

2023 年北京市中考数学真题

学校：_____ 姓名：_____ 班级：_____ 考号：_____

注意事项：

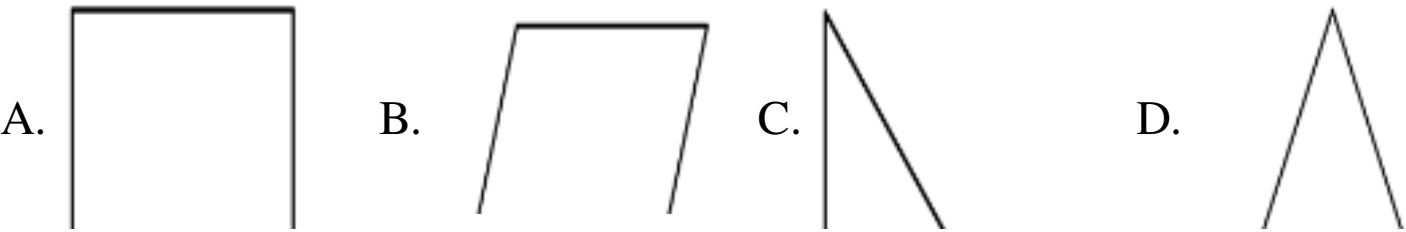
- 1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。
- 3. 考试结束后，本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（本大题共 8 小题，共 16.0 分。在每小题列出的选项中，选出符合题目的一项）

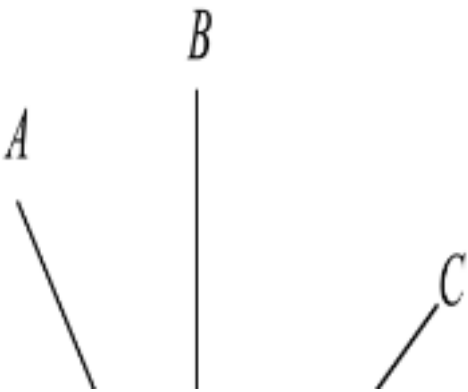
1. 截至2023年6月11日17时，全国冬小麦收获2.39亿亩，进度过七成半，将239000000用科学记数法表示应为（ ）

- A. 23.9×10^7
- B. 2.39×10^8
- C. 2.39×10^9
- D. 0.239×10^9

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



3. 如图， $\angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$ ， $\angle AOD = 126^\circ$ ，则 $\angle$ 的大小为（ ）



- A. 36°
- B. 44°
- C. 54°
- D. 63°

4. 已知 $-1 > 0$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A. $-1 < - < < 1$
- B. $- < -1 < 1 <$
- C. $- < -1 < < 1$
- D. $-1 < - < 1 <$

5. 若关于 的一元二次方程 $^2 - 3 + = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 的值为（ ）

- A. -9 B. $-\frac{9}{4}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 9

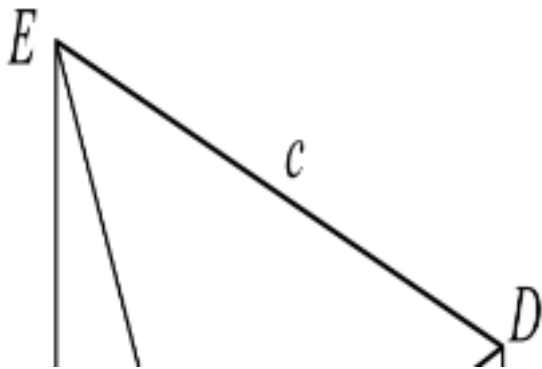
6. 十二边形的外角和为()

- A. 30° B. 150° C. 360° D. 1800°

7. 先后两次抛掷同一枚质地均匀的硬币，则第一次正面向上、第二次反面向上的概率是()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 如图，点 A 、 B 、 C 在同一条线上，点 D 在点 B 、 C 之间，点 E 、 F 在直线 AC 同侧， $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ， $\triangle EAB \cong \triangle FCD$ ，连接 ED ，设 $AB = a$ ， $BC = b$ ， $CD = c$ ，给出下面三个结论：① $a + c < b$ ；② $a + c > \sqrt{a^2 + b^2}$ ；③ $\sqrt{a^2 + b^2} + c > b$ ；



上述结论中，所有正确结论的序号是()

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

二、填空题（本大题共 8 小题，共 16.0 分）

9. 若代数式 $\frac{5}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式： $x^2 - 3x =$ _____.

11. 方程 $\frac{3}{x+1} = \frac{1}{2}$ 的解为_____.

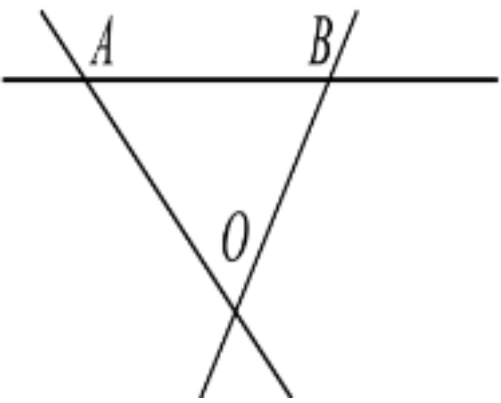
12. 在平面直角坐标系 xOy 中，若函数 $y = -\frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(-3, 2)$ 和 $(a, -2)$ ，则 a 的值为_____.

13. 某厂生产了1000只灯泡.为了解这1000只灯泡的使用寿命，从中随机抽取了50只灯泡进行检测，获得了它们的使用寿命(单位：小时)，数据整理如下：

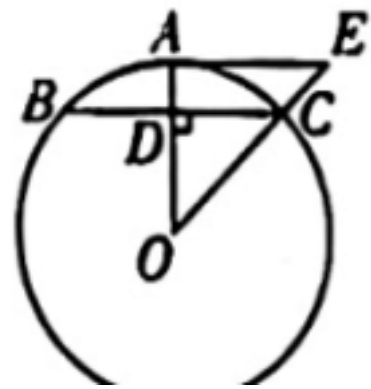
使用寿命	< 1000	$1000 \leq x < 1600$	$1600 \leq x < 2200$	$2200 \leq x < 2800$	≥ 2800
灯泡只数	5	10	12	17	6

根据以上数据，估计这1000只灯泡中使用寿命不小于2200小时的灯泡的数量为_____只.

14. 如图,直线 l_1, l_2 交于点 O , $l_1 \parallel l_2$. 若 $\angle A = 2^\circ$, $\angle B = 1^\circ$, $\angle C = 2^\circ$. 则 $\angle D$ 的值为_____.



15. 如图, OA 是 $\odot O$ 的半径, AB 是 $\odot O$ 的弦, $OC \perp AB$ 于点 D , CE 是 $\odot O$ 的切线, CE 交 OA 的延长线于点 E . 若 $\angle AOC = 45^\circ$, $OC = 2$, 则线段 CE 的长为_____.



16. 学校组织学生参加木艺艺术品加工劳动实践活动. 已知某木艺艺术品加工完成共需 10 道工序, 每道工序所需时间如下表所示:

①工序 1 须在工序 2 完成后进行, 工序 3 须在工序 1, 4 都完成后进行, 工序 4 须在工序 1, 2 都完成后进行;

②一道工序只能由一名学生完成, 此工序完成后该学生才能进行其他工序;

③各道工序所需时间如下表所示:

工序	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
所需时间/分钟	9	9	7	9	7	1	0	2		

在不考虑其他因素的前提下, 若由一名学生单独完成此木艺艺术品的加工, 则需要_____分钟;

若由两名学生合作完成此木艺艺术品的加工, 则最少需要_____分钟.

三、解答题 (本大题共 12 小题, 共 68.0 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

17. (本小题 5.0 分)

计算: $4\sin 60^\circ + (\frac{1}{3})^{-1} + |-2| - \sqrt{4}$.

18. (本小题 5.0 分)

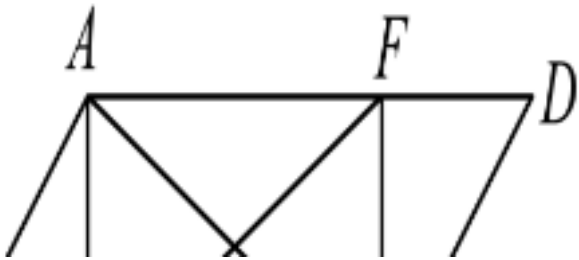
解不等式组： $\begin{cases} x > \frac{x+2}{3} \\ 5x-3 < 5+x \end{cases}$.

19. (本小题5.0分)

已知 $x^2 + 2x - 1 = 0$ ，求代数式 $\frac{2+4x}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x}$ 的值.

20. (本小题6.0分)

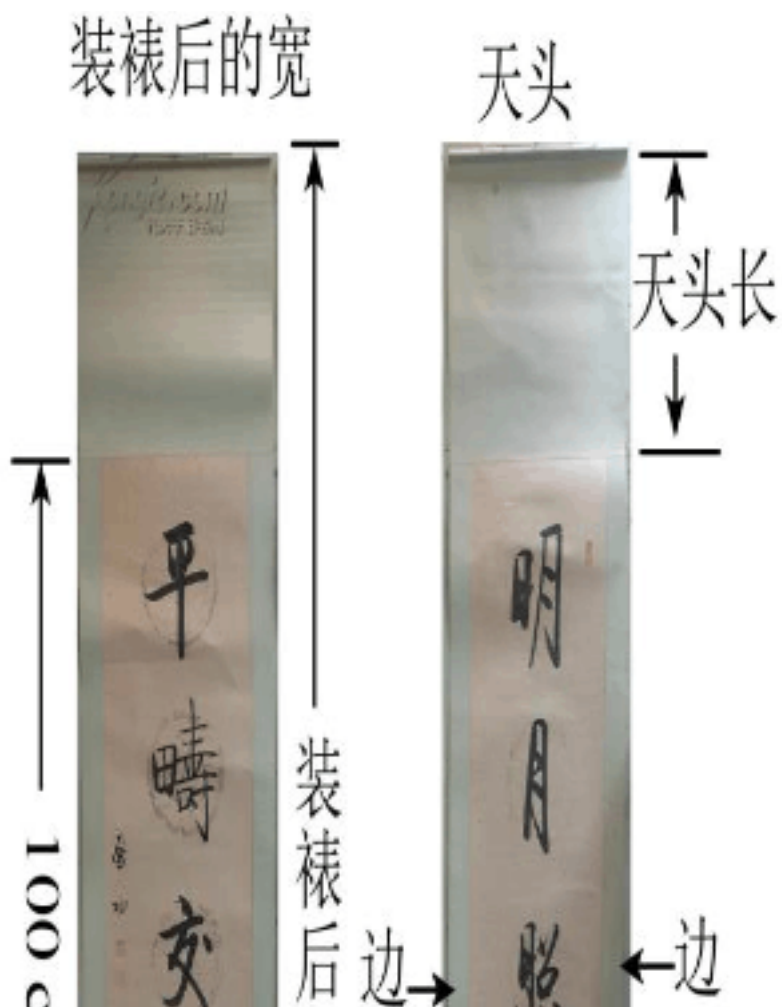
如图，在□ABCD中，点E，F分别在AD，BC上，AE=CF，AF=CE.



- 求证：四边形AECF是矩形；
- 若AE=2，CF=2， $\tan \angle ACB = \frac{1}{2}$ ，求AC的长.

21. (本小题6.0分)

对联是中华传统文化的瑰宝，对联装裱后，如图所示，上、下空白处分别称为天头和地头，左、右空白处统称为边．一般情况下，天头长与地头长的比是6:4，左、右边的宽相等，均为天头长与地头长的和的 $\frac{1}{10}$.某人要装裱一幅对联，对联的长为100 cm，宽为27 cm．若要求装裱后的长是装裱后的宽的4倍，求边的宽和天头长．(书法作品选自《启功法书》)



22. (本小题5.0分)

在平面直角坐标系 中，函数 $y = \frac{2}{3}x + b$ ($b \neq 0$) 的图象经过点(0,1) 和(1,2) ，与过点(0,4) 且平行于 y 轴的线交于点 A .

(1)求该函数的解析式及点 A 的坐标；

(2)当 $x < 3$ 时，对于 y 的每一个值，函数 $y = \frac{2}{3}x + b$ 的值大于函数 $y = \frac{2}{3}x + b$ ($b \neq 0$) 的值且小于4，直接写出 b 的值.

23. (本小题5.0分)

某校舞蹈队共16名学生，测量并获取了所有学生的身高(单位：) ， 数据整理如下：

． 16名学生的身高：

161, 162, 162, 164, 165, 165, 165, 166,

166, 167, 168, 168, 170, 172, 172, 175

． 16名学生的身高的平均数、中位数、众数：

平均数	中位数	众数
166.75		

(1)写出表中 a , b 的值；

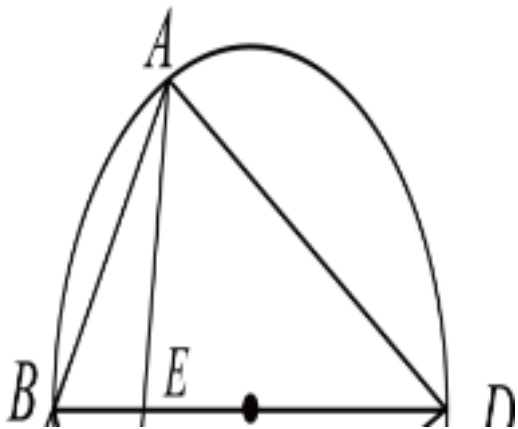
(2)对于不同组的学生，如果一组学生的身高的方差越小，则认为该组舞台呈现效果越好．据此推断：在下列两组学生中，舞台呈现效果更好的是_____ (填“甲组”或“乙组”)；

甲组学生的身高	162	165	165	166	166
乙组学生的身高	161	162	164	165	175

(3)该舞蹈队要选五名学生参加比赛．已确定三名学生参赛，他们的身高分别为168, 168, 172, 他们的身高的方差为 $\frac{32}{9}$.在选另外两名学生时，首先要求所选的两名学生与已确定的三名学生所组成的五名学生的身高的方差小于 $\frac{32}{9}$ ，其次要求所选的两名学生与已确定的三名学生所组成的五名学生的身高的平均数尽可能大，则选出的另外两名学生的身高分别为_____和_____.

24. (本小题6.0分)

如图，圆内接四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 E ， AC 平分 $\angle BCD$ ， $\angle BAC = \angle ADB$.



- (1)求证 AC 平分 $\angle BCD$ ，并求 $\angle ADB$ 的大小；
- (2)过点 E 作 $EF \parallel AB$ 交 BC 的延长线于点 F .若 $EF = 2$ ，求此圆半径的长.

25. (本小题5.0分)

某小组研究了清洗某种含污物品的节约用水策略．部分内容如下．

每次清洗1个单位质量的该种含污物品，清洗前的清洁度均为0.800要求清洗后的清洁度为0.990

方案一：采用一次清洗的方式．

结果：当用水量为19个单位质量时，清洗后测得的清洁度为0.990.

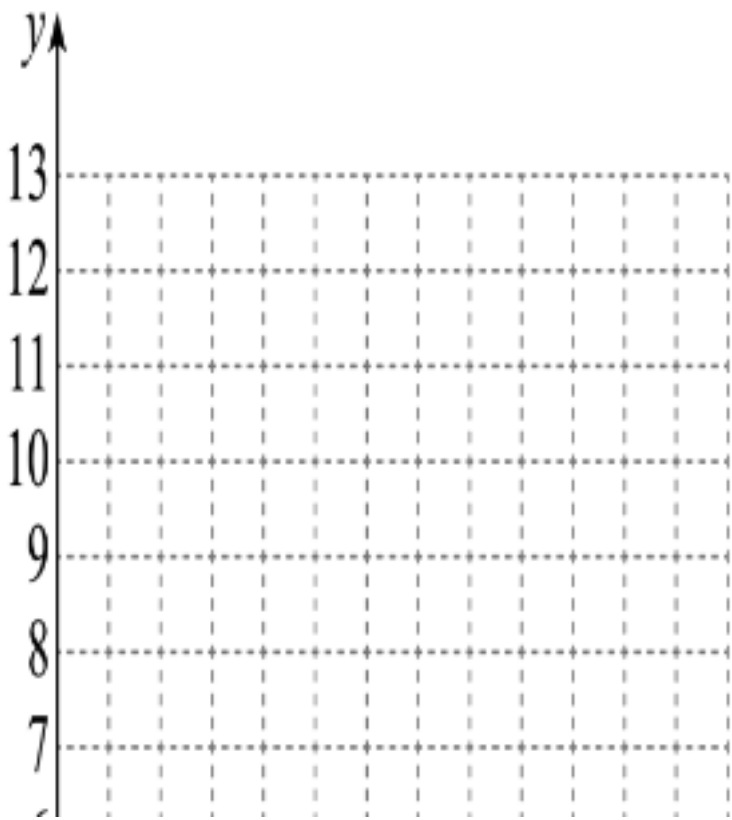
方案二：采用两次清洗的方式．

记第一次用水量为 x_1 个单位质量，第二次用水量为 x_2 个单位质量，总用水量为 $(x_1 + x_2)$ 个单位质量，两次清洗后测得的清洁度为 C .记录的部分实验数据如下：

x_1	11.0	9.0	9.0	7.0	5.5	4.5	3.5	3.0	3.0	2.0	1.0
x_2	0.8	1.0	1.3	1.9	2.6	3.2	4.3	4.0	5.0	7.1	11.5
$x_1 + x_2$	11.8	10.0	10.3	8.9	8.1	7.7	7.8	7.0	8.0	9.1	12.5
	0.990	0.989	0.990	0.990	0.990	0.990	0.990	0.988	0.990	0.990	0.990

对以上实验数据进行分析，补充完成以下内容.

- (I)选出 是0.990的所有数据组，并划“√”；
- (II)通过分析(I)中选出的数据，发现可以用函数刻画第一次用水量 x_1 和总用水量 $x_1 + x_2$ 之间的关系，在平面直角坐标系 中画出此函数的图象；



结果：结合实验数据，利用所画的函数图象可以推断，当第一次用水量约为_____个单位质量(精确到个位)时，总用水量最小.

根据以上实验数据和结果，解决下列问题：

- (1)当采用两次清洗的方式并使总用水量最小时，与采用一次清洗的方式相比、可节水约_____个单位质量(结果保留小数点后一位)；
- (2)当采用两次清洗的方式时，若第一次用水量为6个单位质量，总用水量为7.5个单位质量，则清洗后的清洁度 _____0.990(填“>”“=”或“<”).

26. (本小题6.0分)

在平面直角坐标系 中, $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)上任意两点，设抛物线的对称轴为 $x = h$.

- (1)若对于 $x_1 = 1, x_2 = 2$ 有 $y_1 = y_2$ ，求 a 的值；

(2)若对于 $0 < a_1 < 1$ ， $1 < a_2 < 2$ ，都有 $a_1 < a_2$ ，求 a 的取值范围.

27. (本小题7.0分)

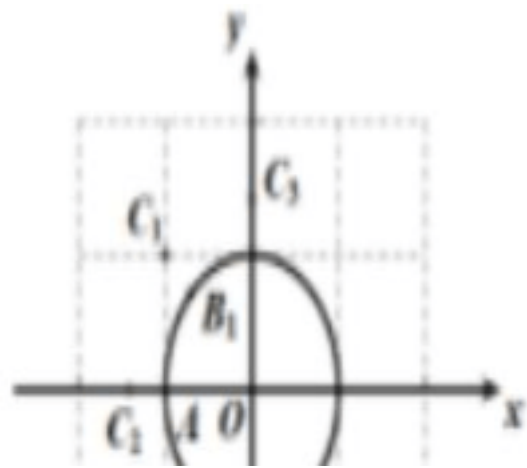
在 $\triangle ABC$ 中、 $\angle B = \angle C = \alpha(0^\circ < \alpha < 45^\circ)$ ， $AD \perp BC$ 于点 D ， E 是线段 AC 上的动点(不与点 A ， C 重合)，将线段 AE 绕点 A 顺时针旋转 2α 得到线段 AF .



- (1)如图1，当点 E 在线段 AC 上时，求证： F 是 BC 的中点；
- (2)如图2，若在线段 AC 上存在点 E (不与点 A ， C 重合)满足 $AE = EF$ ，连接 BF ， CF ，直接写出 $\angle AEF$ 的大小，并证明.

28. (本小题7.0分)

在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为1.对于 $\odot O$ 的弦 AB 和 $\odot O$ 外一点 P 给出如下定义：若直线 PA ， PB 中一条经过点 O ，另一条是 $\odot O$ 的切线，则称点 P 是弦 AB 的“关联点”.



- (1)如图，点 $A(-1,0)$ ， $B_1(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ， $B_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$
- ①在点 $C_1(-1,1)$ ， $C_2(-\sqrt{2})$ ， $C_3(0,\sqrt{2})$ 中，弦 AB_1 的“关联点”是_____.
- ②若点 P 是弦 AB_2 的“关联点”，直接写出 OP 的长；
- (2)已知点 $A(0,3)$ ， $B(\frac{6\sqrt{5}}{5}, 0)$.对于线段 AB 上一点 P ，存在 $\odot O$ 的弦 CD ，使得点 P 是弦 CD 的“关联点”，记 OP 的长为 r ，当点 P 在线段 AB 上运动时，直接写出 r 的取值范围.

答案和解析

1. 【答案】

【解析】

【分析】用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，且 n 比原来的整数位数少1，据此判断即可.

【详解】解： $239000000 = 2.39 \times 10^8$ ，

故选： .

【点睛】本题考查了科学记数法的表示方法，用科学记数法表示绝对值较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，且 n 比原来的整数位数少1，解题的关键是要正确确定 a 和 n 的值.

2. 【答案】

【解析】

【分析】根据轴对称图形，中心对称图形的定义进行判断即可.

【详解】解： 既是轴对称图形又是中心对称图形，故符合要求；

不是轴对称图形，是中心对称图形，故不符合要求；

是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合要求；

是轴对称图形，不是中心对称图形，故不符合要求；

故选： .

3. 【答案】

【解析】

【分析】由 $\angle AOC = \angle BOD = 90^\circ$ ， $\angle AOD = 126^\circ$ ，可求出 $\angle COD$ 的度数，再根据角与角之间的关系求解.

【详解】 $\because \angle AOC = 90^\circ$ ， $\angle AOD = 126^\circ$ ，

$\therefore \angle COD = \angle AOD - \angle AOC = 36^\circ$ ，

$\because \angle BOD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC = \angle BOD - \angle COD = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$.

故选： ．

4.【答案】

【解析】

【分析】由 $-1 > 0$ 可得 > 1 ，则 > 0 ，根据不等式的性质求解即可．

【详解】解： $-1 > 0$ 得 > 1 ，则 > 0 ，

$\therefore - < -1$ ，

$\therefore - < -1 < 1 <$ ，

故选： ．

5.【答案】

【解析】

【分析】根据一元二次方程有两个相等的实数根，可得 $= 0$ ，进而即可求解．

【详解】解： $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + = 0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4m = 0$ ．

解得： $= \frac{9}{4}$ ．

故选： ．

本题考查了一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$, b, c 为常数) 的根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ ，理解根的判别式对应的根的三种情况是解题的关键．当 > 0 时，方程有两个不相等的实数根；当 $= 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 < 0 时，方程没有实数根．

6.【答案】

【解析】

【分析】根据多边形的外角和为 360° 进行解答即可．

【详解】解： $\because$ 多边形的外角和为 360°

$\therefore$ 十二边形的外角和是 360° ．

故选： ．

7.【答案】

【解析】

【分析】整个实验分两步完成，每步有两个等可能结果，用列表法或树状图法解决.



如图，所有结果有4种，满足要求的结果有1种，故概率为 $\frac{1}{4}$.

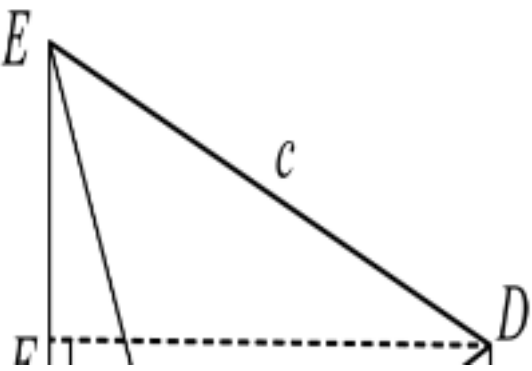
故选：

8.【答案】

【解析】

【分析】如图，过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E ，则四边形 $CEBD$ 是矩形，则 $CE = BD = 3$ ，由 $AC < AD$ ，可得 $CE + BE < CD$ ，进而可判断①的正误；由 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，可得 $BE = CD$ ， $AE = AD$ ， $\angle ABE = \angle ACD$ ，则 $\angle EBD = 90^\circ$ ， $\triangle EBD$ 是等腰直角三角形，由勾股定理得， $ED = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，由 $CE + BE > CD$ ，可得 $CE + BE > \sqrt{3^2 + 3^2}$ ，进而可判断②的正误；由勾股定理得 $AD^2 = AE^2 + ED^2$ ，即 $AD^2 = 2(3^2 + 3^2)$ ，则 $AD = \sqrt{2} \times \sqrt{3^2 + 3^2} < \sqrt{2} \times (3 + 3)$ ，进而可判断③的正误.

【详解】解：如图，过 C 作 $CE \perp AB$ 于 E ，则四边形 $CEBD$ 是矩形，



$\therefore CE = BD = 3$ ，

$\because AC < AD$ ，

$\therefore CE + BE < CD$ ，①正确，故符合要求；

$\because \triangle ABE \cong \triangle ACD$ ，

$\therefore BE = CD$ ， $AE = AD$ ， $\angle ABE = \angle ACD$ ，

$\therefore \angle CBD + \angle CDB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle CBD + \angle ABE = 90^\circ$ ， $\angle EBD = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle EBD$ 是等腰直角三角形，

由勾股定理得， $ED = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ ，

$$\therefore + > ,$$

$$\therefore + > \sqrt{^2 + ^2}, \text{ ②正确, 故符合要求;}$$

$$\text{由勾股定理得 } ^2 = ^2 + ^2, \text{ 即 } ^2 = 2(^2 + ^2),$$

$$\therefore = \sqrt{} \times \sqrt{^2 + ^2} < \sqrt{} +) , \text{ ③正确, 故符合要求;}$$

故选: .

9.【答案】 $\neq 2$

【解析】

【分析】根据分式有意义的条件列不等式求解即可.

【详解】解: 若代数式 $\frac{5}{-2}$ 有意义, 则 $-2 \neq 0$,

解得: $\neq 2$,

故答案为: $\neq 2$.

10.【答案】 $(+)(-)$

【解析】 【详解】原式提公因式得: $(^2 - ^2) = (+)(-)$.

11.【答案】 $= 1$

【解析】

【分析】方程两边同时乘 $2(5 + 1)$ 化为整式方程, 解整式方程即可, 最后要检验.

【详解】解: 方程两边同时乘 $2(5 + 1)$, 得 $6 = 5 + 1$,

解得: $= 1$,

经检验, $= 1$ 是原方程的解,

故答案为: $= 1$.

12.【答案】 3

【解析】

【分析】先把点 坐标代入求出反比例函数解析式, 再把点 代入即可求出 的值.

【详解】解: $\because$ 函数 $= -(\neq 0)$ 的图象经过点 $(-3, 2)$ 和 $(, -2)$

$\therefore$ 把点 $(-3, 2)$ 代入得 $= -3 \times 2 = -6$,

∴反比例函数解析式为 $y = \frac{-6}{x}$,

把点(, -2)代入得: $-2 = \frac{-6}{x}$,

解得: $x = 3$,

故答案为: 3.

13.【答案】460

【解析】

【分析】用1000乘抽查的灯泡中使用寿命不小于2200小时的灯泡所占的比例即可.

【详解】解: 估计这1000只灯泡中使用寿命不小于2200小时的灯泡的数量为 $1000 \times \frac{17+6}{50} = 460$ (只),

故答案为: 460.

14.【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】由平行线分线段成比例可得, $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{2}{1}$, $\frac{AC}{CF} = \frac{AD}{DF} = \frac{1}{2}$, 得出 $AC = 2CF$, $AD = 2DF$,

从而 $AF = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$.

【详解】∵ $AD \parallel BE \parallel CF$, $AB = 2$, $BC = 1$,

∴ $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} = \frac{2}{1}$,

∴ $DE = 2EF$,

∴ $\frac{AD}{DF} = \frac{BE}{EF} = \frac{1}{2}$,

∴ $AD = 2DF$,

∴ $AF = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$;

故答案为: $\frac{3}{2}$.

15.【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/388107073004006023>