爆炸与类爆炸模型

目录

【模型一】爆炸模型

一．爆炸模型的特点

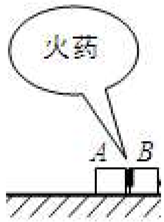
1. 动量守恒：由于爆炸是极短时间内完成的，爆炸物体间的相互作用力远大于受到的外力，所以在爆炸过程中，系统的总动量守恒。

2. 动能增加：在爆炸过程中，由于有其他形式的能量（如化学能）转化为动能，所以爆炸后系统的总动能增加。

3. 位置不变：由于爆炸的时间极短。因而作用过程中，物体产生的位移很小，一般可以忽略不计，可认为物体爆炸后仍然从爆炸前的位置以新的动量开始运动。

二、爆炸模型讲解

1. 如图：质量分别为 m_A、m_B 的可视为质点 A、B 间夹着质量可忽略的火药．一开始二者静止，点燃火药（此时间极短且不会影响各物体的质量和各表面的光滑程度），则：



A、B 组成的系统动量守恒：$m_Av_A=m_Bv_B$ ①得：

$$\frac{v_A}{v_B}=\frac{m_B}{m_A} \quad ②$$

②式表明在爆炸过程中相互作用的两个物体间获得的速度与它们的质量成反比。

A、B 组成的系统能量守恒：$E_{化学能}=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2$ ③

①式也可以写为：$P_A=P_B$ ④又根据动量与动能的关系 $P=\sqrt{2mE_k}$ 得

$\sqrt{2m_AE_{kA}}=\sqrt{2m_BE_{kB}}$ ④进一步化简得：$\frac{E_{kA}}{E_{kB}}=\frac{m_B}{m_A}$ ⑤

⑤式表明在爆炸过程中相互作用的两个物体间获得的动能与它们的质量成反比。

②⑤联立可得：$E_{kA}=\frac{m_B}{m_A+m_B}E_{化学能}$　$E_{kB}=\frac{m_A}{m_A+m_B}E_{化学能}$ ⑥

2. 若原来 A、B 组成的系统以初速度 v 在运动，运动过程中发生了爆炸现象则：

A、B 组成的系统动量守恒：$(m_A+m_B)v=m_Av_A+m_Bv_B$ ⑦

A、B 组成的系统能量守恒：$E_{化学能}=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2-\frac{1}{2}(m_A+m_B)v\ =\frac{1}{2}\frac{m_Am_B}{m_A+m_B}(v_A-v_B)^2$ ⑧

1. 某科研小组试验一款火箭，携带燃料后的总质量为 M。先将火箭以初速度 v_0 从地面竖直向上弹出，上升到 h_0 高度时点燃燃料，假设质量为 m 的燃气在一瞬间全部竖直向下喷出，若燃气相对火箭喷射出的速率为 u，重力加速度为 g，不计空气阻力。求：

(1) 火箭到达 h_0 高度时的速度大小；

(2) 燃气全部喷出后火箭的速度大小；

(3) 火箭上升的最大高度。

【答案】(1)$\sqrt{v_0^2-2gh_0}$　　(2)$\sqrt{v_0^2-2gh_0}+\frac{m}{M}u$　　(3)$h_0+\frac{1}{2g}\left(\sqrt{v_0^2-2gh_0}+\frac{m}{M}u\right)^2$

【详解】(1) 由机械能守恒可得

$$\frac{1}{2}Mv_0^2=Mgh_0+\frac{1}{2}Mv_1^2$$

解得火箭到达 h_0 高度时的速度大小为

$$v_1=\sqrt{v_0^2-2gh_0}$$

(2) 由动量守恒可得

$$Mv_1=(M-m)v_2+m(v_2-u)$$

解得燃气全部喷出后火箭的速度大小为

$$v_2=\sqrt{v_0^2-2gh_0}+\frac{m}{M}u$$

(3) 设火箭上升的最大高度为 H，根据机械能守恒可得

$$\frac{1}{2}(M-m)v_2^2+(M-m)gh_0=(M-m)gH$$

解得

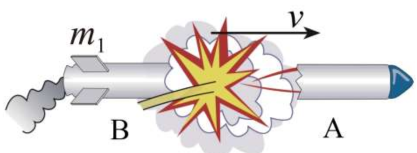
$$H=h_0+\frac{1}{2g}\left(\sqrt{v_0^2-2gh_0}+\frac{m}{M}u\right)^2$$

2. 一枚在空中水平飞行的玩具火箭质量为 m，在某时刻距离地面的高度为 h，速度为 v。此时，火箭突然炸裂成 A、B 两部分，其中质量为 m_1 的 B 部分速度恰好为 0。忽略空气阻力的影响，重力加速度为 g。求：

(1) 炸裂后瞬间 A 部分的速度大小 v_1；

(2) 炸裂后 B 部分在空中下落的时间 t；

(3) 在爆炸过程中增加的机械能 ΔE。



【答案】(1)$\frac{mv}{m-m_1}$；(2)$\sqrt{\frac{2h}{g}}$；(3)$\frac{1}{2}v^2\left(\frac{m_1m}{m-m_1}\right)$

【详解】(1) 炸裂后瞬间由动量守恒可知

$$mv=(m-m_1)v_1$$

解得 A 部分的速度为

$$v_1=\frac{mv}{m-m_1}$$

(2) 炸裂后由运动学规律可知

$$h=\frac{1}{2}gt^2$$

空中下落的时间为

$$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$$

(3) 在爆炸过程中增加的机械能为

$$\Delta E=\frac{1}{2}(m-m_1)v_1^2-\frac{1}{2}mv^2$$

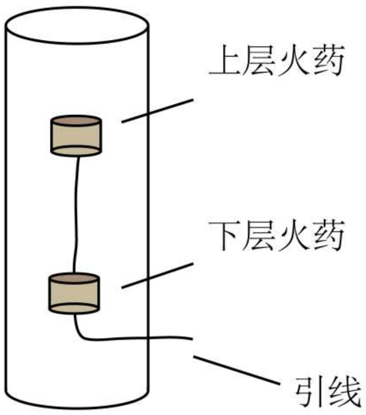
解得

$$\Delta E=\frac{1}{2}v^2\left(\frac{m_1m}{m-m_1}\right)$$

3. 双响爆竹是民间庆典使用较多的一种烟花爆竹，其结构简图如图所示，纸筒内分上、下两层安放火药。使用时首先引燃下层火药，使爆竹获得竖直向上的初速度，升空后上层火药被引燃，爆竹凌空爆响。一人某次在水平地面上燃放双响爆竹，爆竹上升至最高点时恰好引燃上层火药，立即爆炸成两部分，两部分的质量之比为1 ∶ 2，获得的速度均沿水平方向。已知这次燃放爆竹上升的最大高度为 h，两部分落地点之间的距离为 L，重力加速度为 g，不计空气阻力，不计火药爆炸对爆竹总质量的影响。

(1) 求引燃上层火药后两部分各自获得的速度大小。

(2) 已知火药燃爆时爆竹增加的机械能与火药的质量成正比，求上、下两层火药的质量比。



【答案】(1) $v_1=\frac{L}{3}\sqrt{\frac{2g}{h}}$，$v_2=\frac{L}{3}\sqrt{\frac{g}{2h}}$；(2) $\frac{m_上}{m_下}=\frac{L^2}{18h^2}$

【详解】解：(1) 引燃上层火药后两部分向相反的方向做平抛运动，竖直方向

$$h=\frac{1}{2}gt^2$$

水平方向

$$L=v_1t+v_2t$$

上层火药燃爆时，水平方向动量守恒，设爆竹总质量为 m

$$0=\frac{1}{3}mv_1-\frac{2}{2}mv_2$$

解得两部分各自获得的速度大小

$$v_1=\frac{L}{3}\sqrt{\frac{2g}{h}},v_2=\frac{L}{3}\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

(2) 上层火药燃爆后爆竹获得的机械能

$$E_{上}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}mv_1^2+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}mv_2^2$$

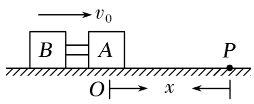
下层火药燃爆后爆竹获得的机械能

$$E_{下}=mgh$$

上、下两层火药的质量比

$$\frac{m_{上}}{m_{下}}=\frac{E_{上}}{E_{下}}=\frac{L^2}{18h^2}$$

4. 如图所示，质量均为 m 的两块完全相同的木块 A、B 放在一段粗糙程度相同的水平地面上，木块 A、B 间夹有一小块炸药 (炸药的质量可以忽略不计)。让 A、B 以初速度 v_0 一起从 O 点滑出，滑行一段距离 x 后到达 P 点，速度变为 $\frac{v_0}{2}$，此时炸药爆炸使木块 A、B 脱离，发现木块 A 继续沿水平方向前进 $3x$ 后停下。已知炸药爆炸时释放的化学能有 50% 转化为木块的动能，爆炸时间可以忽略不计，重力加速度为 g，求：



(1) 木块与水平地面间的动摩擦因数 μ；

(2) 炸药爆炸时释放的化学能 E_0。

【答案】 (1)${}_0^2\frac{3v}{8gx}$ (2)$2mv_0^2$

【解析】 (1) 从 O 滑到 P，对系统由动能定理得

$$-\mu\cdot 2mgx=\frac{1}{2}\times 2m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times 2mv_0^2$$

解得 $\mu={}_0^2\frac{3v}{8gx}$

(2) 爆炸前对系统，有 $v_0^2-\left(\frac{v_0}{2}\right)^2=2ax$

在 P 点爆炸，A、B 系统动量守恒，有 $2m\frac{v_0}{2}=mv_A+mv_B$

爆炸后对 A，有 $v_A^2=2a\cdot 3x$，

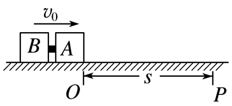
根据能量守恒定律有

$$\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}\times 2m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2=50\%E_0,$$

解得 $E_0=2mv_0^2$

5. 如图所示，木块 A、B 的质量均为 m，放在一段粗糙程度相同的水平地面上，木块 A、B 间夹有一小块炸药 (炸药的质量可以忽略不计)．让 A、B 以初速度 v_0 一起从 O 点滑出，滑行一段距离后到达 P 点，速度变为 $\frac{v_0}{2}$，此时炸药爆炸使木块 A、B 脱离，发现木块 B 立即停在原位置，木块 A 继续沿水平方向

前进．已知 O、P 两点间的距离为 s，设炸药爆炸时释放的化学能全部转化为木块的动能，爆炸时间很短可以忽略不计，求：



(1) 木块与水平地面间的动摩擦因数 μ；

(2) 炸药爆炸时释放的化学能 E_0.

【答案】 (1)$\dfrac{3v_0^2}{8gs}$ (2)$\dfrac{1}{4}mv_0^2$

【解析】 (1) 从 O 滑到 P，对 A、B 由动能定理得

$-\mu\cdot 2mgs=\dfrac{1}{2}\times 2m\left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2-\dfrac{1}{2}\times 2mv_0^2$

解得 $\mu=\dfrac{3v_0^2}{8gs}$

(2) 在 P 点爆炸时，A、B 组成的系统动量守恒，有

$2m\cdot\dfrac{v_0}{2}=mv$，

根据能量守恒定律有

$E_0+\dfrac{1}{2}\times 2m\left(\dfrac{v_0}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}mv^2$

解得 $E_0=\dfrac{1}{4}mv_0^2$

6. 一质量为 m 的烟花弹获得动能 E 后，从地面竖直升空。当烟花弹上升的速度为零时，弹中火药爆炸将烟花弹炸为质量相等的两部分，两部分获得的动能之和也为 E，且均沿竖直方向运动。爆炸时间极短，重力加速度大小为 g，不计空气阻力和火药的质量。求：

(1) 烟花弹从地面开始上升到弹中火药爆炸所经过的时间；

(2) 爆炸后烟花弹向上运动的部分距地面的最大高度。

【答案】 (1)$\dfrac{1}{g}\sqrt{\dfrac{2E}{m}}$ (2)$\dfrac{2E}{\mathrm{mg}}$

【解析】 (1) 设烟花弹上升的初速度为 v_0，由题给条件有

$E=\dfrac{1}{2}mv_0^2$①

设烟花弹从地面开始上升到火药爆炸所用的时间为 t，由运动学公式有

$0-v_0=-gt$②

联立①②式得

$t=\dfrac{1}{g}\sqrt{\dfrac{2E}{m}}$③

(2) 设爆炸时烟花弹距地面的高度为 h_1，由机械能守恒定律有

$E=mgh_1$④

火药爆炸后，烟花弹上、下两部分均沿竖直方向运动，设爆炸后瞬间其速度分别为 v_1 和 v_2。由题给条件和动量守恒定律有

$\dfrac{1}{4}mv_1^2+\dfrac{1}{4}mv_2^2=E$⑤

$\frac{1}{2}mv_1+\frac{1}{2}mv_2=0$ ⑥

由⑥式知，烟花弹两部分的速度方向相反，向上运动部分做竖直上抛运动。

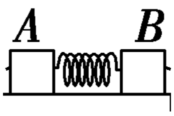
设爆炸后烟花弹向上运动部分继续上升的高度为h_2，由机械能守恒定律有

$\frac{1}{4}mv_1^2=\frac{1}{2}mgh_2$ ⑦

联立④⑤⑥⑦式得，烟花弹向上运动部分距地面的最大高度为

$h=h_1+h_2=\frac{2E}{\mathrm{mg}}$ ⑧

【模型二】弹簧的“爆炸”模型



A、B组成的系统动量守恒：$m_Av_A=m_Bv_B$ ①得：

$\frac{v_A}{v_B}=\frac{m_B}{m_A}$ ②

②式表明在爆炸过程中相互作用的两个物体间获得的速度与它们的质量成反比。

A、B组成的系统能量守恒：$E_P=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2$ ③

①式也可以写为：$P_A=P_B$ ④又根据动量与动能的关系 $P=\sqrt{2mE_k}$ 得

$\sqrt{2m_AE_{kA}}=\sqrt{2m_BE_{kB}}$ ④进一步化简得：$\frac{E_{kA}}{E_{kB}}=\frac{m_B}{m_A}$ ⑤

⑤式表明在爆炸过程中相互作用的两个物体间获得的动能与它们的质量成反比。

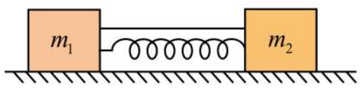
②⑤联立可得：$E_{kA}=\frac{m_B}{m_A+m_B}E_P$　$E_{kB}=\frac{m_A}{m_A+m_B}E_P$ ⑥

1. 若原来A、B组成的系统以初速度v在运动，运动过程中发生了爆炸现象则：

A、B组成的系统动量守恒：$(m_A+m_B)v=m_Av_A+m_Bv_B$ ⑦

A、B组成的系统能量守恒：$E_P=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2-\frac{1}{2}(m_A+m_B)v\ =\frac{1}{2}\frac{m_Am_B}{m_A+m_B}(v_A-v_B)^2$ ⑧

1. 如图所示，水平面上有两个木块，两木块的质量分别为m_1、m_2，且$m_2=2m_1$。开始时两木块之间有一根用轻绳缚住的已压缩轻弹簧，烧断绳后，两木块分别向左、右运动。若两木块m_1和m_2与水平面间的动摩擦因数分别为μ_1、μ_2，且$\mu_1=2\mu_2$，则在弹簧伸长的过程中，两木块（　　）



A. 动量大小之比为1∶1　　B. 速度大小之比为2∶1

C. 动量大小之比为2∶1　　D. 速度大小之比为1∶1

【答案】AB

【详解】AC．左右两木块质量之比为1:2，弹簧解除锁定后各自运动所在地面间的动摩擦因数之比为2:1，m_1向左运动，m_2向右运动，运动过程中所受滑动摩擦力分别为

$$f_1=\mu_1 m_1 g\text{，方向水平向右；}f_2=\mu_2 m_2 g\text{ 方向水平向左}$$

则可知两物块所受摩擦力大小相等，方向相反，若将两物块及弹簧组成的看成一个系统，可知该系统在弹簧解除锁定瞬间及之后弹簧伸长过程中动量守恒，设在弹簧伸长的任意时刻m_1的动量为p_1，m_2的动量为p_2，根据动量守恒定律可得

$$0=p_1+p_2$$

即

$$p_1=-p_2$$

则可知两物块的动量大小之比为1:1，故A正确，C错误；

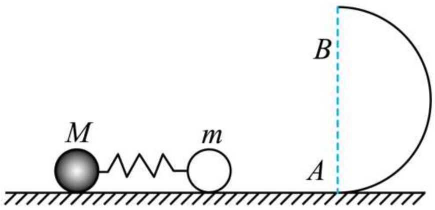
BD．动量

$$p=mv$$

而两物块的质量之比为1:2，则可知两物块在弹簧伸长过程中的速度大小之比为2:1，故B正确，D错误。

故选AB。

2. 如图所示，在光滑的水平桌面上静止两个等大的小球，其质量分别为$M=0.6$ kg、$m=0.2$ kg，其中间夹着一个被锁定的压缩轻弹簧（弹簧与两球不相连），弹簧具有$E_p=10.8J$的弹性势能。现解除锁定，球m脱离弹簧后滑向与水平面相切、半径为$R=0.4$ m竖直放置的光滑半圆形固定轨道，g取10 m/s^{2}则下列说法正确的是（　　）



A. 两球刚脱离弹簧时，球m获得的动能比球M小

B. 球m在运动达到轨道最高点速度大小为2m/s

C. 球m离开半圆形轨道后经过0.4s落回水平地面

D. 球m经过半圆形轨道的最低点和最高点时，对轨道的压力差为12N

【答案】CD

【详解】A．由动量守恒得，M、m动量大小相同，由

$$E_K=\frac{p^2}{2m}$$

得质量小的物体动能大，选项A错误；

B．由

$$E_K=\frac{p^2}{2m}$$

得，两物体动能比为1:3，故m的初动能为

$$E_{km}=\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{3}{4}\times 10.8J=8.1J$$

m获得的速度为

$$v_0=9\text{m/s}$$

即到达B点的速度$v_B=9\text{m/s}$，由动能定理可得

$$\frac{1}{2}mv_B^2=\text{mg}\cdot 2R+\frac{1}{2}mv_A^2$$

解得m达到圆形轨道顶端的速度

$$v_A=\sqrt{65}\text{m/s}$$

选项B错误；

C．由自由落体公式可得下降时间为

$$t=\sqrt{\frac{2\cdot 2R}{g}}=0.4s$$

选项C正确；

D．m在圆形轨道上端时

$$F_A+\text{mg}=m\frac{v_A^2}{R}$$

在下端时

$$F_B-mg=m\frac{v_B^2}{R}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2=\text{mg}\cdot 2R+\frac{1}{2}mv_A^2$$

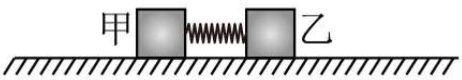
则在上下两端压力差为

$$\Delta F=F_B-F_A=2\text{mg}+m\frac{v_B^2-v_A^2}{R}=6\text{mg}=12N$$

选项D正确。

故选CD。

3. 如图所示，物块甲、乙(可视为质点)静止于水平地面上，质量分别为$m_{甲}=2\text{kg}$、$m_{乙}=1\text{kg}$，一轻弹簧(长度不计)压缩后锁定在甲、乙之间。某时刻解锁弹簧，甲、乙弹开后分别沿地面滑行。已知弹簧在解锁前的弹性势能为$3J$，甲、乙与地面间的动摩擦因数分别为$\mu_{甲}=0．1$和$\mu_{乙}=0．5$，重力加速度取10m/s^2，则（　　）



A. 弹开后瞬间乙的速度大小为$1m/s$　　B. 甲、乙滑行的时间之比为$5:2$

C. 甲滑行过程中产生的热量为$2J$　　D. 甲、乙停止运动时相距$0.9m$

【答案】BD

【详解】A．弹簧被弹开的过程动量守恒，则

$$m_{甲}v_1=m_{乙}v_2$$

$$\frac{1}{2}m_{甲}v_1^2+\frac{1}{2}m_{乙}v_2^2=E_p$$

解得

$$v_1=1\text{m/s}$$

$$v_2=2\text{m/s}$$

选项A错误；

B．两物体被弹开后，根据

$$v=at=\mu gt$$

则

$$t=\frac{v}{\mu g}$$

甲、乙滑行的时间之比为

$$\frac{t_{甲}}{t_{乙}}=\frac{v_1}{v_2}\cdot\frac{\mu_{乙}}{\mu_{甲}}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{1}=\frac{5}{2}$$

选项B正确；

C. 甲滑行过程中产生的热量为

$$Q=\frac{1}{2}m_{甲}v_1^2=\frac{1}{2}\times2\times1^2J=1J$$

选项C错误；

D. 甲、乙停止运动时相距

$$\Delta x=\frac{v_1^2}{2\mu_{甲}g}+\frac{v_2^2}{2\mu_{乙}g}=\frac{1^2}{2\times0.1\times10}+\frac{2^2}{2\times0.5\times10}=0.9m$$

选项D正确。

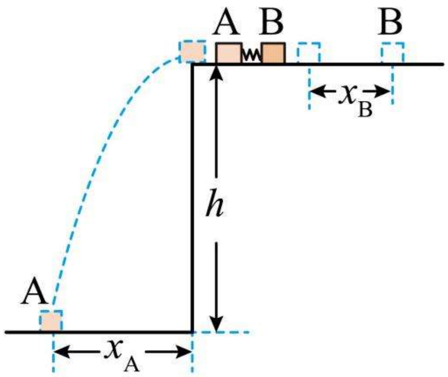
故选BD。

4. 如图，高度$h=0.8m$的水平桌面上放置两个相同物块A、B，质量$m_A=m_B=0.1\text{kg}$。A、B间夹一压缩量$\Delta x=0.1m$的轻弹簧，弹簧与A、B不栓接。同时由静止释放A、B，弹簧恢复原长时A恰好从桌面左端沿水平方向飞出，水平射程$x_A=0.4m$；B脱离弹簧后沿桌面滑行一段距离$x_B=0.25m$后停止。A、B均视为质点，取重力加速度$g=10\text{m/s}^2$。求：

(1) 脱离弹簧时A、B的速度大小v_A和v_B；

(2) 物块与桌面间的动摩擦因数μ；

(3) 整个过程中，弹簧释放的弹性势能ΔE_p。



【答案】(1)1m/s, 1m/s; (2)0.2; (3)0.12J

【详解】(1) 对A物块由平抛运动知识得

$$h=\frac{1}{2}gt^2$$

$$x_A=v_At$$

代入数据解得，脱离弹簧时A的速度大小为

$$v_A=1\text{m/s}$$

AB物块质量相等，同时受到大小相等方向相反的弹簧弹力及大小相等方向相反的摩擦力，则AB物块整体动量守恒，则

$$m_Av_A=m_Bv_B$$

解得脱离弹簧时B的速度大小为

$$v_B=1\text{m/s}$$

(2) 对物块B由动能定理

$$-\mu m_Bgx_B=0-\frac{1}{2}m_Bv_B^2$$

代入数据解得,物块与桌面的动摩擦因数为

$$\mu=0.2$$

(3) 弹簧的弹性势能转化为AB物块的动能及这个过程中克服摩擦力所做的功,即

$$\Delta E_p=\frac{1}{2}m_Av_A^2+\frac{1}{2}m_Bv_B^2+\mu m_Ag\Delta x_A+\mu m_Bg\Delta x_B$$

其中

$$m_A=m_B,\ \Delta x=\Delta x_A+\Delta x_B$$

解得整个过程中,弹簧释放的弹性势能

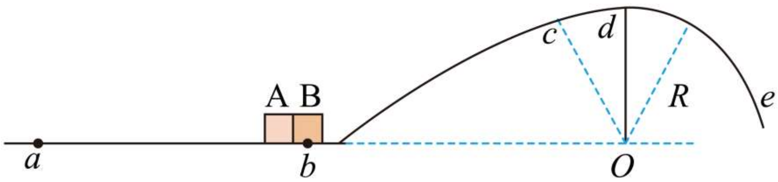
$$\Delta E_p=0.12J$$

5. 如图所示的水平地面上有a、b、O三点。将一条轨道固定在竖直平面内,粗糙的ab段水平,$bcde$段光滑,cde是以O为圆心,R为半径的一段圆弧,可视为质点的物块A和B紧靠在一起,中间夹有少量炸药,静止于b处,A的质量是B的2倍。某时刻炸药爆炸,两物块突然分离,分别向左、右沿轨道运动。B到最高点d时速度沿水平方向,此时轨道对B的支持力大小等于B所受重力的$\frac{3}{4}$,A与ab段的动摩擦因数为μ,重力加速度g,求:

(1) 物块B在d点的速度大小;

(2) 物块A滑行的距离s;

(3) 物块B从脱离轨道后到落到水平地面所用的时间。



【答案】(1)$v_d=\frac{\sqrt{gR}}{2}$; (2)$s=\frac{9R}{32\mu}$; (3)$t=\frac{\sqrt{117gR}-\sqrt{21gR}}{8g}$

【详解】(1) 设物块A和B的质量分别为m_A和m_B

$$m_Bg-\frac{3}{4}m_Bg=m_B\frac{v_d^2}{R}$$

解得

$$v_d=\frac{\sqrt{gR}}{2}$$

(2) 设A、B分开时的速度分别为v_1、v_2,系统动量守恒

$$m_Av_1-m_Bv_2=0$$

B由位置b运动到d的过程中,机械能守恒

$$\frac{1}{2}m_Bv_2^2=m_BgR+\frac{1}{2}m_Bv_d^2$$

$$v_2=\frac{3}{2}\sqrt{gR}$$

$$v_1=\frac{3}{4}\sqrt{gR}$$

A 在滑行过程中，由动能定理

$$0-\frac{1}{2}m_Av_1^2=-\mu m_Ags$$

联立得

$$s=\frac{9R}{32\mu}$$

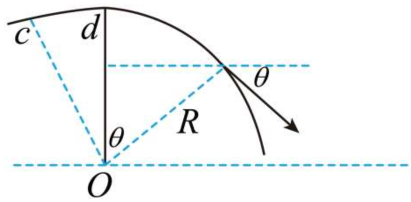
(3) 设物块脱离轨道时速度为 v，$F_N=0$

向心力公式

$$m_Bg\cos\theta=m_B\frac{v^2}{R}$$

而

$$\frac{1}{2}m_Bv_d^2+m_BgR(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}m_Bv^2$$



解得

$$\cos\theta=\frac{3}{4}$$

$$v=\sqrt{\frac{3}{4}gR}$$

脱离轨道时离地面的高度

$$h=R\cos\theta=\frac{3}{4}R$$

离轨道时后做向下斜抛运动

竖直方向

$$h=R\cos\theta=v\sin\theta\cdot t+\frac{1}{2}gt^2$$

解得

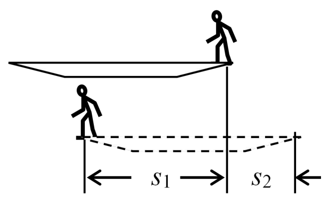
$$t=\frac{\sqrt{117gR}-\sqrt{21gR}}{8g}$$

【模型三】人船模型与类人船模型

【模型构建】如图所示，长为 L、质量为 M 的小船停在静水中，质量为 m 的人从静止开始从船头走到船尾，不计水的阻力，求船和人对地面的位移各为多少？

解析：以人和船组成的系统为研究对象，在水平方向不受外力作用，满足动量守恒．设某时刻人的速度为 v_1，船的速度为 v_2，取人行进的方向为正，则有：$mv_1-Mv_2=0$

上式换为平均速度仍然成立，即 $m\bar{v}_1-M\bar{v}_2=0$



两边同乘时间 t，$m\bar{v}_1t-M\bar{v}_2t=0$，

设人、船位移大小分别为 s_1、s_2，则有，$ms_1=Ms_2$　　①

由图可以看出：$s_1+s_2=L$　　②

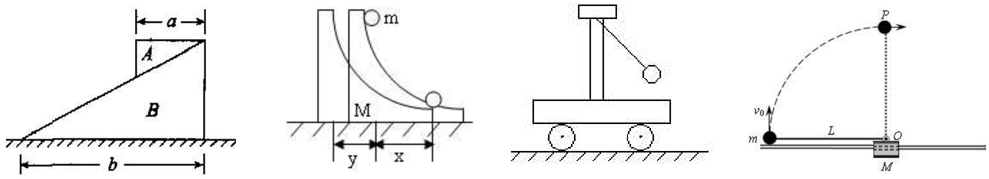
由①②两式解得 $s_1=\dfrac{m}{M+m}L$, $s_2=\dfrac{M}{M+m}L$

答案：$s_1=\dfrac{m}{M+m}L$, $s_2=\dfrac{M}{M+m}L$

点评：人船模型中的动力学规律：由于组成系统的两物体受到大小相同、方向相反的一对力，故两物体速度大小与质量成反比，方向相反。这类问题的特点：两物体同时运动，同时停止。

人船模型中的动量与能量规律：由于系统不受外力作用，故而遵从动量守恒定律，又由于相互作用力做功，故系统或每个物体动能均发生变化：力对“人”做的功量度“人”动能的变化；力对“船”做的功量度“船”动能的变化。

【类人船模型】



1. 质量为 M 的气球上有一个质量为 m 的人，气球和人在静止的空气中共同静止于离地 h 高处，如果从气球上慢慢放下一个质量不计的软梯，让人沿软梯降到地面，则软梯长至少应为（　　）

A. $\dfrac{m}{m+M}h$　　B. $\dfrac{M}{m+M}h$　　C. $\dfrac{M+m}{M}h$　　D. $\dfrac{M+m}{m}h$

【答案】 C

【解析】 设人沿软梯滑至地面，软梯长度至少为 L，以人和气球组成的系统为研究对象，竖直方向动量守恒，规定竖直向下为正方向，由动量守恒定律得：$0=-Mv_2+mv_1$

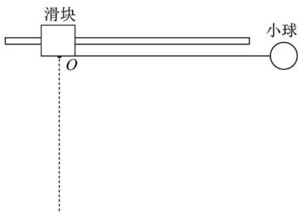
人沿软梯降至地面，气球上升的高度为 $L-h$，平均速度大小为 $v_2=\dfrac{L-h}{t}$

人相对于地面下降的高度为 h，平均速度大小为 $v_1=\dfrac{h}{t}$

联立得：$0=-M\cdot\dfrac{L-h}{t}+m\cdot\dfrac{h}{t}$，

解得：$L=\dfrac{M+m}{M}h$，故 C 正确，A、B、D 错误.

2. 如图所示，滑块和小球的质量分别为 M、m。滑块可在水平放置的光滑固定导轨上自由滑动，小球与滑块上的悬点 O 由一不可伸长的轻绳相连，轻绳长为 L。开始时，轻绳处于水平拉直状态，小球和滑块均静止。现将小球由静止释放，当小球到达最低点时，下列说法正确的是（　　）



A. 滑块和小球组成的系统动量守恒　　B. 滑块和小球组成的系统水平方向动量守恒

C. 滑块的最大速率为$\sqrt{\dfrac{2m^2gL}{M(M+m)}}$　　D. 滑块向右移动的位移为$\dfrac{m}{M+m}L$

【答案】BCD

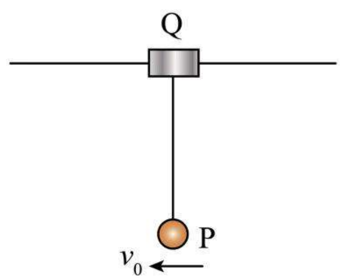
【解析】

A. 小球下落过程中,小球竖直方向有分加速度,系统的合外力不为零,因此系统动量不守恒,故A错误;

B. 绳子上拉力属于内力,系统在水平方向不受外力作用,因此系统水平方向动量守恒,故B正确;

C. 当小球落到最低点时,只有水平方向速度,此时小球和滑块的速度均达到最大,取水平向右为正方向,系统水平方向动量有$MV-mv=0$系统机械能守恒有$mgL=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}MV^2$解得,滑块的最大速率为$V=\sqrt{\dfrac{2m^2gL}{M(M+m)}}$故$C$正确;$D$. 设滑块向右移动的位移为$x$,根据水平动量守恒得$M\dfrac{x}{t}-m\dfrac{L-x}{t}=0$解得$x=\dfrac{m}{M+m}L$故$D$正确。故选$BCD$。

3. 如图,质量为$3m$的滑块Q套在固定的水平杆上,一轻杆上端通过铰链固定在Q上,下端与一质量为m的小球P相连。某时刻给小球P一水平向左、大小为v_0的初速度,经时间t小球P在水平方向上的位移为x。规定水平向左为正方向,忽略一切摩擦,则滑块Q在水平方向上的位移为(　　)



A. $\dfrac{x}{3}$　　B. $\dfrac{v_0t}{3}$　　C. $\dfrac{v_0t-x}{3}$　　D. $\dfrac{x-v_0t}{3}$

【答案】C

【详解】P、Q在水平方向上动量守恒,有

$$mv_0=mv_1+3mv_2$$

在极短的时间Δt内,有

$$mv_0\cdot\Delta t=mv_1\cdot\Delta t+3mv_2\cdot\Delta t$$

则在时间t内有

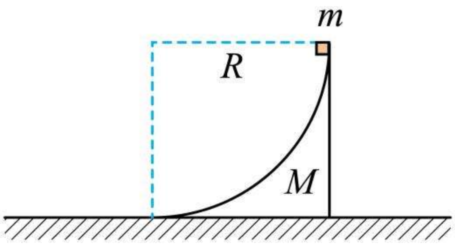
$$mv_0t=mx+3mx_2$$

可知

$$x_2=\frac{v_0t-x}{3}$$

故选C。

4. 如图,质量为M,半径为R的圆弧槽,置于光滑水平面上. 将一可视为质点的滑块从与圆心等高处无初速度地释放,滑块的质量为m,且$M=2m$,重力加速度大小为g。下列说法正确的是(　　)



A. 若圆弧面光滑，则圆弧槽与滑块组成的系统动量守恒

B. 若圆弧面光滑，则滑块运动至水平面时速度大小为$\sqrt{\frac{gR}{3}}$

C. 若圆弧面粗糙，滑块能运动至水平面，则圆弧槽的位移大小为$\frac{R}{3}$

D. 若圆弧面粗糙，滑块能运动至水平面，则滑块的位移大小为$\frac{2R}{3}$

【答案】C

【详解】A．若圆弧面光滑，圆弧槽与滑块组成的系统在水平方向动量守恒，故A错误；

B．若圆弧面光滑，设滑块运动至水平面时速度大小为v_1，圆弧槽速度大小为v_2，由机械能守恒定律知

$$mgR=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}Mv_2^2$$

在水平方向上动量守恒有

$$mv_1=Mv_2,\ M=2m$$

联立解得

$$v_1=2\sqrt{\frac{gR}{3}},\ v_2=\sqrt{\frac{gR}{3}}$$

故B错误；

C．若圆弧面粗糙，滑块能运动至水平面，设滑块与圆弧槽相对于地面沿水平方向的位移分别为x_1和x_2，由水平方向动量守恒有

$$mx_1=Mx_2,\ x_1+x_2=R$$

解得

$$x_1=\frac{2}{3}R,\ x_2=\frac{R}{3}$$

故C正确；

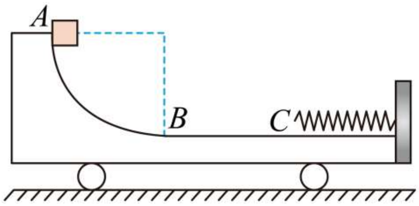
D．由于滑块还发生了竖直位移R，故滑块的位移大小为

$$\sqrt{R^2+\left(\frac{2R}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{13}}{3}R$$

故D错误。

就选C。

5. 如图所示，小车静止在光滑水平面上，小车AB段是半径为R的四分之一光滑圆弧轨道，从B到小车右端挡板平滑连接一段光滑水平轨道，在右端固定一轻弹簧，弹簧处于自由状态，自由端在C点。一质量为m、可视为质点的滑块从圆弧轨道的最高点A由静止滑下，而后滑入水平轨道，小车质量是滑块质量的2倍，重力加速度为g。下列说法正确的是（　　）



A. 滑块到达B点时的速度大小为$\sqrt{2gR}$

B. 弹簧获得的最大弹性势能为mgR

C. 滑块从A点运动到B点的过程中，小车运动的位移大小为$\frac{2}{3}R$

D. 滑块第一次从A点运动到B点时，小车对滑块的支持力大小为4mg

【答案】BD

【详解】AD. 滑块从A滑到B时，满足水平方向动量守恒，机械能守恒，则有

$$mv_1=2mv_2,\ mgR=\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}\times 2mv_2^2$$

解得

$$v_1=\sqrt{\frac{4}{3}gR},\ v_2=\sqrt{\frac{1}{3}gR}$$

运动到B点时对滑块受力分析

$$F_N-mg=m\frac{(v_1+v_2)^2}{R}$$

解得

$$F_N = 4\text{mg}$$

故A错误、D正确；

B. 滑块运动到小车最右端时根据水平方向动量守恒可知二者均静止，则减少的重力势能全部转化为弹性势能，故B正确；

C. 从A到B滑下过程由人船模型

$$mx_1=2mx_2,\ x_1+x_2 = R$$

解得小车的位移应当是

$$x_2=\frac{R}{3}$$

故C错误。

故选BD。

6. 近年来，随着三孩政策的开放，越来越多的儿童出生，儿童游乐场所的设施也更加多种多样。如图所示是儿童游乐场所的滑索模型，儿童质量为$6m$，滑环质量为m，滑环套在水平固定的光滑滑索上。该儿童站在一定的高度由静止开始滑出，静止时不可伸长的轻绳与竖直方向的夹角为45°，绳长为L，儿童和滑环均可视为质点，滑索始终处于水平状态，不计空气阻力，重力加速度为g，以下说法正确的是（　　）