

山西省朔州市怀仁第一中学 2024 年高三考前抢分 (三) 数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 抛掷一枚质地均匀的硬币, 每次正反面出现的概率相同, 连续抛掷 5 次, 至少连续出现 3 次正面朝上的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{5}{32}$ D. $\frac{3}{16}$

2. 已知命题 $p: \exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 > 0$, 那么 $\neg p$ 为 ()

- A. $\exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 \leq 0$ B. $\forall x > 2, x^3 - 8 \leq 0$
C. $\exists x_0 \leq 2, x_0^3 - 8 \leq 0$ D. $\forall x \leq 2, x^3 - 8 \leq 0$

3. 设某大学的女生体重 y (单位: kg) 与身高 x (单位: cm) 具有线性相关关系, 根据一组样本数据 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$), 用最小二乘法建立的回归方程为 $\hat{y} = 0.85x - 85.71$, 则下列结论中不正确的是

- A. y 与 x 具有正的线性相关关系
B. 回归直线过样本点的中心 (\bar{x}, \bar{y})
C. 若该大学某女生身高增加 1cm, 则其体重约增加 0.85kg
D. 若该大学某女生身高为 170cm, 则可断定其体重比为 58.79kg

4. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, 点 M 为棱 DD_1 的中点, 则平面 ACM 截该正方体的内切球所得截面面积为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. $\frac{4\pi}{3}$

5. 设 $0 < p < 1$, 随机变量 ξ 的分布列是

ξ	-1	0	1
P	$\frac{1}{3}(1-p)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}p$

则当 p 在 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 内增大时, ()

- A. $E(\xi)$ 减小, $D(\xi)$ 减小 B. $E(\xi)$ 减小, $D(\xi)$ 增大

12. 要得到函数 $y = \sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x$ 的图像, 只需把函数 $y = \sin 2x - \sqrt{3} \cos 2x$ 的图像 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位
 B. 向左平移 $\frac{7\pi}{12}$ 个单位
 C. 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位
 D. 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $\left(x^2 - \frac{\sqrt{3}}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项为_____.

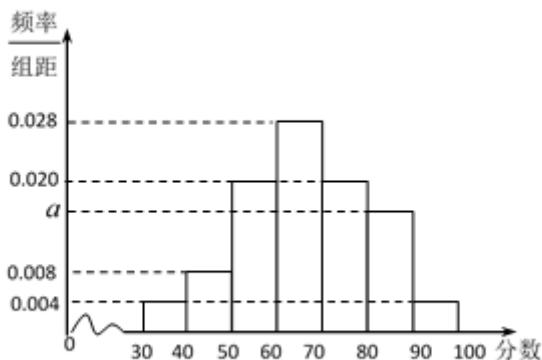
14. 已知向量 $\vec{a} = (1, 1)$, $|\vec{b}| = \sqrt{3}$, $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} = 2$, 则 $|\vec{a} - \vec{b}| =$ _____.

15. 已知 \vec{a} , \vec{b} , \vec{e} 是平面向量, \vec{e} 是单位向量. 若 $\vec{a} \cdot \vec{e} = 2$, $\vec{b} \cdot \vec{e} = 3$, 且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $|\vec{a} + \vec{b}|$ 的取值范围是_____.

16. 在四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABD$ 与 $\triangle BDC$ 都是边长为 2 的等边三角形, 且平面 $ABD \perp$ 平面 BDC , 则该四面体外接球的体积为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 改革开放 40 年, 我国经济取得飞速发展, 城市汽车保有量在不断增加, 人们的交通安全意识也需要不断加强. 为了解某城市不同性别驾驶员的交通安全意识, 某小组利用假期进行一次全市驾驶员交通安全意识调查. 随机抽取男女驾驶员各 50 人, 进行问卷测评, 所得分数的频率分布直方图如图所示. 规定得分在 80 分以上为交通安全意识强.



	安全意识强	安全意识不强	合计
男性			
女性			
合计			

(I) 求 a 的值, 并估计该城市驾驶员交通安全意识强的概率;

(II) 已知交通安全意识强的样本中男女比例为 4:1, 完成 2×2 列联表, 并判断有多大把握认为交通安全意识与性别有关;

(III) 在 (II) 的条件下, 从交通安全意识强的驾驶员中随机抽取 2 人, 求抽到的女性人数 X 的分布列及期望.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$

$P(K^2 \geq k)$	0.010	0.005	0.001
k	6.635	7.879	10.828

18. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{4}$, $\cos C = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

(1) 求 $\cos A$ 的值;

(2) 点 D 为边 BC 上的动点 (不与 C 点重合), 设 $AD = \lambda DC$, 求 λ 的取值范围.

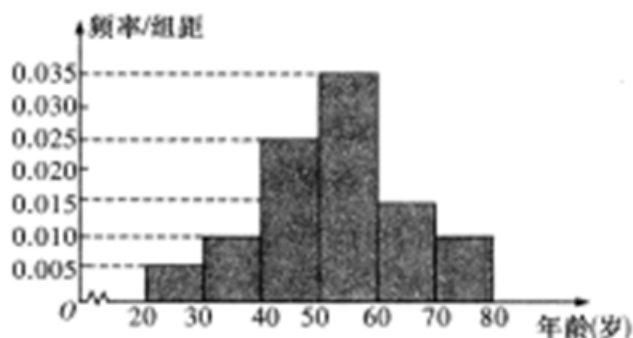
19. (12分) 已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{b}{ex}$ 的图象在 $x=1$ 处的切线方程是 $y = (1 - \frac{2}{e})x + \frac{4}{e} - 1$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 若函数 $g(x) = xf(x)$, 讨论 $g(x)$ 的单调性与极值;

(3) 证明: $f(x) > \frac{1}{e^x}$.

20. (12分) 2019 年是中华人民共和国成立 70 周年. 为了让人民了解建国 70 周年的风雨历程, 某地的民调机构随机选取了该地的 100 名市民进行调查, 将他们的年龄分成 6 段 $[20, 30)$, $[30, 40)$, ..., $[70, 80]$, 并绘制了如图所示的频率分布直方图.



(1) 现从年龄在 $[20, 30)$, $[30, 40)$, $[40, 50)$ 内的人员中按分层抽样的方法抽取 8 人, 再从这 8 人中随机选取 3 人进行座谈, 用 X 表示年龄在 $[30, 40)$ 内的人数, 求 X 的分布列和数学期望;

(2) 若用样本的频率代替概率, 用随机抽样的方法从该地抽取 20 名市民进行调查, 其中有 k 名市民的年龄在 $[30, 50)$ 的概率为 $P(X=k)$ ($k=0, 1, 2, \dots, 20$). 当 $P(X=k)$ 最大时, 求 k 的值.

21. (12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 5$, $a_{n+1} + 2 = 2a_n$.

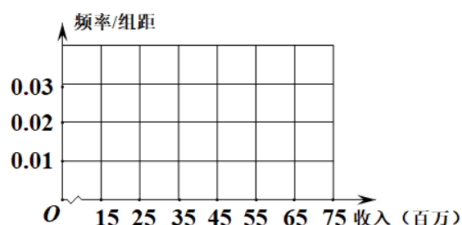
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = n(2a_n - 4)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (10 分) 某市调研机构对该市工薪阶层对“楼市限购令”态度进行调查, 抽调了 50 名市民, 他们月收入频数分布表和对“楼市限购令”赞成人数如下表:

月收入 (单位: 百元)	[15, 25)	[25, 35)	[35, 45)	[45, 55)	[55, 65)	[65, 75)
频数	5	c		10	5	5
频率	0.1	a	b	0.2	0.1	0.1
赞成人数	4	8	12	5	2	1

(1) 若所抽调的 50 名市民中, 收入在 $[35, 45)$ 的有 15 名, 求 a , b , c 的值, 并完成频率分布直方图.



(2) 若从收入 (单位: 百元) 在 $[55, 65)$ 的被调查者中随机选取 2 人进行追踪调查, 选中的 2 人中恰有 X 人赞成“楼市限购令”, 求 X 的分布列与数学期望.

(3) 从月收入频率分布表的 6 组市民中分别随机抽取 3 名市民, 恰有一组的 3 名市民都不赞成“楼市限购令”, 根据表格数据, 判断这 3 名市民来自哪组的可能性最大? 请直接写出你的判断结果.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

首先求出样本空间样本点为 $2^5 = 32$ 个，再利用分类计数原理求出三个正面向上为连续的 3 个“1”的样本点个数，再求出重复数量，可得事件的样本点数，根据古典概型的概率计算公式即可求解。

【详解】

样本空间样本点为 $2^5 = 32$ 个，

具体分析如下：

记正面向上为 1，反面向上为 0，三个正面向上为连续的 3 个“1”，

有以下 3 种位置 1__ __， __1__， __ __1。

剩下 2 个空位可是 0 或 1，这三种排列的所有可能分别都是 $2 \times 2 = 4$ ，

但合并计算时会有重复，重复数量为 $2 + 2 = 4$ ，

事件的样本点数为： $4 + 4 + 4 - 2 - 2 = 8$ 个。

故不同的样本点数为 8 个， $\frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ 。

故选：A

【点睛】

本题考查了分类计数原理与分步计数原理，古典概型的概率计算公式，属于基础题

2、B

【解析】

利用特称命题的否定分析解答得解。

【详解】

已知命题 $p: \exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 > 0$ ，那么 $\neg p$ 是 $\forall x > 2, x^3 - 8 \leq 0$ 。

故选：B。

【点睛】

本题主要考查特称命题的否定，意在考查学生对该知识的理解掌握水平，属于基础题。

3、D

【解析】

根据 y 与 x 的线性回归方程为 $y = 0.85x - 85.71$ ，则

$\hat{b} = 0.85 > 0$ ， y 与 x 具有正的线性相关关系，A 正确；

回归直线过样本点的中心 (\bar{x}, \bar{y}) ，B 正确；

该大学某女生身高增加 1cm，预测其体重约增加 0.85kg，C 正确；

该大学某女生身高为 170cm，预测其体重约为 $0.85 \times 170 - 85.71 = 58.79\text{kg}$ ，D 错误。

故选 D。

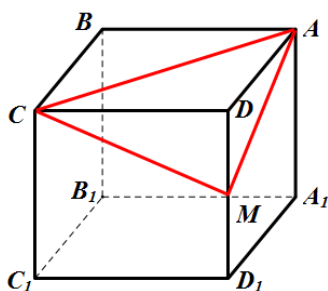
4、A

【解析】

根据球的特点可知截面是一个圆，根据等体积法计算出球心到平面 ACM 的距离，由此求解出截面圆的半径，从而截面面积可求。

【详解】

如图所示：



设内切球球心为 O ， O 到平面 ACM 的距离为 d ，截面圆的半径为 r ，

因为内切球的半径等于正方体棱长的一半，所以球的半径为 1，

又因为 $V_{O-AMC} = V_{M-AOC}$ ，所以 $\frac{1}{3} \times d \times S_{\triangle AMC} = \frac{\sqrt{2}}{3} \times S_{\triangle AOC}$ ，

又因为 $S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$ ， $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$ ，

所以 $\frac{1}{3} \times d \times \sqrt{6} = \frac{2}{3}$ ，所以 $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

所以截面圆的半径 $r = \sqrt{1^2 - d^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，所以截面圆的面积为 $S = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{\pi}{3}$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查正方体的内切球的特点以及球的截面面积的计算，难度一般。任何一个平面去截球，得到的截面一定是圆面，截面圆的半径可通过球的半径以及球心到截面的距离去计算。

5、C

【解析】

$E(\xi) = (-1) \times \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p = \frac{2}{3}p - \frac{1}{3}$, $D(\xi) = E(\xi^2) - E^2(\xi)$, 判断其在 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 内的单调性即可.

【详解】

解: 根据题意 $E(\xi) = (-1) \times \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p = \frac{2}{3}p - \frac{1}{3}$ 在 $p \in (\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 内递增,

$$E(\xi^2) = (-1)^2 \times \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p = \frac{1}{3}$$

$$D(\xi) = E(\xi^2) - E^2(\xi) = \frac{1}{3}(1-p) + \frac{1}{3}p - (\frac{2}{3}p - \frac{1}{3})^2 = -\frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{9}p + \frac{2}{9} = -\frac{4}{9}\left(p - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3},$$

是以 $p = \frac{1}{2}$ 为对称轴, 开口向下的抛物线, 所以在 $(\frac{2}{3}, \frac{3}{4})$ 上单调递减,

故选: C.

【点睛】

本题考查了利用随机变量的分布列求随机变量的期望与方差, 属于中档题.

6、A

【解析】

由垂心的性质, 得到 $\vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0$, 可转化 $\vec{HM} \cdot \vec{AC} = \vec{BM} \cdot \vec{AC}$, 又 $\vec{BM} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC}) \cdot (\vec{BC} - \vec{BA})$ 即得解.

【详解】

因为 H 为 $\triangle ABC$ 的垂心, 所以 $BH \perp AC$,

所以 $\vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0$, 而 $\vec{HM} = \vec{HB} + \vec{BM}$,

所以 $\vec{HM} \cdot \vec{AC} = (\vec{HB} + \vec{BM}) \cdot \vec{AC} = \vec{BM} \cdot \vec{AC}$,

因为 M 是 AC 的中点,

$$\text{所以 } \vec{BM} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC}) \cdot (\vec{BC} - \vec{BA})$$

$$= \frac{1}{2}(\vec{BC}^2 - \vec{BA}^2) = \frac{1}{2}(64 - 36) = 14.$$

故选: A

【点睛】

本题考查了利用向量的线性运算和向量的数量积的运算率, 考查了学生综合分析, 转化划归, 数学运算的能力, 属于中档题.

7、C

【解析】

根据空间中直线与平面、平面与平面位置关系相关定理依次判断各个选项可得结果.

【详解】

对于A, 当 m 为 α 内与 n 垂直的直线时, 不满足 $m \perp \alpha$, A错误;

对于B, 设 $\alpha \cap \beta = l$, 则当 m 为 α 内与 l 平行的直线时, $m \parallel \beta$, 但 $m \subset \alpha$, B错误;

对于C, 由 $m \perp \beta$, $n \perp \beta$ 知: $m \parallel n$, 又 $n \perp \alpha$, $\therefore m \perp \alpha$, C正确;

对于D, 设 $\alpha \cap \beta = l$, 则当 m 为 β 内与 l 平行的直线时, $m \parallel \alpha$, D错误.

故选: C.

【点睛】

本题考查立体几何中线面关系、面面关系有关命题的辨析, 考查学生对于平行与垂直相关定理的掌握情况, 属于基础题.

8、D

【解析】

利用 i 的周期性先将复数 z 化简为 $z = -4 + 2i$ 即可得到答案.

【详解】

因为 $i^2 = -1$, $i^4 = 1$, $i^5 = i$, 所以 i 的周期为4, 故 $z = \frac{4i+2}{i^{4 \times 504 + 3}} = \frac{4i+2}{i^3} = \frac{4i+2}{-i} = -4 + 2i$,

故 z 的虚部为2, A错误; z 在复平面内对应的点为 $(-4, 2)$, 在第二象限, B错误; z 的共

轭复数为 $\bar{z} = -4 - 2i$, C错误; $|z| = \sqrt{(-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, D正确.

故选: D.

【点睛】

本题考查复数的四则运算, 涉及到复数的虚部、共轭复数、复数的几何意义、复数的模等知识, 是一道基础题.

9、B

【解析】

甲同学所有的选择方案共有 $C_2^1 C_4^2 = 12$ 种, 甲同学同时选择历史和化学后, 只需在生物、政治、地理三科中再选择一

科即可, 共有 $C_3^1 = 3$ 种选择方案, 根据古典概型的概率计算公式, 可得甲同学同时选择历史和化学的概率

$$P = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}, \text{ 故选 B.}$$

10、C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/388132055041007002>