

【赢在中考·黄金8卷】备战2023年中考数学全真模拟卷

(重庆专用)

第四模拟

(本卷满分150分, 考试时间为120分钟)

参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴为

$$x = -\frac{b}{2a}$$

一、选择题(本大题共10个小题, 每小题4分, 共40分. 每小题给出的四个选项中只有一个选项是最符合题意的)

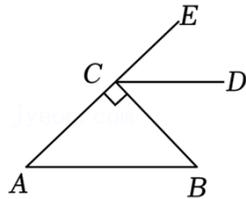
1. 下列各数中比 $-\frac{5}{4}$ 小的数是 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

2. 下列图形既是轴对称又是中心对称图形的是 ()



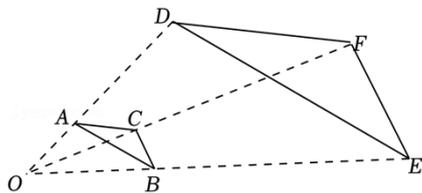
3. 如图, $BC \perp AE$, 垂足为 C , 过 C 作 $CD \parallel AB$. 若 $\angle ECD = 43^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()



- A. 43° B. 45° C. 47° D. 57°

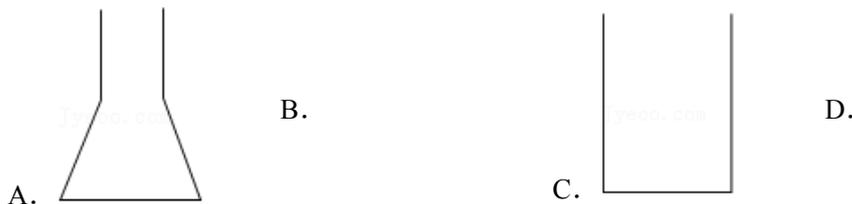
4. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似, 点 O 为位似中心, $\triangle ABC$ 面积为1, $\triangle DEF$ 面积为

9, 则 $\frac{OC}{CF}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 2

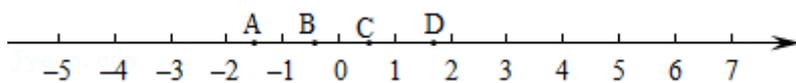
5. 有一个倒水的容器，由悬在它上面的一条水管匀速地向里面注水，最后把容器注满，在注水过程中，水面高度 y 随时间 t 的变化情况如图，图中 PQ 为线段，则这个容器可能是 ()



6. 下列四个命题说法正确的是 ()

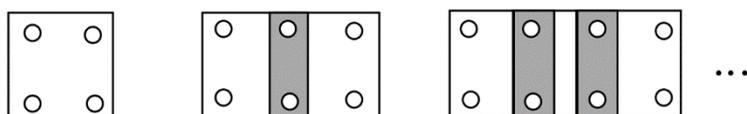
- A. 一组对角相等的平行四边形是矩形
- B. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
- C. 顺次连结菱形四边中点得到的四边形是矩形
- D. 平行四边形既是轴对称图形又是中心对称图形

7. 如图，数轴上的点可以近似的表示 $(\sqrt{20}-5) \div \sqrt{5}$ 的值的是 ()



- A. 点 A
- B. 点 B
- C. 点 C
- D. 点 D

8. 学校举办图画展览，需要依次把图画作品横着钉成一排（如图所示），图中圆点表示图钉，照这样的规律，当需要的图钉颗数为 2022 颗时，则所钉图画作品的数量为 ()



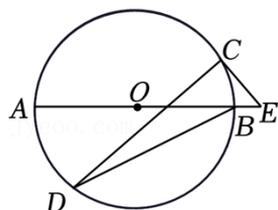
钉1张图画

钉2张图画

钉3张图画

- A. 1011 张
- B. 1010 张
- C. 1009 张
- D. 1012 张

9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 是 $\odot O$ 上的点， $\angle CDB = 15^\circ$ ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E ，若 $OE = 4$ ，则 $\odot O$ 的半径为 ()



- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

10. 已知两个多项式 $M = a^2 + a + 1$, $N = a^2 - a + 1$,

①若 $2N - M = 5$ 时, 则有 $a = -1$ 或 4 ;

②若 a 为整数, 且 $\frac{2N}{M - N + 4}$ 为整数, 则 $a = -1$ 或 5 ;

③当 $a \neq 0$ 时, 若 $\frac{M - N}{N} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{3a^2}{a^4 - 5a^2 + 1} = \frac{1}{4}$;

④若当式子 $M + ma$ 中 a 取值为 $2n^2$ 与 $3n - 2$ 时, 对应的值相等, 则 m 的最大值为 $\frac{17}{8}$.

以上结论正确的个数是 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将每小题的答案直接填在每题对应的横线上.

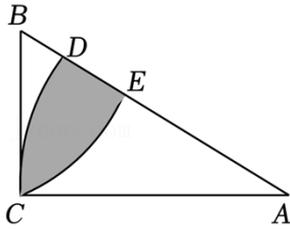
11. 计算: $\sin 30^\circ + |\sqrt{3} - 1| + (\pi - 4)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 正 n 边形的一个内角等于 144° , 则边数 n 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

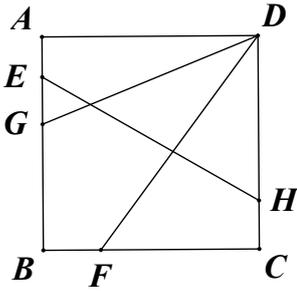
13. 已知代数式 $x^2 + x + 6$ 的值是 7, 则代数式 $x^3 + 2x^2 + 17$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 周末小张和小王去同一个公园跑步, 这个公园有 A, B, C 三个入口, 则他们从同一个入口进入公园的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AC = 6$, 以点 A 为圆心, AC 为半径画弧交 AB 于点 D , 以点 B 为圆心, BC 为半径画弧交 AB 于点 E , 则图中阴影部分的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (结果保留 π).



16. 如图， E 、 F 、 H 分别为正方形 $ABCD$ 的边 AB 、 BC 、 CD 上的点，连接 DF ， HE ，且 $HE = DF$ ， DG 平分 $\angle ADF$ 交 AB 于点 G ，若 $\angle BEH = 52^\circ$ ，则 $\angle AGD$ 的度数为_____.



17. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-a < 0 \\ \frac{x+4}{2} - 1 \geq \frac{x+1}{3} \end{cases}$ 有解，且关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x-1} + 1 = \frac{x}{1-x}$

的解为非负整数，则满足条件的整数 a 的值的和为_____.

18. 若一个四位正整数 \overline{abcd} 满足 $a+c=b+d$ ，我们就称该数是“交替数”，则最小的“交替数”是_____；若一个“交替数” m 满足千位数字与百位数字的平方差是15，且十位数字与个位数字的和能被5整除，则满足条件的“交替数” m 的最大值为_____.

三、解答题（本大题共8个小题，19、20题每小题8分，21-25题每小题10分，26题12分，共78分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，画出必要的图形（包括辅助线）.

19. 计算：

$$(1) (m+4)(m-4) + m(6-m); \quad (2) \frac{2x^2-x}{x^2-2x+1} \div \left(x-1 - \frac{x^2}{x-1} \right).$$

20. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上，连接 AE .

(1) 用尺规完成以下基本作图：过点 D 作 AE 的垂线，分别与 AB 、 AE 交于点 F 、 G ；（不写作法和证明，保留作图痕迹）

(2) 在(1)所作的图形中，求证： $AE = DF$.（请补全下面的证明过程）

证明： \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle ABC = \angle BAD = 90^\circ, AB = AD.$$

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle DAE = 90^\circ.$$

$$\therefore DF \perp AE,$$

$$\therefore \angle AGD = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}} + \angle DAE = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle BAE + \angle DAE = 90^\circ,$$

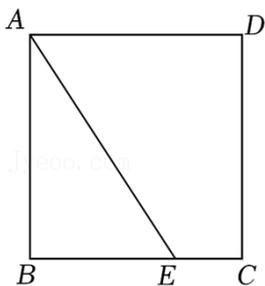
$$\therefore \underline{\hspace{2cm}}.$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DAF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABE = \angle DAF \\ (\hspace{2cm}), \\ \angle BAE = \angle ADF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DAF (\text{ASA}).$$

$$\therefore AE = DF.$$



21. 为加强量子学生对古诗词的学习与掌握, 我校组织七、八年级学生开展了“漫游诗海, 牵手古今”古诗词知识竞赛 (满分 100 分, 其中 A 组: $50 \leq x < 60$; B 组: $60 \leq x < 70$; C 组: $70 \leq x < 80$; D 组: $80 \leq x < 90$; E 组: $90 \leq x \leq 100$), 竞赛成绩在 80 分及以上的为优秀. 测试完成后, 为了解本校学生的掌握情况, 在七年级随机抽取了 10 名学生的测试成绩, 八年级随机抽取了 20 名学生的测试成绩, 对数据进行整理分析, 得到了下列信息:

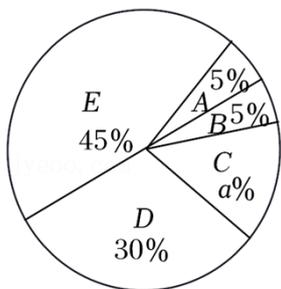
七年级 10 名学生测试成绩统计如下：60，70，70，80，80，85，90，90，90，100；

八年级 20 名学生测试成绩中，D 组的成绩如下：80，80，85，85，85，88；

年级	平均数	中位数	众数	优秀率
七年级	81.5	82.5	c	70%
八年级	81.5	b	85	75%

请根据所给信息，解答下列问题：

- 根据以上信息可以求出： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- 若本校七年级有 400 人，且规定 80 分及以上的学生为“古诗词小达人”，请估计该校七年级参加此次知识竞赛的学生中为“古诗词小达人”的学生人数？
- 结合以上的数据分析，针对本次古诗词知识竞赛你认为七年级与八年级中，哪个年级对古诗词知识掌握得更好？请说明理由（一条理由即可）。



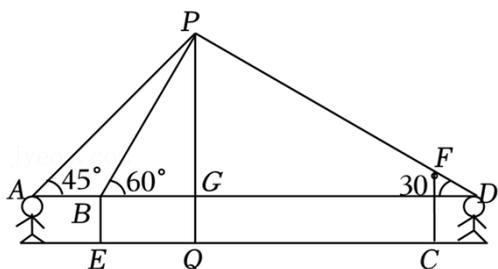
22. 在全民抗击“新冠肺炎”战役中，某药品公司接到生产 1500 万盒“连花清瘟胶囊”的任务，马上设置了 A、B 两个药品生产车间。试产时，A 生产车间的日生产数量是 B 生产车间日生产数量的 3 倍，各生产 90 万盒，A 比 B 少用了 2 天。

- 求 A、B 两生产车间的日生产数量各是多少？
- 若 A、B 两生产车间每天的运行成本分别是 1 万元和 0.5 万元，要使完成这批任务总运行成本不超过 20 万元，则最多可安排 B 生产车间生产多少天？

23. 黄葛树是重庆的市树，走在重庆的大街小巷，总能看到它巨大的身影。某天学校九年级某班的两名同学小语和小航在校园的操场边看见一颗特别高大的黄葛树，他们便准备测量这颗黄葛树的高度。如图小宇在点 A 处观测到黄葛树最高点 P 的仰角为 45° ，再沿正对黄葛树的方向前进 6m 至 B 处测得最高点 P 的仰角为 60° ，小航先在点 C 处竖立一根长为 2.6m 标杆 FC，再后退至其眼睛所在位置点 D、标杆顶 F、最高点 P 在一条直线上，此时测得最高点 P 的仰角为 30° ，已知两人身高均为 1.6m（头顶到眼睛的距离忽略不计）。

- 求黄葛树 PQ 的高度。（结果保留一位小数）；（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）

(2) 测量结束时小宇站在点 E 处，小航在点 C 处，两人相约在树下 Q 点见面，小宇的速度为 1.5m/s ，小航速度是其 2 倍，你认为谁先到达 Q 点？请说明理由。



24. 如图 1，在 $Rt\triangle ABC$ 中， D 为 AB 的中点， P 是 BC 边上一动点，连接 PD ， PA 。若

$BC = 4$ ， $AC = 3$ ，设 $PC = x$ （当点 P 与点 C 重合时， x 为 0）， $PA + PD = y$ 。

小明根据学习函数的经验，对函数 y 随自变量 x 的变化而变化的规律进行了探究。

下面是小明的探究过程，请补充完整。

(1) 通过取点、画图、计算，得到了 x 与 y 的几组值，如下表：

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
y	5.5	5.15	—	4.94	5.1	5.5	—	6.7	7.5

说明：补全表格时，相关数值保留一位小数。

(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{10} \approx 3.162$, $\sqrt{13} \approx 3.606$)

(2) 如图 2, 描出剩余的点, 并用光滑的曲线画出该函数的图象.

(3) 观察图象, 下列结论正确的有 _____.

- ① 函数有最小值, 没有最大值
- ② 函数有最小值, 也有最大值
- ③ 当 $x > \frac{4}{3}$ 时, y 随着 x 的增大而增大
- ④ 当 $y > 5.5$ 时, x 的取值范围是 $x > 2.5$

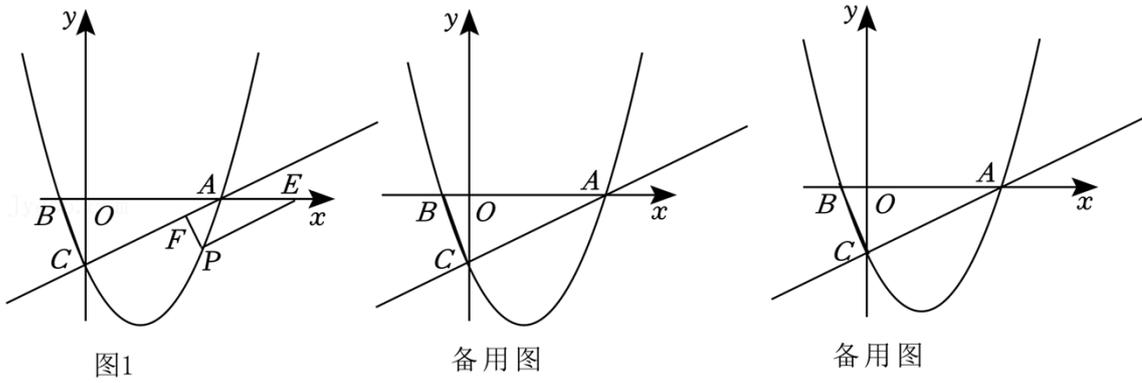
25. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 x 轴交于点 $A(6, 0)$,

$B(-1, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 连接 BC , 过点 A 、 C 作直线 AC .

(1) 求抛物线的函数解析式.

(2) 点 P 为直线 AC 下方抛物线上一动点, 过点 P 作 $PF \perp AC$ 交 AC 于点 F , 过点 P 作 $PE \parallel AC$ 交 x 轴于点 E , 求 $AE + PF$ 的最大值及此时点 P 的坐标.

(3) 在 (2) 问的条件下, 将抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 沿射线 CB 方向平移 $\sqrt{10}$ 个单位长度得到新抛物线 y' , 新抛物线 y' 与原抛物线交于点 M ; 连接 CP , 把线段 CP 沿直线 AC 平移, 记平移后的线段为 $C'P'$, 当以 C' 、 P' 、 M 为顶点的三角形是等腰三角形时, 请直接写出所有符合条件的 P' 点的坐标.



26. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中，点 D 为 BC 中点，点 E 为线段 AC 上一动点，连接 DE ，以点 D 为旋转中心，旋转线段 DE 得到线段 DF ，旋转角为 $\angle EDF$ ，连接 BF 。

(1) 如图1，若 $\angle EDF = 60^\circ$ ， $BF \perp BD$ ， $EC = 3$ ，求 $S_{\triangle BDF}$ ；

(2) 如图2，若 $\angle EDF = 90^\circ$ ，点 G 在 AB 上，连接 FG 、 CG 、 BE ， CG 、 BE 交于点 H ， $\angle DEC + \angle DFB = \angle EHC = 60^\circ$ ，求证： $FG = \sqrt{2}AE$ ；

(3) 如图3，点 K 为等边 $\triangle ABC$ 外一点，连接 BK 、 CK ，点 T 为 BK 上一动点，连接 CT ，若 $\angle BKC = \angle BAC = 60^\circ$ ， $CK = 2BT$ ， $BC = 6$ 。当 CT 取得最小值时，将 $\triangle TBC$ 沿着 BC 翻折到同一平面内得到 $\triangle T'BC$ ，求点 T' 到 CT 的距离。

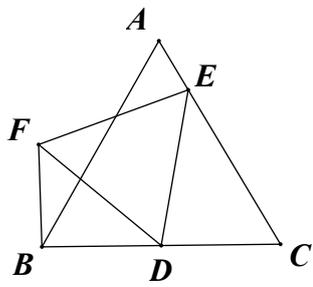


图1

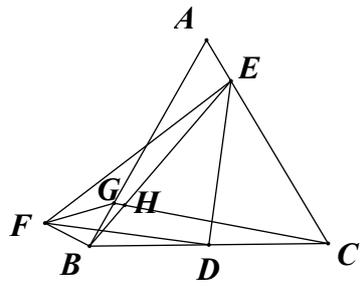


图2

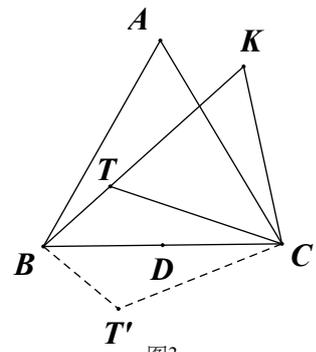


图3

【赢在中考·黄金8卷】备战2023年中考数学全真模拟卷
(重庆专用)
第四模拟

(本卷满分150分, 考试时间为120分钟)

参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a})$, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$.

一、选择题(本大题共10个小题, 每小题4分, 共40分. 每小题给出的四个选项中只有一个选项是最符合题意的)

1. 下列各数中比 $-\frac{5}{4}$ 小的数是 ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

【答案】D

【分析】正数 $> 0 >$ 负数; 两个负数比较大小, 绝对值大的反而小, 据此解答即可.

【详解】解: $\because |-2| = 2, |-\frac{5}{4}| = \frac{5}{4}, |-1| = 1, 2 > \frac{5}{4} > 1,$

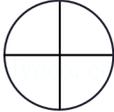
$\therefore -2 < -\frac{5}{4} < -1 < 0 < 1,$

所以其中比 $-\frac{5}{4}$ 小的数是 -2 .

故选: D.

【点睛】本题考查了有理数的比较大小, 解题时注意负数的比较大小, 绝对值大的反而小.

2. 下列图形既是轴对称又是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念判断即可.

【详解】解: A、是轴对称图形, 也是中心对称图形, 符合题意;

B、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 不符合题意;

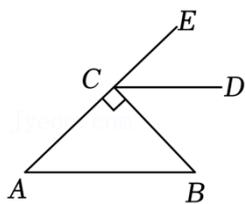
C、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 不符合题意;

D、是轴对称图形, 不是中心对称图形, 不符合题意;

故选: A.

【点睛】本题考查的是中心对称图形与轴对称图形的概念, 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180° 后两部分重合.

3. 如图, $BC \perp AE$, 垂足为 C , 过 C 作 $CD \parallel AB$. 若 $\angle ECD = 43^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是 ()



- A. 43° B. 45° C. 47° D. 57°

【答案】 C

【分析】 根据平行线的性质可得 $\angle A = \angle ECD = 43^\circ$, 再利用直角三角形的两锐角互余即可求得 $\angle B$ 的度数.

【详解】 解: $\because CD \parallel AB$, $\angle ECD = 43^\circ$,

$$\therefore \angle A = \angle ECD = 43^\circ,$$

$$\because BC \perp AE,$$

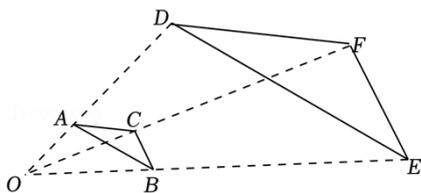
$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 43^\circ = 47^\circ.$$

故选: C.

【点睛】 本题考查了平行线的性质及直角三角形两锐角互余的性质, 熟练运用性质是解决问题的关键.

4. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似, 点 O 为位似中心, $\triangle ABC$ 面积为 1, $\triangle DEF$ 面积为 9, 则 $\frac{OC}{CF}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. 2

【答案】 B

【分析】 根据位似图形的概念得到 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $BC \parallel EF$, 根据相似三角形的面积比等于相似比的平方得到 $\frac{BC}{EF} = \frac{1}{3}$, 再根据相似三角形的性质计算即可.

【详解】 解: $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似,

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF, BC \parallel EF,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 面积为 } 1, \triangle DEF \text{ 面积为 } 9,$$

$$\therefore \frac{BC}{EF} = \frac{1}{3},$$

$$\because BC \parallel EF,$$

$$\therefore \triangle OBC \sim \triangle OEF,$$

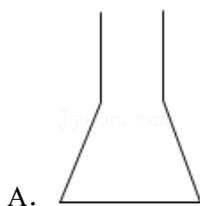
$$\therefore \frac{OC}{OF} = \frac{BC}{EF} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{OC}{CF} = \frac{1}{2},$$

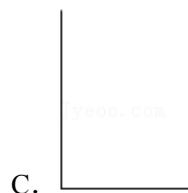
故选：B.

【点睛】 本题考查的是位似变换、相似三角形的性质，掌握相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

5. 有一个倒水的容器，由悬在它上面的一条水管匀速地向里面注水，最后把容器注满，在注水过程中，水面高度 y 随时间 t 的变化情况如图，图中 PQ 为线段，则这个容器可能是 ()



B.



D.

【答案】 A

【分析】 观察函数图象可知，水位高度上升先慢后快， PQ 为一线段，说明容器的横截面先大后小，最后一段横截面不变.

【详解】 解：由函数图象可知，容器的横截面从下到上先大后小，最后一段横截面不变.
故选：A.

【点睛】 本题主要考查了函数图象的读图能力和函数与实际问题结合的应用. 要能根据函数图象的性质和图象上的数据分析得出函数的类型和所需要的条件，结合实际意义得到正确的结论.

6. 下列四个命题说法正确的是 ()

- A. 一组对角相等的平行四边形是矩形
- B. 对角线互相垂直且相等的四边形是正方形
- C. 顺次连结菱形四边中点得到的四边形是矩形
- D. 平行四边形既是轴对称图形又是中心对称图形

【答案】 C

【分析】 根据矩形、正方形、轴对称图形、中心对称图形的判定得出答案即可.

【详解】解：A. 一组对角相等的平行四边形不一定是矩形，有可能是菱形，故此命题说法不正确，是假命题，故此选项错误；

B. 根据对角线互相垂直、互相平分且相等的四边形是正方形，故此命题是假命题，故此选项错误；

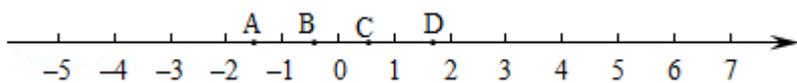
C. 顺次连接菱形四边中点得到的四边形是矩形，故此命题是真命题，故此选项正确；

D. 平行四边形不是轴对称图形是中心对称图形，故此命题是假命题，故此选项错误。

故选：C.

【点睛】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题。判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理。

7. 如图，数轴上的点可以近似的表示 $(\sqrt{20}-5)\div\sqrt{5}$ 的值的是 ()



A. 点 A

B. 点 B

C. 点 C

D. 点 D

【答案】B

【分析】直接利用二次根式的混合运算法则化简，进而利用估算无理数的大小方法得出答案。

【详解】解：原式 $=\sqrt{20}\div\sqrt{5}-5\div\sqrt{5}=2-\sqrt{5}$ ，

$\therefore 2<\sqrt{5}<3$ ，

$\therefore -3<-\sqrt{5}<-2$ ，

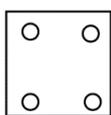
$\therefore -1<2-\sqrt{5}<0$

\therefore 数轴上的点可以近似的表示 $(\sqrt{20}-5)\div\sqrt{5}$ 的值的是 B.

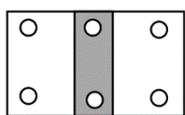
故选：B.

【点睛】此题主要考查了二次根式的混合运算以及实数与数轴，正确掌握相关运算法则是解题关键。

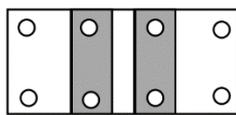
8. 学校举办图画展览，需要依次把图画作品横着钉成一排（如图所示），图中圆点表示图钉，照这样的规律，当需要的图钉颗数为 2022 颗时，则所钉图画作品的数量为 ()



钉1张图画



钉2张图画



钉3张图画

...

A. 1011 张

B. 1010 张

C. 1009 张

D. 1012 张

【答案】B

【分析】根据图示，1 张画需要图钉：4 个；2 张画需要图钉： $4+2\times 1=6$ （个）；3

张画需要图钉： $4+2\times 2=8$ （个）；……；可得 n 张画需要图钉： $4+2(n-1)=(2n+2)$ 个。再运用规律解答即可。

【详解】解： \because 1 张画需要图钉：4 个；

2 张画需要图钉： $4+2\times 1=6$ （个）；

3 张画需要图钉： $4+2\times 2=8$ （个）；

…，

$\therefore n$ 张画需要图钉： $4+2(n-1)=(2n+2)$ 个；

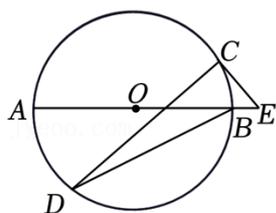
\therefore 当需要的图钉颗数为 2022 颗时， $2n+2=2022$ ，

解得： $n=1010$ ，

故选：B。

【点睛】本题考查了图形的变化类问题，解一元一次方程，掌握探究规律的方法是解题的关键。

9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 是 $\odot O$ 上的点， $\angle CDB=15^\circ$ ，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E ，若 $OE=4$ ，则 $\odot O$ 的半径为（ ）



A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】C

【分析】连接 OC ，根据圆周角定理得到 $\angle COB$ ，根据切线的性质得到 $OC \perp CE$ ，根据余弦的定义计算，得到答案。

【详解】解：连接 OC ，

$\because \angle CDB=15^\circ$ ，

$\therefore \angle COB=2\angle CDB=30^\circ$ ，

$\because CE$ 为 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OC \perp CE$ ，

$\therefore OC = OE \cdot \cos \angle COB = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ ，

故选：C。

【点睛】 本题考查的是切线的性质、圆周角定理、解直角三角形，掌握圆的切线垂直于过切点的半径是解题的关键。

10. 已知两个多项式 $M = a^2 + a + 1$, $N = a^2 - a + 1$,

①若 $2N - M = 5$ 时, 则有 $a = -1$ 或 4 ;

②若 a 为整数, 且 $\frac{2N}{M - N + 4}$ 为整数, 则 $a = -1$ 或 5 ;

③当 $a \neq 0$ 时, 若 $\frac{M - N}{N} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{3a^2}{a^4 - 5a^2 + 1} = \frac{1}{4}$;

④若当式子 $M + ma$ 中 a 取值为 $2n^2$ 与 $3n - 2$ 时, 对应的值相等, 则 m 的最大值为 $\frac{17}{8}$.

以上结论正确的个数是 ()

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】 C

【分析】 根据整式、分式的运算法则进行化简, 并运用函数思想对每个选项进行逐一判断即可得出结论.

【详解】 解: ① $\because 2N - M = 5$,

$$\therefore 2a^2 - 2a + 2 - a^2 - a - 1 = 5,$$

$$\therefore a^2 - 3a - 4 = 0,$$

$$\therefore a = -1 \text{ 或 } 4,$$

\therefore ①的结论正确;

$$\begin{aligned} \text{② } \frac{2N}{M - N + 4} &= \frac{2a^2 - 2a + 2}{2a + 4} = \frac{a^2 - a + 1}{a + 2} = \frac{a(a + 2) - 3a + 1}{a + 2} \\ &= a + \frac{-3(a + 2) + 7}{a + 2} = a - 3 + \frac{7}{a + 2} \end{aligned}$$

$$\because \frac{2N}{M - N + 4} \text{ 为整数,}$$

$$\therefore a - 3 + \frac{7}{a + 2} \text{ 为整数,}$$

$$\text{即 } \frac{7}{a + 2} \text{ 为整数,}$$

$$a = 5, -1, -3, -9.$$

\therefore ②的结论错误;

$$\text{③ } \frac{M - N}{N} = \frac{1}{2}, \text{ 即 } \frac{2a}{a^2 - a + 1} = \frac{1}{2},$$

$$\text{化简得, } a^2 - 5a + 1 = 0,$$

$$\therefore \frac{3a^2}{a^4 - 5a^2 + 1} = \frac{3}{a^2 + \frac{1}{a^2} - 5},$$

$$\therefore a^2 - 5a + 1 = 0,$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 5,$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 25, \text{ 即 } a^2 + \frac{1}{a^2} = 23,$$

$$\therefore \frac{3a^2}{a^4 - 5a^2 + 1} = \frac{3}{a^2 + \frac{1}{a^2} - 5} = \frac{3}{23 - 5} = \frac{1}{6}.$$

\therefore ③的结论错误;

$$\textcircled{4} M + ma = a^2 + (m+1)a + 1,$$

$\therefore M + ma$ 中 a 取值为 $2n^2$ 与 $3n - 2$ 时, 对应的值相等,

$$\therefore \text{二次函数 } y = a^2 + (m+1)a + 1 \text{ 的对称轴为直线 } a = -\frac{(m+1)}{2} = \frac{2n^2 + 3n - 2}{2},$$

$$\therefore m = -2n^2 - 3n + 1,$$

则当 $n = -\frac{3}{4}$ 时, m 有最大值 $\frac{17}{8}$.

\therefore ④的结论正确.

故选: C.

【点睛】 本题主要考查了整式、分式的运算法则, 及二次函数图象性质, 综合运用以上知识是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将每小题的答案直接填在每题对应的横线上.

11. 计算: $\sin 30^\circ + |\sqrt{3} - 1| + (\pi - 4)^0 = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$

【分析】 直接利用特殊角的三角函数值、绝对值的性质、零指数幂的性质分别化简, 进而得出答案.

【详解】 解: 原式 $= \frac{1}{2} + \sqrt{3} - 1 + 1 = \frac{1}{2} + \sqrt{3}.$

故答案为: $\frac{1}{2} + \sqrt{3}.$

【点睛】此题主要考查了实数的运算，正确化简各数是解题关键.

12. 正 n 边形的一个内角等于 144° ，则边数 n 的值为 _____.

【答案】10

【分析】根据多边形每个内角与其相邻的外角互补，则正 n 边形的每个外角的度数 $= 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$ ，然后根据多边形的外角和为 360° 即可得到 n 的值.

【详解】解：∵正 n 边形的每个内角都是 144° ，

∴正 n 边形的每个外角的度数 $= 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$ ，

∴ $n = 360^\circ \div 36^\circ = 10$.

故答案为：10.

【点睛】本题考查了多边形内角与外角的关系及多边形的外角和定理，掌握多边形每个内角与其相邻的外角互补，多边形的外角和为 360° 是关键.

13. 已知代数式 $x^2 + x + 6$ 的值是 7，则代数式 $x^3 + 2x^2 + 17$ 的值是 _____.

【答案】18

【分析】由已知可得， $x^2 + x = 1$ ， $x^2 = 1 - x$ ，将原式变形为 $x(x^2 + 2x) + 17$ ，将 $x^2 = 1 - x$ 代入式中得 $x^2 + x + 17$ ，再将 $x^2 + x = 1$ 代入式中即可解答.

【详解】解：∵代数式 $x^2 + x + 6$ 的值是 7，

∴ $x^2 + x = 1$ ， $x^2 = 1 - x$ ，

∴ $x^3 + 2x^2 + 17$

$= x(x^2 + 2x) + 17$

$= x(1 - x + 2x) + 17$

$= x(x + 1) + 17$

$= x^2 + x + 17$

$= 1 + 17$

$= 18$ ，

故答案为：18.

【点睛】此题考查了代数式求值和因式分解的知识，解答本题的关键是得到 $x^2 + x = 1$ ， $x^2 = 1 - x$ ，然后整体代入，整体思想是数学中常见的解题思想，所以同学们要将其掌握.

14. 周末小张和小王去同一个公园跑步，这个公园有 A ， B ， C 三个入口，则他们从同一个入口进入公园的概率是_____.

【答案】 $\frac{1}{3}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/396012020113010232>