

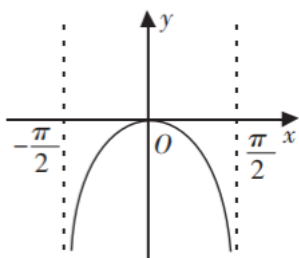
2023-2024 学年安徽省池州市东至三中高三数学试题下学期期末教学质量检测试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新答案; 不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_{n+1} = \frac{4S_n - 1}{2n - 1}$, $a_1 = 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ ()
A. n B. $n+1$ C. $2n-1$ D. $2n+1$
2. 已知 z 的共轭复数是 $\bar{z}$, 且 $|z| = \bar{z} + 1 - 2i$ (i 为虚数单位), 则复数 z 在复平面内对应的点位于 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \geq 0 \\ x^2 - 2x, & x < 0 \end{cases}$, 若关于 x 的不等式 $[f(x)]^2 + af(x) < 0$ 恰有 1 个整数解, 则实数 a 的最大值为 ()
A. 2 B. 3 C. 5 D. 8
4. 函数 $y = f(x)$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的大致图象如图所示, 则 $f(x)$ 可能是 ()



- A. $f(x) = \ln|\sin x|$
 - B. $f(x) = \ln(\cos x)$
 - C. $f(x) = -\sin|\tan x|$
 - D. $f(x) = -\tan|\cos x|$
5. 如图, 设 P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 则 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比为

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 不等式 $ax+1+\ln x \leq xe^x$ 对于定义域内的任意 x 恒成立，则 a 的取值范围为_____。

14. 春节期间新型冠状病毒肺炎疫情在湖北爆发，为了打赢疫情防控阻击战，我省某医院选派2名医生，6名护士到湖北 A 、 B 两地参加疫情防控工作，每地一名医生，3名护士，其中甲乙两名护士不到同一地，共有_____种选派方法。

15. 已知 $|\vec{a}|=2$ ， $|\vec{b}|=\sqrt{3}$ ， $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 的夹角为 30° ， $(\vec{a}+2\vec{b}) \perp (2\vec{a}+\lambda\vec{b})$ ，则 $(\vec{a}+\lambda\vec{b}) \cdot (\vec{a}-\vec{b})=$ _____。

16. 若变量 x ， y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+2 \geq 0 \\ 3x+y \leq 0 \\ x+y \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z=3x+2y$ 的最大值为_____。

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分) 已知 $a>0$ ， $b>0$ ， $c>0$ 设函数 $f(x)=|x-b|+|x+c|+a$ ， $x \in \mathbf{R}$ 。

(1) 若 $a=b=c=1$ ，求不等式 $f(x)>5$ 的解集；

(2) 若函数 $f(x)$ 的最小值为1，证明： $\frac{1}{a+b}+\frac{4}{b+c}+\frac{9}{c+a}>18(a+b+c)$ 。

18. (12分) 已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{4}}(2mx^2-3x+8m)$ 。

(I) 当 $m=1$ 时，求函数 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的值域；

(II) 若函数 $f(x)$ 在 $(4, +\infty)$ 上单调递减，求实数 m 的取值范围。

19. (12分) 已知函数 $f(x)=e^x+\sin x-ax^2-2x$ 。

(1) 当 $a=0$ 时，判断 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的单调性并加以证明；

(2) 若 $x \geq 0$ ， $f(x) \geq 1$ ，求 a 的取值范围。

20. (12分) 已知 $f(x)=\sqrt{3}\sin x \cdot \cos x - \cos^2 x - \frac{1}{2}$ ， $x \in \mathbf{R}$ 。

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

(2) $\triangle ABC$ 的三个内角 A 、 B 、 C 所对边分别为 a 、 b 、 c ，若 $f(A)=-\frac{3}{2}$ 且 $a=2$ ，求 $\triangle ABC$ 面积的取值范围。

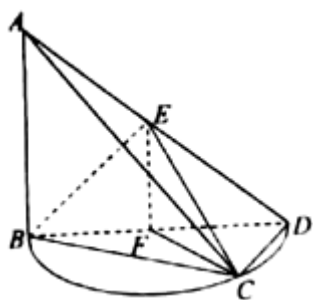
21. (12分) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $S_n=n^2$ ，等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=a_1$ ， $b_3=a_5$ 。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

22. (10分) 如图，直角三角形 ABD 所在的平面与半圆弧 $\overrightarrow{BD}$ 所在平面相交于 BD ， $AB=BD=2$ ， E, F 分别为 AD ，

BD 的中点, C 是 $\widehat{BD}$ 上异于 B, D 的点, $EC = \sqrt{2}$.



(1) 证明:平面 $CEF \perp$ 平面 BCD ;

(2) 若点 C 为半圆弧 $\widehat{BD}$ 上的一个三等分点(靠近点 D)求二面角 $A-CE-B$ 的余弦值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、C

【解析】

利用 $a_n = S_n - S_{n-1}$ ($n \geq 2$) 证得数列 $\left\{ \frac{a_n}{2n-1} \right\}$ 为常数列, 并由此求得 $\{a_n\}$ 的通项公式.

【详解】

由 $a_{n+1} = \frac{4S_n - 1}{2n-1}$, 得 $(2n-1)a_{n+1} = 4S_n - 1$, 可得 $(2n-3)a_n = 4S_{n-1} - 1$ ($n \geq 2$).

相减得 $(2n+1)a_n = (2n-1)a_{n+1}$, 则 $\frac{a_n}{2n-1} = \frac{a_{n+1}}{2n+1}$ ($n \geq 2$), 又

由 $a_{n+1} = \frac{4S_n - 1}{2n-1}$, $a_1 = 1$, 得 $a_2 = 3$, 所以 $\frac{a_1}{2 \times 1 - 1} = \frac{a_2}{2 \times 1 + 1}$, 所以 $\left\{ \frac{a_n}{2n-1} \right\}$ 为常

数列, 所以 $\frac{a_n}{2n-1} = \frac{a_1}{2 \times 1 - 1} = 1$, 故 $a_n = 2n-1$.

故选: C

【点睛】

本小题考查数列的通项与前 n 项和的关系等基础知识; 考查运算求解能力, 逻辑推理能力, 应用意识.

2、D

【解析】

设 $z = x + yi (x, y \in R)$ ，整理 $|z| = \bar{z} + 1 - 2i$ 得到方程组 $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = x + 1 \\ y + 2 = 0 \end{cases}$ ，解方程组即可解决问题.

【详解】

设 $z = x + yi (x, y \in R)$ ，

因为 $|z| = \bar{z} + 1 - 2i$ ，所以 $\sqrt{x^2 + y^2} = x - yi + 1 - 2i = (x + 1) - (y + 2)i$ ，

所以 $\begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = x + 1 \\ y + 2 = 0 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -2 \end{cases}$ ，

所以复数 z 在复平面内对应的点为 $\left(\frac{3}{2}, -2\right)$ ，此点位于第四象限.

故选 D

【点睛】

本题主要考查了复数相等、复数表示的点知识，考查了方程思想，属于基础题.

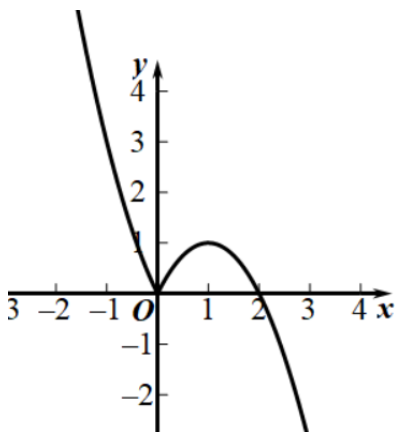
3、D

【解析】

画出函数 $f(x)$ 的图象，利用一元二次不等式解法可得解集，再利用数形结合即可得出.

【详解】

解：函数 $f(x)$ ，如图所示



$$[f(x)]^2 + af(x) < 0 \Rightarrow f(x)(f(x) + a) < 0$$

当 $a > 0$ 时， $-a < f(x) < 0$ ，

由于关于 x 的不等式 $[f(x)]^2 + af(x) < 0$ 恰有 1 个整数解

因此其整数解为 3, 又 $f(3) = -9 + 6 = -3$

$\therefore -a < -3 < 0$, $-a \geq f(4) = -8$, 则 $3 < a \leq 8$

当 $a = 0$ 时, $[f(x)]^2 < 0$, 则 $a = 0$ 不满足题意;

当 $a < 0$ 时, $0 < f(x) < -a$

当 $0 < -a \leq 1$ 时, $0 < f(x) < -a$, 没有整数解

当 $-a > 1$ 时, $0 < f(x) < -a$, 至少有两个整数解

综上, 实数 a 的最大值为 8

故选: D

【点睛】

本题主要考查了根据函数零点的个数求参数范围, 属于较难题.

4、B

【解析】

根据特殊值及函数的单调性判断即可;

【详解】

解: 当 $x = 0$ 时, $\sin 0 = 0$, $\ln|\sin 0|$ 无意义, 故排除 A;

又 $\cos 0 = 1$, 则 $f(0) = -\tan|\cos 0| = -\tan 1 \neq 0$, 故排除 D;

对于 C, 当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, $|\tan x| > 0$, 所以 $f(x) = -\sin|\tan x|$ 不单调, 故排除 C;

故选: B

【点睛】

本题考查根据函数图象选择函数解析式, 这类问题利用特殊值与排除法是最佳选择, 属于基础题.

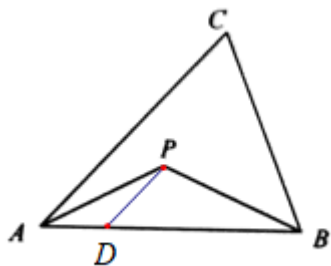
5、A

【解析】

作 $PD \parallel AC$ 交 AB 于点 D , 根据向量比例, 利用三角形面积公式, 得出 $S_{\triangle ADP}$ 与 $S_{\triangle ABC}$ 的比例, 再由 $S_{\triangle ADP}$ 与 $S_{\triangle APB}$ 的比例, 可得到结果.

【详解】

如图, 作 $PD \parallel AC$ 交 AB 于点 D ,



则 $\vec{AP} = \vec{AD} + \vec{DP}$ ，由题意， $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ ， $\vec{DP} = \frac{1}{4}\vec{AC}$ ，且 $\angle ADP + \angle CAB = 180^\circ$ ，

所以 $S_{\triangle ADP} = \frac{1}{2} |\vec{AD}| |\vec{DP}| \sin \angle ADP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} |\vec{AB}| \times \frac{1}{4} |\vec{AC}| \sin \angle CAB = \frac{1}{12} S_{\triangle ABC}$

又 $\vec{AD} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ ，所以， $S_{\triangle APB} = 3S_{\triangle ADP} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$ ，即 $\frac{S_{\triangle APB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{4}$ ，

所以本题答案为 A.

【点睛】

本题考查三角函数与向量的结合，三角形面积公式，属基础题，作出合适的辅助线是本题的关键.

6、B

【解析】

在等差数列中由等差数列公式与下标和的性质求得 a_3 ，再由等差数列通项公式求得公差.

【详解】

在等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则 $S_5 = \frac{5(a_1 + a_5)}{2} = 5a_3 = 35 \Rightarrow a_3 = 7$

则 $a_3 = a_1 + 2d = 3 + 2d = 7 \Rightarrow d = 2$

故选：B

【点睛】

本题考查等差数列中求由已知关系求公差，属于基础题.

7、D

【解析】

由抛物线方程可得焦点坐标及准线方程，由抛物线的定义可知 $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$ ，继而可求出

$x_1 + x_2 = 4$ ，从而可求出 AB 的中点的横坐标，即为中点到 y 轴的距离.

【详解】

解：由抛物线方程可知， $2p = 8$ ，即 $p = 4$ ， $\therefore F(2, 0)$. 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

则 $|AF| = x_1 + 2, |BF| = x_2 + 2$ ，即 $|AF| + |BF| = x_1 + 2 + x_2 + 2 = 8$ ，所以 $x_1 + x_2 = 4$.

所以线段 AB 的中点到 y 轴的距离为 $\frac{x_1+x_2}{2}=2$.

故选:D.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义,考查了抛物线的方程.本题的关键是由抛物线的定义求得 A, B 两点横坐标的和.

8、D

【解析】

将原题等价转化为方程 $\ln x - x^2 + ax + 1 = f(x_0)$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的根, 先求导 $f'(x)$, 可判断 $x \in (0, 1)$ 时,

$f'(x) > 0$, $f(x)$ 是增函数;

当 $x \in (1, e)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 是减函数. 因此 $0 < f(x) \leq 1$, 再令 $F(x) = \ln x - x^2 + ax + 1$, 求得

$F'(x) = -\frac{2x^2 - ax - 1}{x}$, 结合韦达定理可知, 要满足题意, 只能是存在零点 x_1 , 使得 $F'(x) = 0$ 在 $(0, e)$ 有解, 通过导

数可判断当 $x \in (0, x_1)$ 时 $F'(x) > 0$, $F(x)$ 在 $(0, x_1)$ 上是增函数; 当 $x \in (x_1, e)$ 时 $F'(x) < 0$, $F(x)$ 在 (x_1, e) 上是

减函数; 则应满足 $F(x)_{\max} = F(x_1) > 1$, 再结合 $2x_1^2 - ax_1 - 1 = 0$, 构造函数 $m(x) = \ln x + x^2 - 1$, 求导即可求解;

【详解】

函数 $g(x) = \ln x - x^2 + ax - f(x_0) + 1$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的零点,

等价于方程 $\ln x - x^2 + ax + 1 = f(x_0)$ 在 $(0, e]$ 内都有两个不同的根.

$f'(x) = e^{1-x} - xe^{1-x} = (1-x)e^{1-x}$, 所以当 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 是增函数;

当 $x \in (1, e)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 是减函数. 因此 $0 < f(x) \leq 1$.

设 $F(x) = \ln x - x^2 + ax + 1$, $F'(x) = \frac{1}{x} - 2x + a = -\frac{2x^2 - ax - 1}{x}$,

若 $F'(x) = 0$ 在 $(0, e)$ 无解, 则 $F(x)$ 在 $(0, e]$ 上是单调函数, 不合题意; 所以 $F'(x) = 0$ 在 $(0, e)$ 有解, 且易知只能有一个解.

设其解为 x_1 , 当 $x \in (0, x_1)$ 时 $F'(x) > 0$, $F(x)$ 在 $(0, x_1)$ 上是增函数;

当 $x \in (x_1, e)$ 时 $F'(x) < 0$, $F(x)$ 在 (x_1, e) 上是减函数.

因为 $\forall x_0 \in (0, e]$, 方程 $\ln x - x^2 + ax + 1 = f(x_0)$ 在 $(0, e]$ 内有两个不同的根,

所以 $F(x)_{\max} = F(x_1) > 1$, 且 $F(e) \leq 0$. 由 $F(e) \leq 0$, 即 $\ln e - e^2 + ae + 1 \leq 0$, 解得 $a \leq e - \frac{2}{e}$.

由 $F(x)_{\max} = F(x_1) > 1$ ，即 $\ln x_1 - x_1^2 + ax_1 + 1 > 1$ ，所以 $\ln x_1 - x_1^2 + ax_1 > 0$ 。

因为 $2x_1^2 - ax_1 - 1 = 0$ ，所以 $a = 2x_1 - \frac{1}{x_1}$ ，代入 $\ln x_1 - x_1^2 + ax_1 > 0$ ，得 $\ln x_1 + x_1^2 - 1 > 0$ 。

设 $m(x) = \ln x + x^2 - 1$ ， $m'(x) = \frac{1}{x} + 2x > 0$ ，所以 $m(x)$ 在 $(0, e)$ 上是增函数，

而 $m(1) = \ln 1 + 1 - 1 = 0$ ，由 $\ln x_1 + x_1^2 - 1 > 0$ 可得 $m(x_1) > m(1)$ ，得 $1 < x_1 < e$ 。

由 $a = 2x_1 - \frac{1}{x_1}$ 在 $(1, e)$ 上是增函数，得 $1 < a < 2e - \frac{1}{e}$ 。

综上所述 $1 < a \leq e - \frac{2}{e}$ ，

故选：D。

【点睛】

本题考查由函数零点个数求解参数取值范围问题，构造函数法，导数法研究函数增减性与最值关系，转化与化归能力，属于难题

9、D

【解析】

设羊户赔粮 a_1 升，马户赔粮 a_2 升，牛户赔粮 a_3 升，易知 a_1, a_2, a_3 成等比数列， $q = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 50$ ，结合等比数列的性质可求出答案。

【详解】

设羊户赔粮 a_1 升，马户赔粮 a_2 升，牛户赔粮 a_3 升，则 a_1, a_2, a_3 成等比数列，且公比 $q = 2, a_1 + a_2 + a_3 = 50$ ，则

$$a_1(1 + q + q^2) = 50, \text{ 故 } a_1 = \frac{50}{1 + 2 + 2^2} = \frac{50}{7}, a_2 = 2a_1 = \frac{100}{7}, a_3 = 2^2 a_1 = \frac{200}{7}.$$

故选：D。

【点睛】

本题考查数列与数学文化，考查了等比数列的性质，考查了学生的运算求解能力，属于基础题。

10、B

【解析】

$$\square = \{\square \mid \square = 2^{\square}, \square > 0\} = \{\square \mid \square > 1\},$$

$$\square = \{\square \mid \square = \lg(2\square - \square^2)\} = \{\square \mid 2\square - \square^2 > 0\}$$

$$= \{\square \mid \square^2 - 2\square < 0\} = \{\square \mid 0 < \square < 2\},$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/397045020133006135>