在二次函数 $y = ax^2 - 2ax + m (a > 0)$ 的图象上,

$$\therefore y_1 = 9a + 6a + m = 15a + m, \quad y_2 = \frac{4}{9}a + \frac{4}{3}a + m = \frac{16}{9}a + m,$$

$$\therefore y_1 - y_2 = 15a + m - \frac{16}{9}a - m = \frac{119}{9}a,$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore \frac{119}{9}a > 0,$$

$$\therefore y_1 - y_2 > 0.$$

故答案为: >.

$$\text{解法二: } y = ax^2 - 2ax + m = a(x-1)^2 - a + m,$$

$$\because a > 0,$$

$\therefore$ 当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而减小,

$$\because -3 < -\frac{2}{3} < 1,$$

$$\therefore y_1 > y_2,$$

$$\text{故 } y_1 - y_2 > 0,$$

故答案为: >

【点睛】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征: 二次函数图象上点的坐标满足其解析式. 也考查了二次函数的性质. 解决本题的关键是掌握二次函数的性质.

4. (2022·上海松江·九年级期末) 一位运动员投掷铅球, 如果铅球运行时离地面高度为 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$, 那么铅球运动过程中最高点离地面的距离为 _____ m.

【答案】 $\frac{16}{9}$

【详解】由题意可得： $y = -x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3} = -(x^2 - \frac{2}{3}x) + \frac{5}{3} = -(x - \frac{1}{3})^2 + \frac{16}{9}$ ，

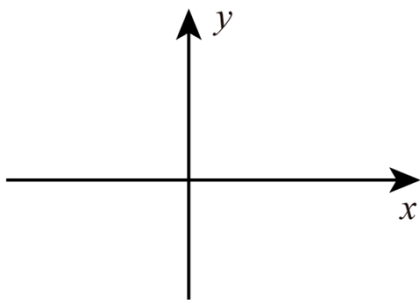
故铅球运动过程中最高点离地面的距离为： $\frac{16}{9}\text{m}$ 。

故答案为 $\frac{16}{9}$ 。

点睛：此题主要考查了二次函数的应用，正确利用配方法求出最值是解题的关键。

三、解答题

5. （2022·上海长宁·二模）已知二次函数 $y = -x^2 + 6x - 5$ 的图象交 x 轴于 A 、 B 两点，点 A 在 B 左边，交 y 轴于点 C 。



(1)将函数 $y = -x^2 + 6x - 5$ 的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，并指出该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标；

(2)点 D 在该抛物线上，它是点 C 关于抛物线对称轴的对称点，求 $\triangle ABD$ 的面积。

【答案】(1)该函数图象的开口向下，对称轴为 $x = 3$ ，顶点坐标为 $(3, 4)$

(2)10

【分析】(1)将抛物线化为顶点式，进而根据顶点式可得该函数图象的开口方向、对称轴和顶点坐标；

(2)根据题意求得点 D 的坐标，根据 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}AB \cdot |y_D|$ 即可求解。

(1)

解： $\because y = -x^2 + 6x - 5 = -(x-3)^2 + 4$ ， $a = -1 < 0$ ，

$\therefore$ 该函数图象的开口向下，对称轴为 $x = 3$ ，顶点坐标为 $(3, 4)$ ；

(2)

由 $y = -x^2 + 6x - 5$, 令 $y = 0$,

即 $-x^2 + 6x - 5 = 0$,

解得 $x_1 = 1, x_2 = 5$,

$\therefore A(1, 0), B(5, 0)$,

$\therefore AB = 5 - 1 = 4$,

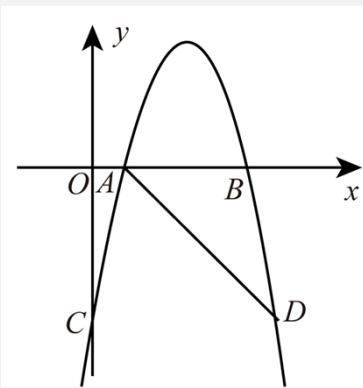
令 $x = 0$, 则 $y = -5$,

即 $C(0, -5)$,

$\therefore$ 点 D 在该抛物线上, 它是点 C 关于抛物线对称轴的对称点, 对称轴为 $x = 3$,

$\therefore D(6, -5)$,

$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot |y_D| = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$.



【点睛】本题考查了抛物线的图象的性质, 化为顶点式, 求抛物线与坐标轴的交点, 数形结合是解题的关键.

6. (2022·上海嘉定·九年级期末) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(3, -2)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(0, 1)$.

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 用配方法求出这个二次函数图像的顶点坐标.

【答案】(1) $y = x^2 - 4x + 1$

(2) $(2, -3)$

【分析】(1) 将点 $A(3, -2)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(0, 1)$ 代入二次函数的解析式 $y = ax^2 + bx + c$, 利用待定系数法求

得这个二次函数的解析式；

(2) 利用 (1) 的结果，将二次函数的解析式转化为顶点式，然后根据解析式求这个二次函数的顶点坐标.

(1)

解：由题意，得
$$\begin{cases} 9a+3b+c=-2, \\ 4a+2b+c=-3, \\ c=1 \end{cases}$$

解这个方程组，得 $a=1$ ， $b=-4$

所以，这个二次函数的解析式是 $y=x^2-4x+1$.

(2)

解： $y=x^2-4x+1=x^2-4x+4-4+1=(x-2)^2-3$

所以，这个二次函数图像的顶点坐标为 $(2, -3)$

【点睛】 本题考查了待定系数法求二次函数的解析式、二次函数的三种形式. 将二次函数的一般解析式转化为顶点式时，采用了“配方法”.

7. (2022·上海杨浦·九年级期末) 已知二次函数 $y=2x^2-4x+5$.

(1) 用配方法把二次函数 $y=2x^2-4x+5$ 化为 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式，并指出这个函数图像的开口方向、对称轴和顶点坐标；

(2) 如果将该函数图像沿 y 轴向下平移 5 个单位，所得新抛物线与 x 轴正半轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，顶点为 C ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

【答案】 (1) (1) 顶点式为 $y=2(x-1)^2+3$ ，图象开口向上，对称轴为直线 $x=1$ ，顶点坐标为 $(1, 3)$ ；

(2) 2

【分析】 (1) 根据二次函数的图象与性质解答即可；

(2) 根据二次函数图象平移规律“上加下减”求得新抛物线的解析式，求出 A 、 B 、 C 坐标即可求解.

(1)

解：(1) $y=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$ ，

$\therefore$ 该二次函数的顶点式为 $y=2(x-1)^2+3$ ，图象开口向上，对称轴为直线 $x=1$ ，顶点坐标为 $(1, 3)$ ；

(2)

解：平移后的新抛物线的解析式为 $y = 2(x-1)^2 + 3 - 5 = 2(x-1)^2 - 2$ ，

$\therefore C(1, -2)$ ，

当 $y=0$ 时，由 $2(x-1)^2 - 2 = 0$ 得： $x_1 = 0$ ， $x_2 = 2$ ，

$\therefore A(2, 0)$ ， $B(0, 0)$ ，即 $AB=2$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 。

【点睛】本题考查二次函数的图象与性质、二次函数图象的平移、坐标与图形、二次函数与坐标轴的交点问题，熟练掌握二次函数的图象与性质是解答的关键。

8. （2022·上海徐汇·九年级期末）二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的自变量 x 的取值与函数 y 的值列表如下：

x	...	-2	-1	0	...	2	3	4	...
$y = f(x)$	...	-5	0	3	...	3	0	-5	...

(1) 根据表中的信息求二次函数的解析式，并用配方法求出顶点的坐标；

(2) 请你写出两种平移的方法，使平移后二次函数图像的顶点落在直线 $y = x$ 上，并写出平移后二次函数的解析式。

【答案】(1) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ ；顶点坐标 $(1, 4)$

(2) 把抛物线 $f(x) = -(x-1)^2 + 4$ 向下平移 3 个单位长度，抛物线为： $f(x) = -(x-1)^2 + 1$ ，或把抛物线 $f(x) = -(x-1)^2 + 4$ 向右平移 3 个单位长度，抛物线为： $f(x) = -(x-4)^2 + 4$ 。

【分析】(1) 由二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 过 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ ，设抛物线的交点式为 $f(x) = a(x+1)(x-3)$ ，再把 $(0, 3)$ 代入抛物线的解析式求解 a 的值，再配方，求解顶点坐标即可；

(2) 平移后二次函数图像的顶点落在直线 $y = x$ 上，顶点的横坐标与纵坐标相等，由顶点坐标为： $(1, 4)$ ，再分两种情况讨论：当顶点坐标为： $(1, 1)$ 时，当顶点坐标为： $(4, 4)$ 时，再写出平移方式即可。

(1)

解： $\because$ 二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 过 $(-1, 0)$ ， $(3, 0)$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/388047122034006077>