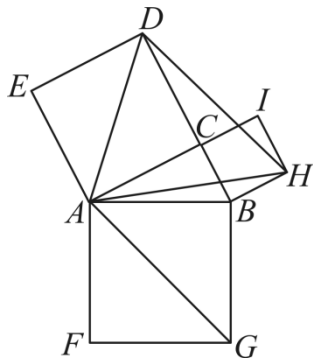


一、单选题(共 100 分)

1. (本题 5 分) (2023·浙江温州·校考二模) 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，以其三边为边向外作正方形，连接 AD ， AH ， AG ， DH ，若 $AH = AG = 10$ ，则 $S_{\triangle ADH}$ 的面积为 ()



A. 40

B. 45

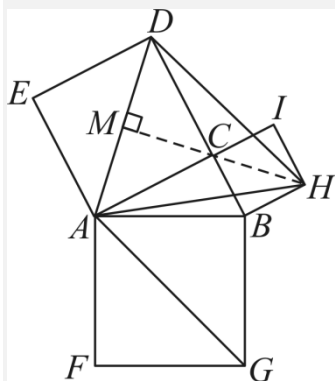
C. $20\sqrt{5}$

D. $10\sqrt{10}$

【答案】A

【分析】连接 HC 并延长交 AD 于点 M ，得出 $HM \perp AD$ ，设 $AB = c, AC = b, BC = a$ ，依题意 $c^2 = a^2 + b^2$ ，根据已知条件得出 $2ab + a^2 = 50$ ， $a^2 + b^2 = 50$ ，求得 $a = \sqrt{10}, b = 2\sqrt{10}$ ，进而求得 AD, MH ，根据三角形面积公式即可求解。

【详解】解：如图所示，



连接 HC 并延长交 AD 于点 M ，

$\because$ 四边形 $CIHB$ ， $ACDE$ 是正方形，且 A, C, I ； D, C, B 共线，

$\therefore \angle DCM = \angle BCH = \angle ACM = \angle ICH = 45^\circ$

$\therefore HM \perp AD$

设 $AB = c, AC = b, BC = a$ ，依题意 $c^2 = a^2 + b^2$

$\because AH = AG = 10$

$\therefore (\sqrt{2}AB)^2 = 2(a^2 + b^2) = 100$ ， $(a+b)^2 + a^2 = 100$

即 $a^2 + b^2 = 50$ ①， $2a^2 + 2ab + b^2 = 100$

$$\therefore 2ab + a^2 = 50 \text{ ②}$$

$$\text{由①②得 } b^2 = 2ab,$$

$$\therefore b \neq 0$$

$$\therefore b = 2a \text{ ③}$$

$$\text{将③代入①得 } a^2 + 4a^2 = 50$$

$$\text{解得: } a = \sqrt{10} \text{ (负值舍去), 则 } b = 2\sqrt{10}$$

$$\therefore AD = \sqrt{2}b = 4\sqrt{5}, \quad AH^2 = (AC + CI)^2 + IH^2 = (a + b)^2 + a^2$$

$$\therefore AM^2 = \left(\frac{1}{2}AD\right)^2 = \frac{1}{2}b^2$$

$$\therefore MH^2 = AH^2 - AM^2 = 10^2 - \frac{1}{2}b^2 = 100 - 20 = 80$$

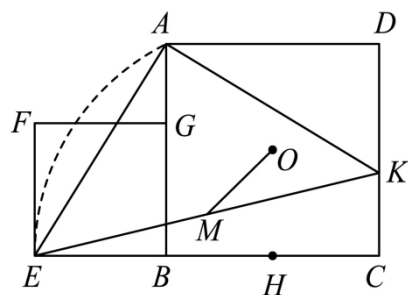
$$\therefore MH = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore S_{\triangle ADH} = \frac{1}{2}AD \times MH = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} = 40,$$

故选: A.

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，二次根式的性质化简，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

2. (本题 5 分) (2023·浙江温州·统考一模) 如图, 点 O 为正方形 $ABCD$ 的中心, 以 BC 的中点 H 为圆心, HA 为半径画弧交 CB 的延长线于点 E . 以 BE 为边向上作正方形 $BEFG$, 过点 A 作 $AK \perp AE$ 交 CD 于点 K , 取 EK 的中点 M , 连结 MO . 已知 $AD = 2\sqrt{5} + 2$, 则 OM 的长为 ()



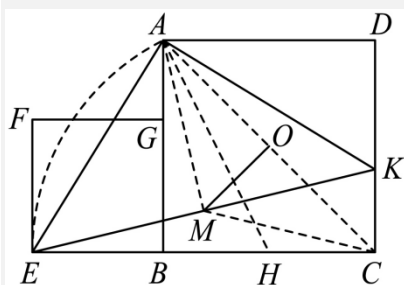
- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{10} + \sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. 3

【答案】A

【分析】连接 AC , AM , AH , CM , 证明 $\triangle EAB \cong \triangle KAD$, 推出 $AE = AK$, $BE = DK$, 利用勾股定理求得 AH 的长, 再先后得到 DK 、 CK 、 EK 的长, 利用直角三角形斜边中线的性质求得 $MA = MC = \frac{1}{2}EK = 2\sqrt{5} + \sqrt{5}$

，利用等腰三角形的判定和性质以及勾股定理即可求解。

【详解】解：连接 AC ， AM ， AH ， CM ，



∵点 O 为正方形 $ABCD$ 的中心，

∴点 O 在线段 AC 上，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $AB = AD$ ， $\angle BAD = \angle D = \angle ABE = 90^\circ$ ，

∵ $AK \perp AE$ ，即 $\angle EAK = \angle BAD = 90^\circ$ ，

∴ $\angle EAB = \angle KAD$ ，

∴ $\triangle EAB \cong \triangle KAD$ ，

∴ $AE = AK$ ， $BE = DK$ ，

∵ $AD = 2\sqrt{5} + 2$ ，点 H 为 BC 的中点，

∴ $AB = CD = BC = 2\sqrt{5} + 2$ ， $BH = \sqrt{5} + 1$ ，

∴ $AH = \sqrt{AB^2 + BH^2} = \sqrt{AB^2 + \left(\frac{1}{2}AB\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}AB = 5 + \sqrt{5}$ ，

∵ $HA = HE$ ，

∴ $DK = BE = HE - BH = 4$ ，

∴ $CK = CD - DK = 2\sqrt{5} + 2 - 4 = 2\sqrt{5} - 2$ ，

∴ $CE = BE + BC = 4 + 2\sqrt{5} + 2 = 2\sqrt{5} + 6$ ，

∴ $EK = \sqrt{CE^2 + CK^2} = \sqrt{(2\sqrt{5} + 6)^2 + (2\sqrt{5} - 2)^2} = 4\sqrt{5 + \sqrt{5}}$ ，

∵点 M 是 EK 的中点，且 $\angle EAK = \angle ECK = 90^\circ$ ，

∴ $MA = MC = \frac{1}{2}EK = 2\sqrt{5 + \sqrt{5}}$ ，

∵点 O 为 AC 的中点，且 $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2}BC = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{2}$ ，

∴ $OM \perp AC$ ， $OC = \frac{1}{2}AC = \sqrt{10} + \sqrt{2}$ ，

由勾股定理得 $OM^2 = CM^2 - OC^2$ ，即 $OM^2 = (2\sqrt{5 + \sqrt{5}})^2 - (\sqrt{10} + \sqrt{2})^2$ ，

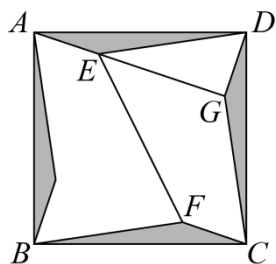
解得 $OM = 2\sqrt{2}$ (负值已舍),

故选: A.

【点睛】本题考查了正方形的性质, 勾股定理, 直角三角形斜边中线的性质, 等腰三角形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 二次根式的混合运算, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件.

3. (本题 5 分) (2023·浙江温州·统考一模) 将四个全等的三角形按如图所示的方式围成一个正方形 $ABCD$, 记 $\triangle AED$ 的面积为 S_1 , 四边形 $EFCG$ 的面积为 S_2 . 若 $EG \parallel CF$,

$EG = 3$, $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{6}$, 则图中阴影部分的面积为 ()



A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{3}{2}$

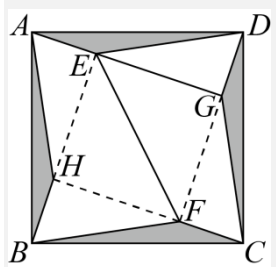
D. $\frac{9}{2}$

【答案】D

【分析】连接 GF 、 HF , HE , 可证四边形 $EGFH$ 是菱形, 可知 C, F, H 在同一直线上, 再证四边形 $EGFH$ 是正方形, 可知 D, G, F 在同一直线上, A, E, G 在同一直线上, B, H, E 在同一直线上, 设 $DG = CF = BH = AE = x$, 则 $S_1 = \frac{1}{2}x^2$,

$S_2 = \frac{9+3x}{2}$, 由 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{6}$, 求得 $x = \frac{3}{2}$, 再结合 $S_{\text{阴}} = 4S_1$ 即可求得结果.

【详解】解: 连接 GF 、 HF , HE ,



由题意可知: $DE = CG = BF = AH$, $DG = CF = BH = AE$, $\angle ADE = \angle DCG = \angle CBF = \angle BAH$,
 $\angle DAE = \angle CDG = \angle BCF = \angle ABH$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore \angle ADC = \angle DCB = \angle CBA = \angle BAD = 90^\circ$,

$\therefore \angle EDG = \angle GCF$,

$\therefore \triangle EDG \cong \triangle GCF$ (SAS),

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/388106021046006140>