

22.3 实际问题与二次函数—最大利润问题

【夯实基础】

一、单选题

1. (2022·全国·九年级专题练习) 某商场降价销售一批名牌衬衫, 已知所获得利润 y (元) 与降价金额 x (元) 之间的关系是 $y = -2x^2 + 60x + 800$, 则获利最多为 ()

- A. 15元 B. 400元 C. 80元 D. 1250元

【答案】D

【分析】利用配方法即可解决问题.

【详解】解: 对于抛物线 $y = -2x^2 + 60x + 800 = -2(x-15)^2 + 1250$,

$Q a = -2 < 0$,

$\therefore x = 15$ 时, y 有最大值, 最大值为1250,

故选: D.

【点睛】本题考查二次函数的应用、配方法等知识, 解题的关键是熟练掌握配方法, 学会利用二次函数的性质解决最值问题.

2. (2022·全国·九年级专题练习) 某单车公司第一个月投放 a 辆单车, 计划第三个月投放单车 y 辆, 该公司第二、三两个月投放单车数量的月平均增长率为 x , 那么 y 与 x 的函数关系是 ()

- A. $y = a(1-x)^2$ B. $y = a(1+x)^2$ C. $y = ax^2$ D. $y = x^2 + a$

【答案】B

【分析】根据增长率的问题可直接进行求解.

【详解】解: 由题意得: $y = a(1+x)^2$,

故选 B.

【点睛】本题主要考查二次函数的应用, 熟练掌握二次函数的应用是解题的关键.

3. (2022·浙江·九年级单元测试) 据省统计局公布的数据, 合肥市 2021 年第一季度 GDP 总值约为 2.4 千亿元人民币, 若我市第三季度 GDP 总值为 y 千亿元人民币, 平均每个季度 GDP 增长的百分率为 x , 则 y 关于 x 的函数表达式是 ()

- A. $y = 2.4(1+2x)$ B. $y = 2.4(1-x)^2$
C. $y = 2.4(1+x)^2$ D. $y = 2.4 + 2.4(1+x) + 2.4(1+x)^2$

【答案】C

【分析】根据平均每个季度 GDP 增长的百分率为 x ，第二季度季度 GDP 总值约为 $2.4(1+x)$ 元，第三季度 GDP 总值为 $2.4(1+x)^2$ 元，则函数解析式即可求得.

【详解】解：设平均每个季度 GDP 增长的百分率为 x ，
则 y 关于 x 的函数表达式是： $y=2.4(1+x)^2$.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了根据实际问题列二次函数关系式，正确理解增长率问题是解题关键.

4. (2022·浙江·九年级专题练习) 为方便市民进行垃圾分类投放，某环保公司第一个月投放 a 个垃圾桶，计划第三个月投放垃圾桶 y 个，设该公司第二、三两个月投放垃圾桶数量的月平均增长率为 x ，那么 y 与 x 的函数关系是 ()

A. $y=a(1+x)^2$ B. $y=a(1-x)^2$ C. $y=(1-x)^2+a$ D. $y=x^2+a$

【答案】A

【分析】根据增长率的问题可直接进行求解.

【详解】解：由题意得： $y=a(1+x)^2$ ，故 A 正确.

故选：A.

【点睛】本题主要考查二次函数的应用，熟练掌握二次函数的应用是解题的关键.

二、填空题

5. (2022·全国·九年级阶段练习) 某商品的进价为每件 50 元，售价为每件 60 元，每个月可卖出 200 件. 如果每件商品的售价上涨 1 元，则每个月少卖 10 件 (每件售价不能高于 72 元)，设每件商品的售价上涨 x 元 (x 为整数)，每个月的销售利润为 y 元，那么 y 与 x 的函数关系式是_____.

【答案】 $y=-10x^2+100x+2000(0\leq x\leq 12)$

【分析】根据题意可得：涨价后的售价为 $(60+x)$ 元，销售量为 $(200-10x)$ 件，依据每件利润，销售数量，总利润之间的关系可得函数关系式，根据每件售价不能高于 72 元，可得自变量的取值范围.

【详解】解：根据题意可得：涨价后的售价为 $(60+x)$ 元，销售量为 $(200-10x)$ 件，

$\therefore y=(60+x-50)(200-10x)=-10x^2+100x+2000$,

\therefore 每件售价不能高于 72 元，

$\therefore 0\leq x\leq 12$,

故答案为： $y = -10x^2 + 100x + 2000 (0 \leq x \leq 12)$ 。

【点睛】题目主要考查二次函数的应用，理解题意，列出相应函数解析式是解题关键。

6. (2022·全国·九年级阶段练习)随着新冠疫情逐渐好转，某口罩厂将减少口罩的出厂量，6月份的出厂量为20000只，若口罩出厂量每月下降百分率为 x ，8月份的出厂量为 y 只，则 y 关于 x 的函数解析式为_____。

【答案】 $y = 20000(1-x)^2$

【分析】根据降低率的特点即可得到8月份的出厂量与6月份的出厂量的关系，故可求解。

【详解】若口罩出厂量每月下降百分率为 x ，则8月份的出厂量 y 关于 x 的函数解析式为 $y = 20000(1-x)^2$ ，故答案为： $y = 20000(1-x)^2$ 。

【点睛】此题主要考查列二次函数，解题的关键是根据题意找到数量关系列函数。

7. (2022·广东珠海·九年级期末)某种产品今年的年产量是 $20t$ ，计划今后两年增加产量。如果每年的产量都比上一年增加 x 倍，两年后这种产品的产量 y 与 x 之间的函数表达式是_____。

【答案】 $y = 20(1+x)^2$

【分析】根据每年的产量都比上一年增加 x 倍，列出函数解析式，即可求解。

【详解】解：根据题意得： $y = 20(1+x)^2$

故答案为： $y = 20(1+x)^2$

【点睛】本题主要考查了二次函数的实际应用，明确题意，准确得到数量关系是解题的关键。

8. (2022·辽宁·沈阳市浑南区第一初级中学九年级阶段练习)已知某商品每箱盈利13元，现每天可售出50箱，如果每箱商品每涨价1元，日销售量就减少2箱，则每箱涨价_____元时，每天的总利润达到最大。

【答案】6

【分析】直接利用每箱利润 \times 销量=总利润，进而得出关系式求出答案。

【详解】解：设每箱涨价 x 元，总利润为 y ，根据题意可得：

$$y = (13+x)(50-2x)$$

$$= -2x^2 + 24x + 650$$

$$= -2(x-6)^2 + 722,$$

答：每箱涨价6元时，每天的总利润达到最大。

故答案为：6。

【点睛】此题主要考查了二次函数的应用，正确得出函数关系式是解题关键。

9. (2022·全国·九年级课时练习)某厂今年一月份新产品的研发资金为 1000 元,以后每月新产品的研发资金与上月相比增长率都是 x ,则该厂今年三月份新产品的研发资金 y (元)关于 x 的函数关系式为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $1000(1+x)^2$

【分析】由一月份新产品的研发资金为 1000 元,根据题意可以得到 2 月份研发资金为 $1000(1+x)$ 万元,而三月份在 2 月份的基础上又增长了 x ,那么三月份的研发资金也可以用 x 表示出来,由此即可确定函数关系式.

【详解】解: \because 一月份新产品的研发资金为 1000 元,
2 月份起,每月新产品的研发资金与上月相比增长率都是 x ,
 \therefore 2 月份研发资金为 $1000(1+x)$,
 \therefore 三月份的研发资金为 $y=1000(1+x) \times (1+x) = 1000(1+x)^2$.

故答案是: $1000(1+x)^2$.

【点睛】考查了根据实际问题列二次函数解析式,解题的关键是运用了平均增长率的问题,可以用公式 $a(1\pm x)^2=b$ 来解题.

10. (2022·全国·九年级课时练习)某工厂实行技术改造,产量年均增长率为 x ,已知 2020 年产量为 1 万件,那么 2022 年的产量 y (万件)与 x 间的关系式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $y = (1+x)^2$

【分析】因为产量的平均增长率相同,所以 2021 年的产量为 $1 \times (1+x)$,2022 年的产量为 $1 \times (1+x) \times (1+x)$,由此即可知道 2022 年的产量 y (万件)与 x 间的关系式.

【详解】解: \because 2020 年产量为 1 万件,且产量年均增长率为 x .
 \therefore 2021 年产量为 $1 \times (1+x)$; 2022 年的产量为 $1 \times (1+x) \times (1+x) = (1+x)^2$.
 \therefore 2022 年的产量 y (万件)与 x 间的关系式为 $y = (1+x)^2$.

故答案为: $y = (1+x)^2$

【点睛】本题考查二次函数的实际问题,能够根据题意分步列出相关的代数式是解题的关键.

三、解答题

11. (2022·江苏·九年级专题练习)某商店购进一批单价为 20 元的日用商品, 如果以单价 30 元销售, 那么一个月内可以售出 400 件. 根据销售经验, 提高销售单价会导致销售量的减少, 即销售单价每提高 1 元, 销售量相应减少 20 件. 售价为多少元时, 才能在一个月内获得最大利润?

【答案】 售价为 35 元时, 才能在一个月内获得最大利润

【分析】 设销售单价为 x 元, 月销售利润为 y 元, 根据月销售利润 = 单件利润 \times 月销量, 求得函数关系式, 利用二次函数的性质即可解决问题.

【详解】 解: 设销售单价为 x 元, 销售利润为 y 元, 依题意得, 单件利润为 $(x-20)$ 元, 月销量为 $[400-20(x-30)]$ 件,

月销售利润 $y = (x-20)[400-20(x-30)]$,

整理得 $y = -20x^2 + 1400x - 20000$,

配方得 $y = -20(x-35)^2 + 4500$,

所以 $x = 35$ 时, y 取得最大值 4500.

故售价为 35 元时, 才能在一个月内获得最大利润, 最大利润为 4500 元.

【点睛】 本题考查了二次函数的实际应用, 解题的关键是能够根据题意构建二次函数解决最值问题.

12. (2022·全国·九年级专题练习)某商场经营一种新上市的文具, 进价为 20 元, 试营销阶段发现: 当销售单价为 25 元时, 每天的销售量为 250 件, 销售单价每上涨 1 元, 每天的销售量就减少 10 件.

(1) 若商场每天要获得销售利润 2000 元, 销售单价应定为多少元?

(2) 求销售单价定为多少元时, 该文具每天的销售利润最大? 最大利润为多少元?

【答案】 (1) 销售单价应定为 30 元或 40 元. (2) 当单价为 35 元时, 该文具每天的最大利润为 2250 元.

【分析】 (1) 设销售单价为 x 元, 可列方程为 $(x-20)[250-10(x-25)] = 2000$, 解方程即可解决问题.

(2) 列出二次函数解析式, 利用二次函数的性质即可解决问题.

【详解】 解: (1) 设销售单价为 x 元, 根据题意列方程得,

$(x-20)[250-10(x-25)] = 2000$,

解得 $x_1 = 30$, $x_2 = 40$

答: 销售单价应定为 30 元或 40 元.

(2) 设销售单价为 x 元, 每天的销售利润 w 元, 可列函数解析式为: $w = (x-20)[250-10(x-25)] =$

$$-10x^2 + 700x - 10000 = -10(x - 35)^2 + 2250.$$

$\because -10 < 0$,

\therefore 函数图象开口向下, 当 $x=35$ 时, w 有最大值, 最大值为 2250 元,

答: 当单价为 35 元时, 该文具每天的最大利润为 2250 元.

【点睛】 本题考查了二次函数的应用、一元二次方程的应用等知识, 最大销售利润的问题常利用函数的增减性来解答, 我们首先要吃透题意, 确定变量, 建立函数模型, 然后结合实际选择最优方案.

13. (2022·江苏·九年级专题练习) 某商场销售一批名牌衬衫: 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元, 为了扩大销售量, 增加盈利, 尽快减少库存, 商场决定采取适当的降价措施, 经市场调查发现: 如果每件衬衫降价 1 元, 那么平均每天就可多售出 2 件. 若商场想平均每天盈利达 1200 元, 那么每件衬衫应降价多少元? 你若是商场经理, 为获得最大利润, 每件衬衫应降价多少元, 此时最大利润是多少?

【答案】 商场每天盈利达 1200 元, 每件衬衫应降价 20 元; 每件衬衫应降价 15 元, 此时最大利润是 1250 元.

【分析】 (1) 设每件衬衫应降价 x 元, 根据每件衬衫的利润、销售量、总利润的关系可得一元二次方程, 求解即可得;

(2) 设商场获得的总利润为 y 元, 可得 y 与 x 的函数关系式, 然后化为顶点式, 即可得出最大利润.

【详解】 解: (1) 设每件衬衫应降价 x 元,

由题意得: $(40-x)(20+2x)=1200$,

即 $2x^2 - 60x + 400 = 0$,

$\therefore x^2 - 30x + 200 = 0$,

$\therefore (x-10)(x-20) = 0$,

解得: $x=10$ 或 $x=20$,

为了减少库存,

$\therefore x=20$,

\therefore 每件衬衫应降价 20 元;

(2) 设商场获得的总利润为 y 元, 由题意得:

$$y = (40-x)(20+2x)$$
$$= -2x^2 + 60x + 800$$
$$= -2(x-15)^2 + 1250,$$

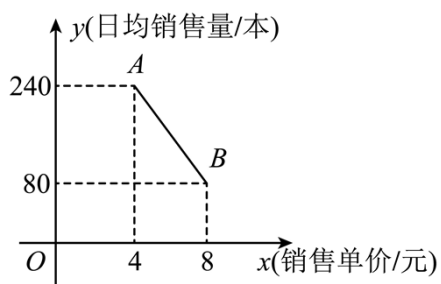
$\because -2 < 0$,

∴ 当 $x=15$ 时, y 有最大值, 最大值为 1250,

∴ 每件衬衫应降价 15 元, 此时最大利润是 1250 元.

【点睛】 题目主要考查一元二次方程及二次函数的应用, 理解题意, 列出方程, 确定函数解析式是解题关键.

14. (2022·福建·莆田第二十五中学九年级阶段练习) 某种日记本的专卖柜台, 每天柜台的租金, 人员工资等固定费用为 160 元, 该日记本每本进价是 4 元, 规定销售单价不得高于 8 元/本, 也不得低于 4 元/本, 调查发现日均销售量 y (本) 与销售单价 x (元) 的函数图象如图线段 AB .



(1) 求日均销售量 y (本) 与销售单价 x (元) 的函数关系式;

(2) 当销售单价为多少元时, 日均获利最多, 获得最多是多少元?

【答案】 (1) $y = -40x + 400 (4 \leq x \leq 8)$

(2) 当销售单价为 7 元时, 日均获利最多为 200 元

【分析】 (1) 通过图片可看出 y 与 x 的关系为一次函数, 可根据 A, B 两点的值, 运用待定系数法来求出 y 与 x 的函数关系式.

(2) 日均获利 = 日均销售量 × 每个日记本的利润 - 人员的工资

然后根据这个等量关系表示出日均获利和销售单价的函数关系, 根据函数的性质进一步来判断出符合条件的值.

(1)

由题意设日均销售量 y 与销售单价 x 的函数关系式为 $y = kx + b$

$$\text{则得: } \begin{cases} 4k + b = 240 \\ 8k + b = 80 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -40 \\ b = 400 \end{cases}$$

$$\therefore y = -40x + 400 (4 \leq x \leq 8)$$

(2)

设日均获利为 w 元, 则 $w = (-40x + 400)(x - 4) - 160 = -40(x - 7)^2 + 200$

\therefore 当 $x=7$ 时, w 最大值为 200.

答: 当销售单价为 7 元时, 日均获利最多为 200 元.

【点睛】 本题考查一次函数的性质和应用以及二次函数的应用, 根据题意列出关系式是解题的关键.

15. (2022·山东·临沂第六中学九年级阶段练习) 某商店将每件进价 8 元的某种商品按每件 10 元出售, 一天可销出 100 件, 该店想通过降低售价, 增加销售量的办法来提高利润, 经过市场调查, 发现这种商品单价每降低 0.1 元, 其销售量可增加 10 件, 将这种商品的售价降低多少时, 能使销售利润最大?

【答案】 将这种商品的售价降低 0.5 元, 能使销售利润最大

【分析】 由题意得, 设这种商品降低 x 元, 把利润的表达式用 x 表示出来, 将问题转化为求函数最值问题来解决, 从而求出最大利润.

【详解】 解: 将这种商品售价降低 x 元时, 所获利润最大, 获利最大利润为 y 元,

$$\text{则 } y = (10 - 8 - x)(100 + \frac{10}{0.1}x)$$

$$= -100x^2 + 100x + 200$$

$$= -100\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 225 \quad (0 \leq x \leq 2)$$

所以当 $x = 0.5$ 元时, 所获利润最大.

答: 将这种商品的售价降低 0.5 元, 能使销售利润最大.

【点睛】 此题考查二次函数的性质及其应用, 解题的关键是理解题意将实际问题转化为求函数最值问题, 构造函数模型, 从而来解决实际问题.

16. (2022·湖南师大附中博才实验中学九年级阶段练习) 2022 年中秋节, 某超市销售一种月饼, 成本每千克 40 元. 经市场调查, 每天的销售量 y (千克) 与每千克售价 x (元) 满足一次函数关系, 部分数据如下表

售价 x (元/千克)	50	55	60
销售量 y (千克)	100	90	80

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 物价局规定这种月饼售价每千克不高于 65 元. 设这种月饼每天的利润为 W (元), 求 W 与 x 之间的函数关系式, 并求出当售价为多少元时获得最大利润, 最大利润是多少?

【答案】(1) $y = -2x + 200$

(2) $W = -2(x - 70)^2 + 1800$ ，售价为 65 元时获得最大利润，最大利润是 1750 元

【分析】(1) 利用待定系数解答，即可求解；

(2) 根据利润等于每千克的利润乘以数量，可得到 W 与 x 之间的函数关系式，再根据二次函数的性质，即可求解。

(1)

解：设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

将 $(50, 100), (60, 80)$ 代入，得：

$$\begin{cases} 50k + b = 100 \\ 60k + b = 80 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 200 \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = -2x + 200$ ；

(2)

解：根据题意得： $W = (x - 40)(-2x + 200)$

$$= -2x^2 + 280x - 8000$$

$$= -2(x - 70)^2 + 1800,$$

$$\therefore -2 < 0,$$

\therefore 当 $x < 70$ 时， W 随 x 的增大而增大，

$$\therefore x \leq 65,$$

\therefore 当 $x = 65$ 时， W 取得最大值为 1750，

答：售价为 65 元时获得最大利润，最大利润是 1750 元。

【点睛】本题主要考查了一次函数的实际应用，二次函数的实际应用，明确题意，准确得到等量关系是解题的关键。

17. (2022·全国·九年级单元测试) 春节即将到来，某水果店进了一些水果，在进货单上可以看到：每次进货价格没有变化，第一次进货苹果 400 千克和梨 500 千克，共支付货款 6200 元；第二次进货苹果 600 千克和梨 200 千克，共支付货款 6000 元；为了促销，该店推出一款水果礼盒，内有 3 千克苹果和 2 千克梨，包装盒每个 4 元。市场调查发现：该礼盒的售价是 70 元时，每天可以销售 80 盒；每涨价 1 元，每天少销售 2 盒。

(1)求每个水果礼盒的成本（成本=水果成本+盒子成本）；

(2)若每个礼盒的售价是 a 元(a 是整数)，每天的利润是 w 元，求 w 关于 a 的函数解析式（不需要写出自变量的取值范围）；

(3)若每个礼盒的售价不超过 m 元(m 是大于70的常数，且是整数)，直接写出每天的最大利润.

【答案】(1)40元

(2) $w = -2a^2 + 300a - 8800$

(3)当 $m \geq 75$ 时，每天的最大利润为2450元；当 $70 < m < 75$ 时，每天的最大利润为 $-2m^2 + 300m - 8800$

【分析】(1) 设苹果进货价格为 x 元/千克，梨进货价格为 y 元/千克，根据题意列出方程组可求出 x 和 y 的值，进而得出结论；

(2) 根据 $w = (\text{售价} - \text{成本}) \times \text{数量}$ 可得结论；

(3) 根据二次函数的性质可直接得出结论.

(1)

解：设苹果进货价格为 x 元/千克，梨进货价格为 y 元/千克，

依题意可列方程组：
$$\begin{cases} 400x + 500y = 6200 \\ 600x + 200y = 6000 \end{cases}$$

解得 $x = 8$ ， $y = 6$ ，

\therefore 苹果进货价格为8元/千克，梨进货价格为6元/千克

\therefore 每个礼盒的成本为： $8 \times 3 + 6 \times 2 + 4 = 40$ （元）.

(2)

解： $w = (a - 40)[80 - 2(a - 70)] = -2a^2 + 300a - 8800$.

(3)

解：由(2)知， $w = -2a^2 + 300a - 8800 = -2(a - 75)^2 + 2450$ ，

\therefore 当 $m \geq 75$ 时，每个礼盒取75元时，每天能够获得最大利润，且最大利润为2450元；

\therefore 当 $m < 75$ 时， w 随 m 的增大而增大，

\therefore 当 $70 < m < 75$ 时，每个礼盒的售价取 m 元时，每天的最大利润为 $-2m^2 + 300m - 8800$.

【点睛】本题主要考查二次函数的应用，涉及二元一次方程组的应用，二次函数的性质等知识，关键是根
据题意得出相关函数式.

【能力提升】

一、单选题

1. (2022·全国·九年级课时练习) 某市为解决当地教育“大班额”问题, 计划用三年时间完成对相关学校的扩建, 2019年市政府已投资5亿人民币, 若每年投资的增长率相同, 预计2021年投资额达到 y 亿元人民币, 设每年投资的增长率为 x , 则可得 ()

- A. $y = 5(1+2x)$ B. $y = 5x^2$ C. $y = 5(1+x)^2$ D. $y = 5(1+x^2)$

【答案】C

【分析】根据增长率方程解答.

【详解】设每年投资的增长率为 x , 由题意得 $y = 5(1+x)^2$,

故选: C.

【点睛】此题考查增长率二次函数关系式, 掌握增长率问题的计算公式: $a(1+x)^2 = b$, a 是前量, b 是后量, x 在增长率.

二、解答题

2. (2022·湖南师大附中博才实验中学九年级开学考试) “全民防控新冠病毒”期间某公司推出一款消毒产品, 成本价8元/千克, 经过市场调查, 该产品的日销售量 y (千克)与销售单价 x (元/千克)之间满足一次函数关系, 该产品的日销售量与销售单价几组对应值如表:

销售单价 x (元/千克)	12	16	20
日销售量 y (千克)	220	180	140

(1)求 y 关于 x 的函数关系式(不要求写出 x 的取值范围);

(2)设日销售利润为 W , 求出 W 与 x 的函数关系式; (注: 日销售利润=日销售量 \times (销售单价-成本单价))

(3)该公司决定从每天的销售利润中捐赠100元给“精准扶贫”对象, 为了保证捐赠后每天的剩余利润不低于1500元, 试确定该产品销售单价的范围.

【答案】(1) $y = -10x + 340$

(2) $W = -10x^2 + 420x - 2720$

(3)该产品销售单价的范围为 $18 \leq x \leq 24$

【分析】(1) 设 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx + b$ ，由待定系数法求解即可；

(2) 根据日销售利润 = 日销售量 \times (销售单价 - 成本单价) 写出函数关系式即可；

(3) 根据题意， $W = -10x^2 + 420x - 2720 - 100^3 \leq 1500$ 变形得出关于 x 的二次不等式，然后解一元二次方程，再根据二次函数的性质可得答案.

(1)

解：设 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx + b$ ，将 $(12, 220)$ ， $(16, 180)$ 代入得：

$$\begin{cases} 220 = 12k + b \\ 180 = 16k + b \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} k = -10 \\ b = 340 \end{cases}$ ，

$$\therefore y = -10x + 340;$$

(2)

解：由题意得： $W = -10x + 340x - 8$

$$= -10x^2 + 420x - 2720$$

$\therefore W$ 与 x 的函数关系式是： $W = -10x^2 + 420x - 2720$ ；

(3)

解：由题意得：

$$W = -10x^2 + 420x - 2720 - 100^3 \leq 1500,$$

$$\therefore x^2 - 42x + 432 \leq 0,$$

当 $x^2 - 42x + 432 = 0$ 时，

解得： $x_1 = 18$ ， $x_2 = 24$ ，

\therefore 函数 $y = x^2 - 42x + 432$ 的二次项系数为正，图像开口向上，

\therefore 当 $18 \leq x \leq 24$ 时，

$$x^2 - 42x + 432 \leq 0,$$

即 $-10x^2 + 420x - 2720 - 100^3 \leq 1500$ ，

\therefore 该产品销售单价的范围为 $18 \leq x \leq 24$.

【点睛】 本题考查了待定系数法求一次函数的解析式及二次函数在销售问题中的应用，解题的关键是理清题中的数量关系并掌握二次函数的性质。

3. (2022·湖南·长沙市长郡双语实验中学九年级开学考试) 某服装批发市场销售一种衬衫，衬衫每件进货价为 50 元，规定每件售价不低于进货价，经市场调查，每月的销售量 y (件) 与每件的售价 x (元) 满足一次函数关系 $y = -20x + 2600$ 。

(1) 该批发市场每月想从这种衬衫销售中获利 24000 元，又想尽量给客户实惠，该如何给这种衬衫定价？

(2) 物价部门规定，该衬衫的每件利润不允许高于进货价的 30%，设这种衬衫每月的总利润为 w (元)，那么售价定为多少元可获得最大利润？最大利润是多少？

【答案】 (1) 70 元

(2) 售价定为 65 元可获得最大利润，最大利润是 19500 元

【分析】 (1) 根据题意列方程，解方程即可得到结论；

(2) 根据题意列函数关系式，根据二次函数的性质即可得到结论。

(1)

解： $(x - 50)(-20x + 2600) = 24000$ ，

解得， $x_1 = 70$ ， $x_2 = 110$ ，

Q 尽量给客户优惠，

∴ 这种衬衫定价为 70 元；

(2)

由题意可得， $w = (x - 50)(-20x + 2600) = -20(x - 90)^2 + 32000$ ，

Q 该衬衫的每件利润不允许高于进货价的 30%，每件售价不低于进货价，

∴ $50 \leq x \leq 50 \times (1 + 30\%)$ ，

解得， $50 \leq x \leq 65$ ，

∴ 当 $x = 65$ 时， w 取得最大值，此时 $w = 19500$ ，

答：售价定为 65 元可获得最大利润，最大利润是 19500 元。

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用，二次函数的应用，根据题意列出方程与函数关系式是解题的关键。

4. (2022·福建·莆田二中九年级阶段练习) 某商场销售一批名牌衬衫，每件进价为 300 元，若售价为 420 元，则平均每天可售出 20 件，经调查发现，每件衬衫每降价 10 元，商场平均每天可多售出 1 件，为了扩

大销售，增加盈利，减少库存，商场决定采取适当的降价措施。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/397025131146010015>