

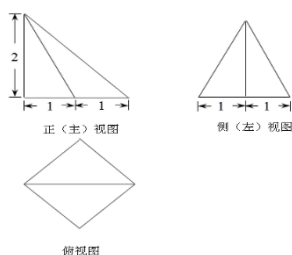
四川省泸州市合江天立学校 2024-2025 学年高三下学期周练数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 某四棱锥的三视图如图所示，该几何体的体积是（ ）



- A. 8 B. $\frac{8}{3}$ C. 4 D. $\frac{4}{3}$

2. 设 m, n 是空间两条不同的直线， α, β 是空间两个不同的平面，给出下列四个命题：

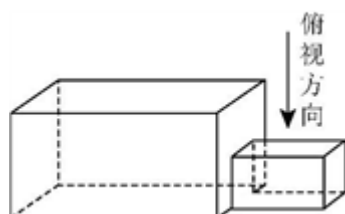
- ①若 $m \parallel \alpha, n \parallel \beta, \alpha \parallel \beta$ ，则 $m \parallel n$ ；
- ②若 $\alpha \perp \beta, m \perp \beta, m \not\subset \alpha$ ，则 $m \parallel \alpha$ ；
- ③若 $m \perp n, m \perp \alpha, \alpha \parallel \beta$ ，则 $n \parallel \beta$ ；
- ④若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, m \parallel \alpha, m \perp l$ ，则 $m \perp \beta$. 其中正确的是（ ）

- A. ①② B. ②③ C. ②④ D. ③④

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_2 = 2, S_6 = 21$ ，则 $a_5 =$

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

4. 中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来，构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头。若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是



- A. B. C.



5. 已知 $a = \sqrt[4]{6}$, $b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21}$, $c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9}$, 则 ()

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

6. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7 = 2a_6 + 3a_5$, 若存在两项 a_m, a_n , 使得 $a_m \cdot a_n = 9a_1^2$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{9}{n}$ 的最小值为 () .

- A. 16 B. $\frac{28}{3}$ C. 5 D. 4

7. 关于函数 $f(x) = \sin |x| + |\cos x|$ 有下述四个结论: ()

- ① $f(x)$ 是偶函数; ② $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 上是单调递增函数;
③ $f(x)$ 在 R 上的最大值为 2; ④ $f(x)$ 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上有 4 个零点.

其中所有正确结论的编号是 ()

- A. ①②④ B. ①③ C. ①④ D. ②④

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $C = 30^\circ$, $\cos A = -\frac{2}{3}$, $AC = \sqrt{15} - 2$, 则 AC 边上的高为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{2}$

9. 若 $a = \log_4 15.9$, $b = 2^{1.01}$, $c = 0.4^{0.1}$, 则 ()

- A. $c > a > b$ B. $a > b > c$
C. $b > a > c$ D. $a > c > b$

10. 定义在 R 上的偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = -\frac{1}{f(x)}$ ($f(x) \neq 0$), 且在区间 $(2017, 2018)$ 上单调递减, 已知 α, β

是锐角三角形的两个内角, 则 $f(\sin \beta), f(\cos \alpha)$ 的大小关系是 ()

- A. $f(\sin \beta) < f(\cos \alpha)$ B. $f(\sin \beta) > f(\cos \alpha)$
C. $f(\sin \beta) = f(\cos \alpha)$ D. 以上情况均有可能

11. 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 的直线与抛物线交于 A, B 两点, 且 $\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{FB}$, 抛物线的准线 l 与 x 轴交于 C , $\triangle ACF$ 的面积为 $8\sqrt{2}$, 则 $|AB| =$ ()

- A. 6 B. 9 C. $9\sqrt{2}$ D. $6\sqrt{2}$

12. 已知 A, B 是函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + a, & x \leq 0 \\ x \ln x - a, & x > 0 \end{cases}$ 图像上不同的两点, 若曲线 $y = f(x)$ 在点 A, B 处的切线重合, 则

实数 a 的最小值是 ()

- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \geq x \\ x + y \geq 6 \\ y \leq 6 \end{cases}$, 则 $z = -2x + y$ 的最小值为_____.

14. 已知随机变量 $X: N(4, \sigma^2)$, 且 $P(2 < X \leq 6) = 0.8$, 则 $P(X < 2) =$ _____

15. 已知 A, B, C, P 是同一球面上的四个点, 其中 $PA \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 是正三角形, $PA = AB = 3$, 则该球的表面积为_____.

16. 已知平行于 x 轴的直线 l 与双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两条渐近线分别交于 P, Q 两点, O 为坐标原

点, 若 $\triangle OPQ$ 为等边三角形, 则双曲线 C 的离心率为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知点 $B(0, -2)$ 和椭圆 $M: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$. 直线 $l: y = kx + 1$ 与椭圆 M 交于不同的两点 P, Q .

(1) 当 $k = \frac{1}{2}$ 时, 求 $\triangle PBQ$ 的面积;

(2) 设直线 PB 与椭圆 M 的另一个交点为 C , 当 C 为 PB 中点时, 求 k 的值.

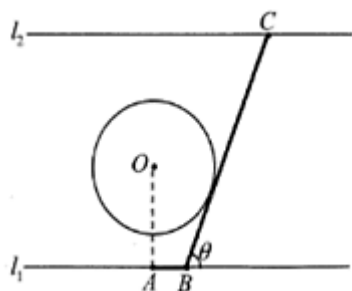
18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |2x + a| - |x - 3| (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a = -1$, 求不等式 $f(x) + 1 > 0$ 的解集;

(2) 已知 $a > 0$, 若 $f(x) + 3a > 2$ 对于任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

19. (12 分) 如图为某大江的一段支流, 岸线 l_1 与 l_2 近似满足 $l_1 \parallel l_2$, 宽度为 7km . 圆 O 为江中的一个半径为 2km 的小岛, 小镇 A 位于岸线 l_1 上, 且满足岸线 $l_1 \perp OA$, $OA = 3\text{km}$. 现计划建造一条自小镇 A 经小岛 O 至对岸 l_2 的水上通道 ABC (图中粗线部分折线段, B 在 A 右侧), 为保护小岛, BC 段设计成与圆 O 相切. 设

$$\angle ABC = \pi - \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right).$$



- (1) 试将通道 ABC 的长 L 表示成 θ 的函数，并指出定义域；
- (2) 若建造通道的费用是每公里 100 万元，则建造此通道最少需要多少万元？

20. (12 分) 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 + a_3 = 10$ ， $a_4 = 24$ 。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 求数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 。

21. (12 分) 某商场为改进服务质量，随机抽取了 200 名进场购物的顾客进行问卷调查。调查后，就顾客“购物体验”的满意度统计如下：

	满意	不满意
男	40	40
女	80	40

- (1) 是否有 97.5% 的把握认为顾客购物体验的满意度与性别有关？
- (2) 为答谢顾客，该商场对某款价格为 100 元/件的商品开展促销活动。据统计，在此期间顾客购买该商品的支付情况如下：

支付方式	现金支付	购物卡支付	APP 支付
频率	10%	30%	60%
优惠方式	按 9 折支付	按 8 折支付	其中有 1/3 的顾客按 4 折支付，1/2 的顾客按 6 折支付，1/6 的顾客按 8 折支付

将上述频率作为相应事件发生的概率，记某顾客购买一件该促销商品所支付的金额为 X ，求 X 的分布列和数学期望。

附表及公式：
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

$P(K^2 \leq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

22.（10 分）语音交互是人工智能的方向之一，现在市场上流行多种可实现语音交互的智能音箱.主要代表有小米公司的“小爱同学”智能音箱和阿里巴巴的“天猫精灵”智能音箱，它们可以通过语音交互满足人们的部分需求.某经销商为了了解不同智能音箱与其购买者性别之间的关联程度，从某地区随机抽取了 100 名购买“小爱同学”和 100 名购买“天猫精灵”的人，具体数据如下：

	“小爱同学”智能音箱	“天猫精灵”智能音箱	合计
男	45	60	105
女	55	40	95
合计	100	100	200

- （1）若该地区共有 13000 人购买了“小爱同学”，有 12000 人购买了“天猫精灵”，试估计该地区购买“小爱同学”的女性比购买“天猫精灵”的女性多多少人？
- （2）根据列联表，能否有 95%的把握认为购买“小爱同学”、“天猫精灵”与性别有关？

附： $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$

$P(K^2 \geq k)$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

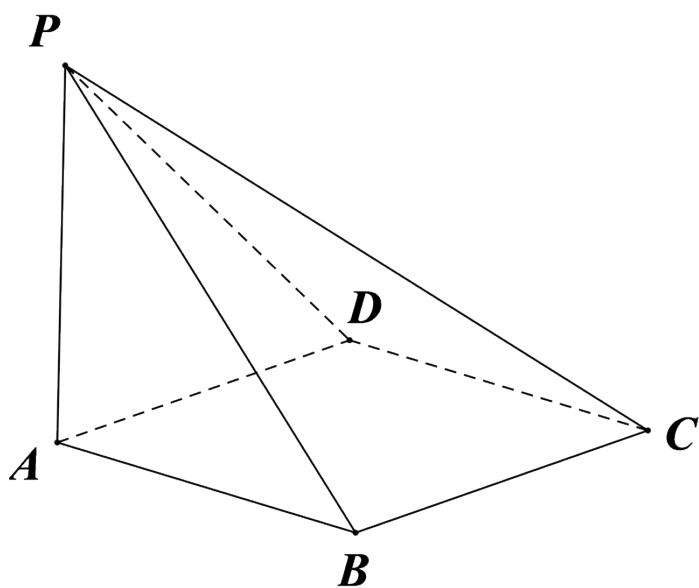
1. D

【解析】

根据三视图知，该几何体是一条垂直于底面的侧棱为 2 的四棱锥，画出图形，结合图形求出底面积代入体积公式求它的体积.

【详解】

根据三视图知，该几何体是侧棱 $PA \perp$ 底面 $ABCD$ 的四棱锥，如图所示：



结合图中数据知，该四棱锥底面为对角线为 2 的正方形，

高为 $PA=2$ ，

$$\therefore \text{四棱锥的体积为 } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2^2}{2} \cdot 2 = \frac{4}{3}.$$

故选：D.

本题考查由三视图求几何体体积，由三视图正确复原几何体是解题的关键，考查空间想象能力，属于中等题.

2. C

【解析】

根据线面平行或垂直的有关定理逐一判断即可.

【详解】

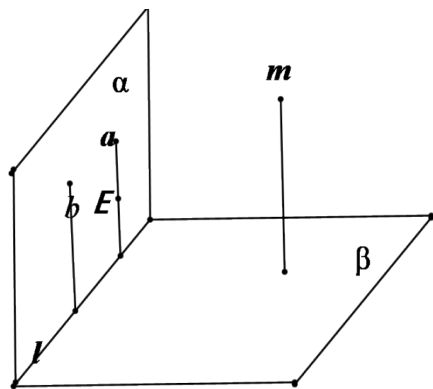
解：①： m 、 n 也可能相交或异面，故①错

②：因为 $\alpha \perp \beta$ ， $m \perp \beta$ ，所以 $m \subset \alpha$ 或 $m // \alpha$ ，

因为 $m \not\subset \alpha$ ，所以 $m // \alpha$ ，故②对

③： $n // \beta$ 或 $n \subset \beta$ ，故③错

④：如图



因为 $\alpha \perp \beta$ ， $\alpha \cap \beta = l$ ，在内 α 过点 E 作直线 l 的垂线 a ，

则直线 $a \perp \beta$ ， $a \perp l$

又因为 $m // \alpha$ ，设经过 m 和 α 相交的平面与 α 交于直线 b ，则 $m // b$

又 $m \perp l$ ，所以 $b \perp l$

因为 $a \perp l$ ， $b \perp l$ ， $b \subset \alpha$ ， $a \subset \alpha$

所以 $b // a // m$ ，所以 $m \perp \beta$ ，故④对.

故选：C

考查线面平行或垂直的判断，基础题.

3. C

【解析】

方法一：设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ，则 $\begin{cases} a_1 + d = 2 \\ 6a_1 + \frac{6 \times 5}{2} \times d = 21 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ d = 1 \end{cases}$ ，所以 $a_5 = 1 + (5-1) \times 1 = 5$. 故选 C.

方法二：因为 $S_6 = \frac{6(a_1 + a_6)}{2} = 3(a_2 + a_5)$ ，所以 $3(2 + a_5) = 21$ ，则 $a_5 = 5$. 故选 C.

4. A

【解析】

详解：由题意知，题干中所给的是榫头，是凸出的几何体，求得是卯眼的俯视图，卯眼是凹进去的，即俯视图中应有一不可见的长方形，

且俯视图应为对称图形

故俯视图为



故选 A.

点睛：本题主要考查空间几何体的三视图，考查学生的空间想象能力，属于基础题。

5. B

【解析】

先将三个数通过指数，对数运算变形 $a = \sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}} > 6^0 = 1$, $b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21} < \log_{\frac{5}{4}} 1 = 0$, $0 < c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9} < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$ 再判断.

【详解】

因为 $a = \sqrt[4]{6} = 6^{\frac{1}{4}} > 6^0 = 1$, $b = \log_{\frac{5}{4}} \frac{4}{21} < \log_{\frac{5}{4}} 1 = 0$, $0 < c = \left(\frac{1}{3}\right)^{2.9} < \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$,

所以 $a > c > b$,

故选：B.

本题主要考查指数、对数的大小比较，还考查推理论证能力以及化归与转化思想，属于中档题.

6. D

【解析】

由 $a_7 = 2a_6 + 3a_5$ ，可得 $q = 3$ ，由 $a_m \cdot a_n = 9a_1^2$ ，可得 $m + n = 4$ ，再利用“1”的妙用即可求出所求式子的最小值.

【详解】

设等比数列公比为 $q (q > 0)$ ，由已知， $a_5 q^2 = 2a_5 q + 3a_5$ ，即 $q^2 = 2q + 3$ ，

解得 $q = 3$ 或 $q = -1$ （舍），又 $a_m \cdot a_n = 9a_1^2$ ，所以 $a_1 3^{m-1} \cdot a_1 3^{n-1} = 9a_1^2$ ，

即 $3^{m+n-2} = 3^2$ ，故 $m + n = 4$ ，所以 $\frac{1}{m} + \frac{9}{n} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{m} + \frac{9}{n} \right) (m + n) = \frac{1}{4} \left(10 + \frac{n}{m} + \frac{9m}{n} \right)$

$\geq \frac{1}{4} (10 + 2\sqrt{9}) = 4$ ，当且仅当 $m = 1, n = 3$ 时，等号成立.

故选：D.

本题考查利用基本不等式求式子和的最小值问题，涉及到等比数列的知识，是一道中档题.

7. C

【解析】

根据函数 $f(x)$ 的奇偶性、单调性、最值和零点对四个结论逐一分析，由此得出正确结论的编号.

【详解】

$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$.

由于 $f(-x) = f(x)$ ，所以 $f(x)$ 为偶函数，故①正确.

由于 $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $f\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$, $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) < f\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ ，所以 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 上不是单调递增函数，所以②错误.

当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = \sin x + |\cos x| = \sin x \pm \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x \pm \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$ ，

且存在 $x = \frac{\pi}{4}$ ，使 $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} + \left|\cos \frac{\pi}{4}\right| = \sqrt{2}$.

所以当 $x \geq 0$ 时， $f(x) \leq \sqrt{2}$ ；

由于 $f(x)$ 为偶函数，所以 $x \in \mathbf{R}$ 时 $f(x) \leq \sqrt{2}$ ，

所以 $f(x)$ 的最大值为 $\sqrt{2}$ ，所以③错误.

依题意， $f(0) = \sin|0| + |\cos 0| = 1$ ，当 $0 < x \leq 2\pi$ 时，

$$f(x) = \begin{cases} \sin x + \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \text{ 或 } \frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi \\ \sin x - \cos x, & \frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \end{cases},$$

所以令 $\sin x + \cos x = 0$ ，解得 $x = \frac{7\pi}{4}$ ，令 $\sin x - \cos x = 0$ ，解得 $x = \frac{5\pi}{4}$. 所以在区间 $(0, 2\pi]$ ， $f(x)$ 有两个零点. 由

于 $f(x)$ 为偶函数，所以 $f(x)$ 在区间 $[-2\pi, 0)$ 有两个零点. 故 $f(x)$ 在区间 $[-2\pi, 2\pi]$ 上有 4 个零点. 所以④正确.

综上所述，正确的结论序号为①④.

故选：C

本小题主要考查三角函数的奇偶性、单调性、最值和零点，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题.

8. C

【解析】

结合正弦定理、三角形的内角和定理、两角和的正弦公式，求得 BC 边长，由此求得 AC 边上的高.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/388101115101006132>