2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知集合A={x|x＜1}，B={x|3^x＜1}，则（　　）

A．A∩B={x|x＜0} B．A∪B=R C．A∪B={x|x＞1} D．A∩B=?

2．（5分）（2017?新课标Ⅰ）如图，正方形ABCD内的图形来自中国古代的太极图．正方形内切圆中的黑色部分和白色部分关于正方形的中心成中心对称．在正方形内随机取一点，则此点取自黑色部分的概率是（　　）

A．$\frac{1}{4}$ B．$\frac{\pi}{8}$ C．$\frac{1}{2}$ D．$\frac{\pi}{4}$

3．（5分）（2017?新课标Ⅰ）设有下面四个命题

p_1：若复数z满足$\frac{1}{z}$∈R，则z∈R；

p_2：若复数z满足z^2∈R，则z∈R；

p_3：若复数z_1，z_2满足z_1z_2∈R，则$z_1=\overline{z_2}$；

p_4：若复数z∈R，则$\overline{z}$∈R．

其中的真命题为（　　）

A．p_1，p_3 B．p_1，p_4 C．p_2，p_3 D．p_2，p_4

4．（5分）（2017?新课标Ⅰ）记S_n为等差数列{a_n}的前n项和．若a_4+a_5=24，S_6=48，则{a_n}的公差为（　　）

A．1 B．2 C．4 D．8

5．（5分）（2017?新课标Ⅰ）函数f（x）在（﹣∞，+∞）单调递减，且为奇函数．若f（1）=﹣1，则满足﹣1≤f（x﹣2）≤1的x的取值范围是（　　）

A．[﹣2，2] B．[﹣1，1] C．[0，4] D．[1，3]

6．（5分）（2017?新课标Ⅰ）（1+$\frac{1}{x^2}$）（1+x）^{6}展开式中x^2的系数为（　　）

A．15 B．20 C．30 D．35

7．（5分）（2017?新课标Ⅰ）某多面体的三视图如图所示，其中正视图和左视图都由正方形和等腰直角三角形组成，正方形的边长为2，俯视图为等腰直角三角形，该多面体的各个面中有若干个是梯形，这些梯形的面积之和为（　　）

A． 10 B． 12 C． 14 D． 16

8．（5分）（2017?新课标Ⅰ）如图程序框图是为了求出满足$3^n-2^n>1000$的最小偶数n，那么在和两个空白框中，可以分别填入（　　）

A．A＞1000和n=n+1 B．A＞1000和n=n+2

C．A≤1000和n=n+1 D．A≤1000和n=n+2

9．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知曲线C_1：y=cosx，C_2：y=sin（2x+$\frac{2\pi}{3}$），则下面结论正确的是（　　）

A．把C_1上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到曲线C_2

B．把C_1上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到曲线C_2

C．把C_1上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到曲线C_2

D．把C_1上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到曲线C_2

10．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知F为抛物线C：$y^2=4x$的焦点，过F作两条互相垂直的直线l_1，l_2，直线l_1与C交于A、B两点，直线l_2与C交于D、E两点，则|AB|+|DE|的最小值为（　　）

A．16 B．14 C．12 D．10

11．（5分）（2017?新课标Ⅰ）设x、y、z为正数，且$2^x=3^y=5^z$，则（　　）

A．2x＜3y＜5z B．5z＜2x＜3y C．3y＜5z＜2x D．3y＜2x＜5z

12．（5分）（2017?新课标Ⅰ）几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件．为激发大家学习数学的兴趣，他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动．这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是2^0，接下来的两项是2^0，2^1，再接下来的三项是2^0，2^1，2^2，依此类推．求满足如下条件的最小整数N：N＞100且该数列的前N项和为2的整数幂．那么该款软件的激活码是（　　）

A．440 B．330 C．220 D．110

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．

13．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为60°，|$\vec{a}$|=2，|$\vec{b}$|=1，则|$\vec{a}$+2$\vec{b}$|=_____．

14．（5分）（2017?新课标Ⅰ）设x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y\leqslant 1\\2x+y\geqslant -1\\x-y\leqslant 0\end{cases}$，则z=3x﹣2y的最小值为_____.

15．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的右顶点为A，以A为圆心，b为半径作圆A，圆A与双曲线C的一条渐近线交于M、N两点．若∠MAN=60°，则C的离心率为_____.

16．（5分）（2017?新课标Ⅰ）如图，圆形纸片的圆心为O，半径为5cm，该纸片上的等边三角形ABC的中心为O．D、E、F为圆O上的点，△DBC，△ECA，△FAB分别是以BC，CA，AB为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以BC，CA，AB为折痕折起△DBC，△ECA，△FAB，使得D、E、F重合，得到三棱锥．当△ABC的边长变化时，所得三棱锥体积（单位：cm^3）的最大值为_____.

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23题为选考题，考生根据要求作答．

17．（12分）（2017?新课标Ⅰ）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知△ABC的面积为$\frac{a^2}{3\sin A}$.

（1）求sinBsinC；

（2）若6cosBcosC=1，a=3，求△ABC的周长．

18．（12分）（2017?新课标Ⅰ）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，AB∥CD，且∠BAP=∠CDP=90°．

（1）证明：平面PAB⊥平面PAD；

（2）若PA=PD=AB=DC，∠APD=90°，求二面角A﹣PB﹣C的余弦值．

19．（12分）（2017?新课标Ⅰ）为了监控某种零件的一条生产线的生产过程，检验员每天从该生产线上随机抽取16个零件，并测量其尺寸（单位：cm）．根据长期生产经验，可以认为这条生产线正常状态下生产的零件的尺寸服从正态分布N（μ，σ^2）．

（1）假设生产状态正常，记X表示一天内抽取的16个零件中其尺寸在（μ﹣3σ，μ+3σ）之外的零件数，求P（X≥1）及X的数学期望；

（2）一天内抽检零件中，如果出现了尺寸在（$\mu-3\sigma$，$\mu+3\sigma$）之外的零件，就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查.

（ⅰ）试说明上述监控生产过程方法的合理性；

（ⅱ）下面是检验员在一天内抽取的16个零件的尺寸：

9.95	10.12	9.96	9.96	10.01	9.92	9.98	10.04
10.26	9.91	10.13	10.02	9.22	10.04	10.05	9.95

经计算得$\overline{x}=\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}x_i=9.97$，$s=\sqrt{\frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16}(x_i-\overline{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{16}(\sum_{i=1}^{16}x_i^2-16\overline{x}^2)}\approx0.212$，其中$x_i$为抽取的第$i$个零件的尺寸，$i=1$，2，…，16.

用样本平均数$\overline{x}$作为μ的估计值$\hat{\mu}$，用样本标准差s作为σ的估计值$\hat{\sigma}$，利用估计值判断是否需对当天的生产过程进行检查？剔除（$\hat{\mu}-3\hat{\sigma}$，$\hat{\mu}+3\hat{\sigma}$）之外的数据，用剩下的数据估计μ和σ（精确到0.01）.

附：若随机变量Z服从正态分布N（μ，σ^2），则P（$\mu-3\sigma<Z<\mu+3\sigma$）=0.9974，$0.9974^{16}\approx0.9592$，$\sqrt{0.008}\approx0.09$.

20．（12分）（2017?新课标Ⅰ）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），四点$P_1$（1，1），$P_2$（0，1），$P_3$（－1，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$P_4$（1，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）中恰有三点在椭圆C上.

（1）求C的方程；

（2）设直线l不经过P_2点且与C相交于A，B两点．若直线P_2A与直线P_2B的斜率的和为－1，证明：l过定点.

21．（12分）（2017?新课标Ⅰ）已知函数$f(x)=ae^{2x}+(a-2)e^x-x$.

（1）讨论f（x）的单调性；

（2）若f（x）有两个零点，求a的取值范围.

[选修4-4，坐标系与参数方程]

22．（10分）（2017?新课标Ⅰ）在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$，（θ为参数），直线l的参数方程为$\begin{cases}x=a+4t\\y=1-t\end{cases}$，（t为参数）.

（1）若a=－1，求C与l的交点坐标；

（2）若C上的点到l距离的最大值为$\sqrt{17}$，求a.

[选修4-5：不等式选讲]

23．（2017?新课标Ⅰ）已知函数$f(x)=-x^2+ax+4$，$g(x)=|x+1|+|x-1|$.

（1）当a=1时，求不等式f（x）≥g（x）的解集；

（2）若不等式f（x）≥g（x）的解集包含[－1，1]，求a的取值范围．

2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知集合A={x|x＜1}，B={x|3^x＜1}，则（　　）

A．A∩B={x|x＜0} B．A∪B=R C．A∪B={x|x＞1} D．A∩B=?

【考点】1E：交集及其运算．

【专题】11：计算题；37：集合思想；4O：定义法；5J：集合．

【分析】先分别求出集合A和B，再求出A∩B和A∪B，由此能求出结果．

【解答】解：∵集合A={x|x＜1}，

B={x|3^x＜1}={x|x＜0}，

∴A∩B={x|x＜0}，故A正确，D错误；

A∪B={x|x＜1}，故B和C都错误．

故选：A．

【点评】本题考查交集和并集求法及应用，是基础题，解题时要认真审题，注意交集、并集定义的合理运用．

2．（5分）（2017?新课标Ⅰ）如图，正方形ABCD内的图形来自中国古代的太极图．正方形内切圆中的黑色部分和白色部分关于正方形的中心成中心对称．在正方形内随机取一点，则此点取自黑色部分的概率是（　　）

A．$\frac{1}{4}$ B．$\frac{\pi}{8}$ C．$\frac{1}{2}$ D．$\frac{\pi}{4}$

【考点】CF：几何概型．

【专题】35：转化思想；4O：定义法；5I：概率与统计．

【分析】根据图象的对称性求出黑色图形的面积，结合几何概型的概率公式进行求解即可．

【解答】解：根据图象的对称性知，黑色部分为圆面积的一半，设圆的半径为1，则正方形的边长为2，

则黑色部分的面积S=$\frac{\pi}{2}$，

则对应概率$P=\frac{\frac{\pi}{2}}{4}=\frac{\pi}{8}$，

故选：B．

【点评】本题主要考查几何概型的概率计算，根据对称性求出黑色阴影部分的面积是解决本题的关键．

3．（5分）（2017?新课标Ⅰ）设有下面四个命题

p_1：若复数z满足$\frac{1}{z}$∈R，则z∈R；

p_2：若复数z满足z^2∈R，则z∈R；

p_3：若复数z_1，z_2满足z_1z_2∈R，则$z_1=\overline{z_2}$；

p_4：若复数z∈R，则$\overline{z}$∈R．

其中的真命题为（　　）

A．p_1，p_3 B．p_1，p_4 C．p_2，p_3 D．p_2，p_4

【考点】2K：命题的真假判断与应用；A1：虚数单位i、复数；A5：复数的运算．

【专题】2A：探究型；5L：简易逻辑；5N：数系的扩充和复数．

【分析】根据复数的分类，有复数性质，逐一分析给定四个命题的真假，可得答案．

【解答】解：若复数z满足$\frac{1}{z}$∈R，则z∈R，故命题p_1为真命题；

p_2：复数z=i满足$z^2=-1$∈R，则z?R，故命题p_2为假命题；

p_3：若复数$z_1=i$，$z_2=2i$满足z_1z_2∈R，但$z_1\neq\overline{z_2}$，故命题p_3为假命题；

p_4：若复数z∈R，则$\overline{z}=z$∈R，故命题p_4为真命题．

故选：B．

【点评】本题以命题的真假判断与应用为载体，考查了复数的运算，复数的分类，复数的运算性质，难度不大，属于基础题．

4．（5分）（2017?新课标Ⅰ）记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．若$a_4+a_5=24$，$S_6=48$，则$\{a_n\}$的公差为（　　）

A．1 B．2 C．4 D．8

【考点】85：等差数列的前n项和；84：等差数列的通项公式．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；54：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列通项公式及前n项和公式列出方程组，求出首项和公差，由此能求出$\{a_n\}$的公差．

【解答】解：∵S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_4+a_5=24$，$S_6=48$，

$$\therefore\begin{cases}a_1+3d+a_1+4d=24\\6a_1+\frac{6\times5}{2}d=48\end{cases},$$

解得$a_1=-2$，d=4，

∴$\{a_n\}$的公差为4．

故选：C．

【点评】本题考查等差数列的面公式的求法及应用，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质的合理运用．

5．（5分）（2017?新课标Ⅰ）函数f（x）在（﹣∞，+∞）单调递减，且为奇函数．若f（1）=﹣1，则满足﹣1≤f（x﹣2）≤1的x的取值范围是（　　）

A．[﹣2，2] B．[﹣1，1] C．[0，4] D．[1，3]

【考点】3P：抽象函数及其应用．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】由已知中函数的单调性及奇偶性，可将不等式－1≤f（x－2）≤1化为－1≤x－2≤1，解得答案．

【解答】解：∵函数f（x）为奇函数．

若f（1）=－1，则f（－1）=1，

又∵函数f（x）在（－∞，+∞）单调递减，－1≤f（x－2）≤1，

∴f（1）≤f（x－2）≤f（－1），

∴－1≤x－2≤1，

解得：x∈[1，3]，

故选：D．

【点评】本题考查的知识点是抽象函数及其应用，函数的单调性，函数的奇偶性，难度中档．

6．（5分）（2017?新课标Ⅰ）$(1+\frac{1}{x^2})(1+x)^6$展开式中x^2的系数为（　　）

A．15 B．20 C．30 D．35

【考点】DA：二项式定理．

【专题】35：转化思想；4R：转化法．

【分析】直接利用二项式定理的通项公式求解即可．

【解答】解：$(1+\frac{1}{x^2})(1+x)^6$展开式中：

若$(1+\frac{1}{x^2})=(1+x^{-2})$提供常数项1，则$(1+x)^6$提供含有$x^2$的项，可得展开式中$x^2$的系数：

若$(1+\frac{1}{x^2})$提供x^{-2}项，则$(1+x)^6$提供含有x^4的项，可得展开式中x^2的系数：

由$(1+x)^6$通项公式可得$C_6^r x^r$．

可知r=2时，可得展开式中x^2的系数为$C_6^2=15$．

可知r=4时，可得展开式中x^2的系数为$C_6^4=15$．

（$1+\frac{1}{x^2}$）（1+x）^{6}展开式中x^2的系数为：15+15=30．

故选：C．

【点评】本题主要考查二项式定理的知识点，通项公式的灵活运用．属于基础题．

7．（5分）（2017?新课标Ⅰ）某多面体的三视图如图所示，其中正视图和左视图都由正方形和等腰直角三角形组成，正方形的边长为2，俯视图为等腰直角三角形，该多面体的各个面中有若干个是梯形，这些梯形的面积之和为（　　）

A．10 B．12 C．14 D．16

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；31：数形结合；44：数形结合法；5Q：立体几何．

【分析】由三视图可得直观图，由图形可知该立体图中只有两个相同的梯形的面，根据梯形的面积公式计算即可

【解答】解：由三视图可画出直观图，

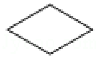
该立体图中只有两个相同的梯形的面，

$S_{梯形}=\frac{1}{2}\times2\times（2+4）=6$，

∴这些梯形的面积之和为$6\times2=12$，

故选：B．

【点评】本题考查了体积计算公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

8．（5分）（2017?新课标Ⅰ）如图程序框图是为了求出满足$3^n-2^n>1000$的最小偶数n，那么在和两个空白框中，可以分别填入（　　）

A．A＞1000和n=n+1 B．A＞1000和n=n+2

C．A≤1000和n=n+1 D．A≤1000和n=n+2

【考点】EF：程序框图．

【专题】11：计算题；38：对应思想；49：综合法；5K：算法和程序框图．

【分析】通过要求A＞1000时输出且框图中在“否”时输出确定“”内不能输入“A＞1000”，进而通过偶数的特征确定n=n+2．

【解答】解：因为要求A＞1000时输出，且框图中在“否”时输出，

所以“”内不能输入“A＞1000”，

又要求n为偶数，且n的初始值为0，

所以“”中n依次加2可保证其为偶数，

所以D选项满足要求，

故选：D．

【点评】本题考查程序框图，属于基础题，意在让大部分考生得分．

9．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知曲线C_1：y=cosx，C_2：$y=\sin（2x+\frac{2\pi}{3}）$，则下面结论正确的是（　　）

A．把C_1上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到曲线C_2

B．把C_1上各点的横坐标伸长到原来的2倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到曲线C_2

C．把C_1上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，得到曲线C_2

D．把C_1上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，再把得到的曲线向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到曲线C_2

【考点】HJ：函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换．

【专题】11：计算题；35：转化思想；57：三角函数的图像与性质．

【分析】利用三角函数的伸缩变换以及平移变换转化求解即可．

【解答】解：把C_1上各点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$倍，纵坐标不变，得到函数y=cos2x图象，再把得到的曲线向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到函数$y=\cos2(x+\frac{\pi}{12})=\cos(2x+\frac{\pi}{6})=\sin(2x+\frac{2\pi}{3})$的图象，即曲线$C_2$，

故选：D.

【点评】本题考查三角函数的图象变换，诱导公式的应用，考查计算能力.

10．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知F为抛物线C：$y^2=4x$的焦点，过F作两条互相垂直的直线l_1，l_2，直线l_1与C交于A、B两点，直线l_2与C交于D、E两点，则|AB|+|DE|的最小值为（　　）

A．16 B．14 C．12 D．10

【考点】K8：抛物线的性质.

【专题】11：计算题；34：方程思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】方法一：根据题意可判断当A与D，B，E关于x轴对称，即直线DE的斜率为1，|AB|+|DE|最小，根据弦长公式计算即可.

方法二：设直线l_1的倾斜角为θ，则l_2的倾斜角为$\frac{\pi}{2}+\theta$，利用焦点弦的弦长公式分别表示出|AB|，|DE|，整理求得答案

【解答】解：如图，$l_1\perp l_2$，直线l_1与C交于A、B两点，

直线l_2与C交于D、E两点，

要使|AB|+|DE|最小，

则A与D，B，E关于x轴对称，即直线DE的斜率为1，

又直线l_2过点（1，0），

则直线l_2的方程为y=x﹣1，

联立方程组$\begin{cases}y^2=4x\\y=x-1\end{cases}$，则$y^2-4y-4=0$，

∴$y_1+y_2=4$，$y_1y_2=-4$，

∴$|DE|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}?|y_1-y_2|=\sqrt{2}\times\sqrt{32}=8$，

∴|AB|+|DE|的最小值为2|DE|=16，

方法二：设直线l_1的倾斜角为θ，则l_2的倾斜角为$\frac{\pi}{2}+\theta$，

根据焦点弦长公式可得$|AB|=\frac{2p}{\sin^2\theta}=\frac{4}{\sin^2\theta}$

$|DE|=\frac{2p}{\sin^2(\frac{\pi}{2}+\theta)}=\frac{2p}{\cos^2\theta}=\frac{4}{\cos^2\theta}$

$\therefore |AB|+|DE|=\frac{4}{\sin^2\theta}+\frac{4}{\cos^2\theta}=\frac{4}{\sin^2\theta\cos^2\theta}=\frac{16}{\sin^2 2\theta}$，

$\because 0<\sin^2 2\theta\le 1$，

∴当$\theta=45°$时，$|AB|+|DE|$的最小，最小为16，

故选：A.

【点评】本题考查了抛物线的简单性质以及直线和抛物线的位置关系，弦长公式，对于过焦点的弦，能熟练掌握相关的结论，解决问题事半功倍属于中档题.

11．（5分）（2017?新课标Ⅰ）设x、y、z为正数，且$2^x=3^y=5^z$，则（　　）

A．2x＜3y＜5z B．5z＜2x＜3y C．3y＜5z＜2x D．3y＜2x＜5z

【考点】72：不等式比较大小．

【专题】35：转化思想；51：函数的性质及应用；59：不等式的解法及应用．

【分析】x、y、z为正数，令$2^x=3^y=5^z=k>1$．$\lg k>0$．可得$x=\frac{\lg k}{\lg 2}$，$y=\frac{\lg k}{\lg 3}$，$z=\frac{\lg k}{\lg 5}$．可得$3y=\frac{\lg k}{\lg\sqrt[3]{3}}$，$2x=\frac{\lg k}{\lg\sqrt{2}}$，$5z=\frac{\lg k}{\lg\sqrt[5]{5}}$．根据$\sqrt[3]{3}=\sqrt[6]{9}>\sqrt[6]{8}=\sqrt{2}$，$\sqrt{2}=\sqrt[10]{32}>\sqrt[10]{25}=\sqrt[5]{5}$．即可得出大小关系．

另解：x、y、z为正数，令$2^x=3^y=5^z=k>1$．$\lg k>0$．可得$x=\frac{\lg k}{\lg 2}$，$y=\frac{\lg k}{\lg 3}$，$z=\frac{\lg k}{\lg 5}$．$\frac{2x}{3y}=\frac{2}{3}\times\frac{\lg 3}{\lg 2}=\frac{\lg 9}{\lg 8}>1$，可得$2x>3y$，同理可得$5z>2x$．

【解答】解：x、y、z为正数，

令$2^x=3^y=5^z=k>1$．$\lg k>0$．

则$x=\frac{\lg k}{\lg 2}$，$y=\frac{\lg k}{\lg 3}$，$z=\frac{\lg k}{\lg 5}$．

$\therefore 3y=\frac{\lg k}{\lg\sqrt[3]{3}}$，$2x=\frac{\lg k}{\lg\sqrt{2}}$，$5z=\frac{\lg k}{\lg\sqrt[5]{5}}$．

$\because \sqrt[3]{3}=\sqrt[6]{9}>\sqrt[6]{8}=\sqrt{2}$，$\sqrt{2}=\sqrt[10]{32}>\sqrt[10]{25}=\sqrt[5]{5}$．

$\therefore \lg\sqrt[3]{3}>\lg\sqrt{2}>\lg\sqrt[5]{5}>0$．

$\therefore 3y<2x<5z$．

另解：x、y、z为正数，

令$2^x=3^y=5^z=k>1$．$\lg k>0$．

则$x=\frac{\lg k}{\lg 2}$，$y=\frac{\lg k}{\lg 3}$，$z=\frac{\lg k}{\lg 5}$．

$\therefore \frac{2x}{3y}=\frac{2}{3}\times\frac{\lg 3}{\lg 2}=\frac{\lg 9}{\lg 8}>1$，可得$2x>3y$，

$\frac{5z}{2x}=\frac{5}{2}\times\frac{\lg 2}{\lg 5}=\frac{\lg 2^5}{\lg 5^2}>1$．可得$5z>2x$．

综上可得：$5z>2x>3y$．

解法三：对k取特殊值，也可以比较出大小关系．

故选：D．

【点评】本题考查了对数函数的单调性、换底公式、不等式的性质，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

12．（5分）（2017?新课标Ⅰ）几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件．为激发大家学习数学的兴趣，他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动．这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是2^0，接下来的两项是2^0，2^1，再接下来的三项是2^0，2^1，2^2，依此类推．求满足如下条件的最小整数N：N＞100且该数列的前N项和为2的整数幂．那么该款软件的激活码是（　　）

A．440 B．330 C．220 D．110

【考点】8E：数列的求和．

【专题】35：转化思想；4R：转化法；54：等差数列与等比数列．

【分析】方法一：由数列的性质，求得数列$\{b_n\}$的通项公式及前n项和，可知当N为$\frac{n(n+1)}{2}$时（$n\in N_+$），数列$\{a_n\}$的前N项和为数列$\{b_n\}$的前n项和，即为$2^{n+1}-n-2$，容易得到$N>100$时，$n\geq 14$，分别判断，即可求得该款软件的激活码；

方法二：由题意求得数列的每一项，及前n项和$S_n=2^{n+1}-2-n$，及项数，由题意可知：2^{n+1}为2的整数幂．只需将$-2-n$消去即可，分别即可求得N的值．

【解答】解：设该数列为$\{a_n\}$，设$b_n=a_{\frac{(n-1)n}{2}+1}+\ldots+a_{\frac{n(n+1)}{2}}=2^{n+1}-1$，（$n\in N_+$），则$\sum_{i=1}^{n}b_i=\sum_{i=1}^{\frac{n(n+1)}{2}}a_i$，

由题意可设数列$\{a_n\}$的前N项和为S_N，数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，则$T_n=2^1-1+2^2-1+\ldots+2^{n+1}-1=2^{n+1}-n-2$，

可知当N为$\frac{n(n+1)}{2}$时（$n\in N_+$），数列$\{a_n\}$的前N项和为数列$\{b_n\}$的前n项和，即为$2^{n+1}-n-2$，

容易得到$N>100$时，$n\geq 14$，

A项，由$\frac{29\times 30}{2}=435$，$440=435+5$，可知$S_{440}=T_{29}+b_5=2^{30}-29-2+2^5-1=2^{30}$，故A项符合题意．

B项，仿上可知$\frac{25\times 26}{2}=325$，可知$S_{330}=T_{25}+b_5=2^{26}-25-2+2^5-1=2^{26}+4$，显然不为2的整数幂，故B项不符合题意．

C项，仿上可知$\frac{20\times 21}{2}=210$，可知$S_{220}=T_{20}+b_{10}=2^{21}-20-2+2^{10}-1=2^{21}+2^{10}-23$，显然不为2的整数幂，故C项不符合题意．

D项，仿上可知$\frac{14\times 15}{2}=105$，可知$S_{110}=T_{14}+b_5=2^{15}-14-2+2^5-1=2^{15}+15$，显然不为2的整数幂，故D项不符合题意．

故选A．

方法二：由题意可知：$\underbrace{2^0}_{第一项}$，$\underbrace{2^0,\ 2^1}_{第二项}$，$\underbrace{2^0,\ 2^1,\ 2^2}_{第三项}$，$\ldots\underbrace{2^0,\ 2^1,\ 2^2,\ \cdots,\ 2^{n-1}}_{第n项}$，

根据等比数列前n项和公式，求得每项和分别为：2^1-1，2^2-1，2^3-1，…，2^n-1，

每项含有的项数为：1，2，3，…，n，

总共的项数为$N=1+2+3+\ldots+n=\frac{(1+n)n}{2}$，

所有项数的和为S_n：$2^1-1+2^2-1+2^3-1+\ldots+2^n-1=(2^1+2^2+2^3+\ldots+2^n)-n=\frac{2(1-2^n)}{1-2}-n=2^{n+1}-2-n$，

由题意可知：2^{n+1}为2的整数幂．只需将$-2-n$消去即可，

则①1+2+（﹣2﹣n）=0，解得：n=1，总共有$\frac{(1+1)\times 1}{2}$+2=3，不满足N＞100，

②1+2+4+（﹣2﹣n）=0，解得：n=5，总共有$\frac{(1+5)\times 5}{2}$+3=18，不满足N＞100，

③1+2+4+8+（﹣2﹣n）=0，解得：n=13，总共有$\frac{(1+13)\times 13}{2}$+4=95，不满足N＞100，

④1+2+4+8+16+（﹣2﹣n）=0，解得：n=29，总共有$\frac{(1+29)\times 29}{2}$+5=440，满足N＞100，

∴该款软件的激活码440.

故选：A.

【点评】本题考查数列的应用，等差数列与等比数列的前n项和，考查计算能力，属于难题.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13．（5分）（2017?新课标Ⅰ）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为60°，|$\vec{a}$|=2，|$\vec{b}$|=1，则|$\vec{a}$+2$\vec{b}$|=__$2\sqrt{3}$__.

【考点】9P：平面向量数量积的坐标表示、模、夹角.

【专题】31：数形结合；4O：定义法；5A：平面向量及应用.

【分析】根据平面向量的数量积求出模长即可.

【解答】解：【解法一】向量$\vec{a}$，$\vec{b}$的夹角为60°，且|$\vec{a}$|=2，|$\vec{b}$|=1，

∴$(\vec{a}+2\vec{b})^2=\vec{a}^2+4\vec{a}?\vec{b}+4\vec{b}^2$

$=2^2+4\times2\times1\times\cos60°+4\times1^2$

=12，

∴|$\vec{a}$+2$\vec{b}$|=$2\sqrt{3}$.

【解法二】根据题意画出图形，如图所示；

结合图形$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\vec{a}+2\vec{b}$；

在△OAC中，由余弦定理得

$|\overrightarrow{OC}|=\sqrt{2^2+2^2-2\times2\times2\times\cos120°}=2\sqrt{3}$，

即|$\vec{a}$+2$\vec{b}$|=$2\sqrt{3}$.

故答案为：$2\sqrt{3}$.