

江苏省连云港市赣榆区海头高中 2024 年高三适应性调研考试数学试题

注意事项

1. 考生要认真填写考场号和座位序号。
2. 试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用 2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。
3. 考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $a=0.5^{0.6}$, $b=0.6^{0.5}$, $c=2^{0.5}$, 则下列结论正确的是()

- A. $b > c > a$ B. $c > a > b$ C. $a > b > c$ D. $c > b > a$

2. 设双曲线 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ 的一条渐近线为 $y = -2x$, 且一个焦点与抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点相同, 则此双曲线的方程为

()

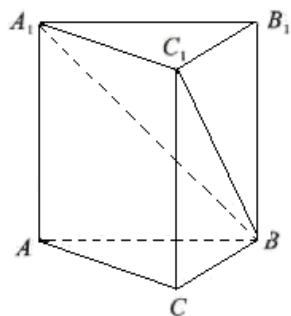
- A. $\frac{5}{4}x^2 - 5y^2 = 1$ B. $5y^2 - \frac{5}{4}x^2 = 1$ C. $\frac{5}{4}y^2 - 5x^2 = 1$ D. $5x^2 - \frac{5}{4}y^2 = 1$

3. 设集合 $A = \{x | -2 < x < a\}$, $B = \{0, 2, 4\}$, 若集合 $A \cap B$ 中有且仅有 2 个元素, 则实数 a 的取值范围为

- A. $(0, 2)$ B. $(2, 4]$
C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

4. 《九章算术》中记载, 堑堵是底面为直角三角形的直三棱柱, 阳马指底面为矩形, 一侧棱垂直于底面的四棱锥. 如图, 在堑堵 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AC \perp BC$, $AA_1 = 2$, 当阳马 $B - ACC_1A_1$ 体积的最大值为 $\frac{4}{3}$ 时, 堑堵 $ABC - A_1B_1C_1$ 的外

接球的体积为 ()



- A. $\frac{4}{3}\pi$ B. $\frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$ C. $\frac{32}{3}\pi$ D. $\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$

5. 设 $\vec{m}$, $\vec{n}$ 为非零向量, 则“存在正数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda\vec{n}$ ”是“ $\vec{m} \cdot \vec{n} > 0$ ”的 ()

- A. 既不充分也不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 充分不必要条件

6. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，过 F_1 的直线交椭圆于 A 、 B 两点，交 y 轴于点 M ，

若 F_1 、 M 是线段 AB 的三等分点，则椭圆的离心率为()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

7. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，点 M 为棱 DD_1 的中点，则平面 ACM 截该正方体的内切球所得截面面积为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. π D. $\frac{4\pi}{3}$

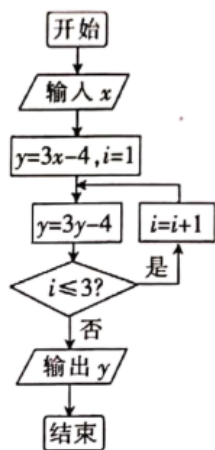
8. 一个圆锥的底面和一个半球底面完全重合，如果圆锥的表面积与半球的表面积相等，那么这个圆锥轴截面底角的大小是 ()

- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

9. 设 $U = \{-1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $A = \{x | x^2 < 1, x \in U\}$ ，则 $C_U A =$ ()

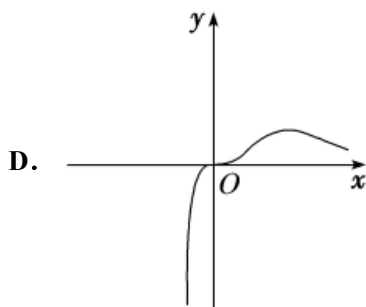
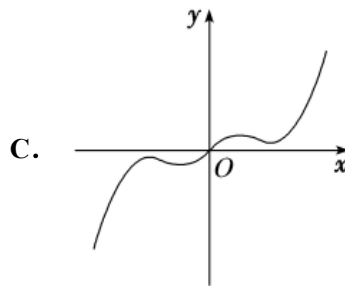
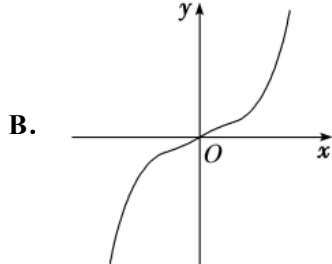
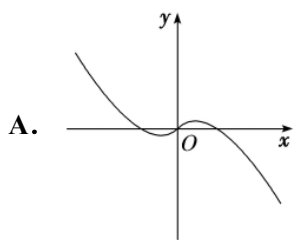
- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{-1, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

10. 明代数学家程大位（1533~1606 年），有感于当时筹算方法的不便，用其毕生心血写出《算法统宗》，可谓集成计算的鼻祖。如图所示的程序框图的算法思路源于其著作中的“李白沽酒”问题。执行该程序框图，若输出的 y 的值为 2，则输入的 x 的值为 ()



- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{56}{27}$ C. 2 D. $\frac{164}{81}$

11. 函数 $f(x) = \frac{x^3}{3\pi} + \sin x$ 的图象的大致形状是 ()



12. 若直线 $2x + 4y + m = 0$ 经过抛物线 $y = 2x^2$ 的焦点，则 $m =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (x, 1)$, $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$ ，且 $\vec{u} \parallel \vec{v}$ ，则实数 x 的值是_____.

14. 已知多项式 $(x+2)^m(x+1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{m+n}x^{m+n}$ 满足 $a_0 = 4$, $a_1 = 16$ ，则 $m+n =$ _____，

$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{m+n} =$ _____.

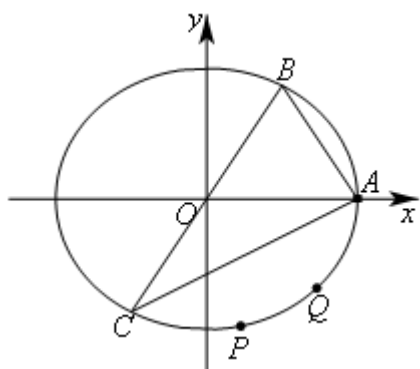
15. $(2x-1)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为_____ (用具体数据作答) .

16. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0, \\ x + y \geq 1, \\ 2x + y \leq 2, \end{cases}$ 则 $z = x - y$ 的最大值为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

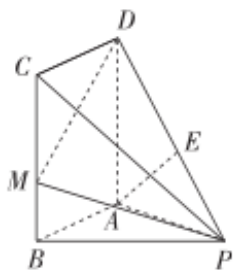
17. (12 分) 如图，椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的长轴长为 4，点 A, B, C 为椭圆上的三个点， A 为椭圆的右端点，

点， BC 过中心 O ，且 $|BC| = 2|AB|$ ， $S_{\triangle ABC} = 3$.



- (1) 求椭圆的标准方程；
- (2) 设 P 、 Q 是椭圆上位于直线 AC 同侧的两个动点（异于 A 、 C ），且满足 $\angle PBC = \angle QBA$ ，试讨论直线 BP 与直线 BQ 斜率之间的关系，并求证直线 PQ 的斜率为定值.

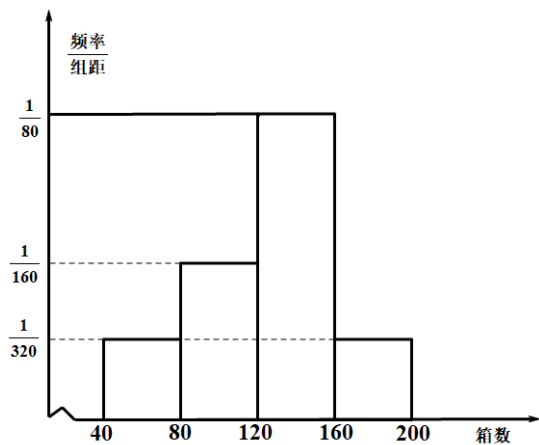
18. (12 分) 如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ ， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 为矩形， $AB = 3, AP = 4$ ， E 为 PD 的中点， $AE \perp PC$.



- (1) 求线段 AD 的长.
- (2) 若 M 为线段 BC 上一点，且 $BM = 1$ ，求二面角 $M-PD-A$ 的余弦值.

19. (12 分) 近几年一种新奇水果深受广大消费者的喜爱，一位农户发挥聪明才智，把这种露天种植的新奇水果搬到了大棚里，收到了很好的经济效益. 根据资料显示，产出的新奇水果的箱数 x （单位：十箱）与成本 y （单位：千元）的关系如下：

x	1	3	4	1	2
y	5	1. 5	2	2. 5	8



y 与 x 可用回归方程 $\hat{y} = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ (其中 $\hat{a}, \hat{b}$ 为常数) 进行模拟.

- (I) 若该农户产出的该新奇水果的价格为 150 元/箱, 试预测该新奇水果 100 箱的利润是多少元. |.
- (II) 据统计, 10 月份的连续 11 天中该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的频率分布直方图如图所示.
- (i) 若从箱数在 $[40, 120)$ 内的天数中随机抽取 2 天, 估计恰有 1 天的水果箱数在 $[80, 120)$ 内的概率;
- (ii) 求这 11 天该农户每天为甲地配送的该新奇水果的箱数的平均值. (每组用该组区间的中点值作代表)

参考数据与公式: 设 $t = \lg x$, 则

$\bar{t}$	$\bar{y}$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2$
0.54	1.8	1.53	0.45

线性回归直线 $\hat{y} = \hat{b} \lg x + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t}$.

20. (12 分) 已知矩阵 $M = \begin{bmatrix} -1 & a \\ b & 4 \end{bmatrix} (a, b \in \mathbb{R})$ 不存在逆矩阵, 且非零特低值对应的一个特征向量 $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, 求 a, b 的值.

21. (12 分) 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左, 右焦点, 点 $P(-1, \frac{\sqrt{2}}{2})$ 在椭圆 E 上, 且抛物线

$y^2 = 4x$ 的焦点是椭圆 E 的一个焦点.

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 过点 F_2 作不与 x 轴重合的直线 l , 设 l 与圆 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 相交于 A, B 两点, 且与椭圆 E 相交于 C, D 两点, 当 $\overrightarrow{F_1 A} \cdot \overrightarrow{F_1 B} = 1$ 时, 求 $\Delta F_1 CD$ 的面积.

22. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , $\sqrt{3} \sin(A+B) = 4 \sin^2 \frac{C}{2}$.

(1) 求 $\cos C$;

(2) 若 $b=7$, D 是 BC 边上的点, 且 $\triangle ACD$ 的面积为 $6\sqrt{3}$, 求 $\sin \angle ADB$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

根据指数函数的性质, 取得 a, b, c 的取值范围, 即可求解, 得到答案.

【详解】

由指数函数的性质, 可得 $1 > 0.6^{0.5} > 0.5^{0.5} > 0.5^{0.6} > 0$, 即 $1 > b > a > 0$,

又由 $c = 2^{0.5} > 1$, 所以 $c > b > a$.

故选: D.

【点睛】

本题主要考查了指数幂的比较大小, 其中解答中熟记指数函数的性质, 求得 a, b, c 的取值范围是解答的关键, 着重考查了计算能力, 属于基础题.

2、C

【解析】

求得抛物线的焦点坐标, 可得双曲线方程 $\frac{y^2}{b} - \frac{x^2}{-a} = 1$ 的渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{\frac{b}{-a}}x$, 由题意可得 $b = -4a$, 又 $c^2 = 1$,

即 $b - a = 1$, 解得 a, b , 即可得到所求双曲线的方程.

【详解】

解: 抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 $(0, 1)$

可得双曲线 $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1 (b > 0, a < 0)$

即为 $\frac{y^2}{b} - \frac{x^2}{-a} = 1$ 的渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{\frac{b}{-a}}x$

由题意可得 $\sqrt{\frac{b}{-a}} = 2$, 即 $b = -4a$

又 $c^2 = 1$, 即 $b - a = 1$

解得 $a = -\frac{1}{5}$, $b = \frac{4}{5}$.

即双曲线的方程为 $\frac{5y^2}{4} - 5x^2 = 1$.

故选: C

【点睛】

本题主要考查了求双曲线的方程, 属于中档题.

3、B

【解析】

由题意知 $\{0, 2\} \subseteq A$ 且 $4 \notin A$, 结合数轴即可求得 a 的取值范围.

【详解】

由题意知, $A \cap B = \{0, 2\}$, 则 $\{0, 2\} \subseteq A$, 故 $a > 2$,

又 $4 \notin A$, 则 $a \leq 4$, 所以 $2 < a \leq 4$,

所以本题答案为 B.

【点睛】

本题主要考查了集合的关系及运算, 以及借助数轴解决有关问题, 其中确定 $A \cap B$ 中的元素是解题的关键, 属于基础题.

4、B

【解析】

利用均值不等式可得 $V_{B-ACC_1A_1} = \frac{1}{3} BC \cdot AC \cdot AA_1 = \frac{2}{3} BC \cdot AC \leq \frac{1}{3} (BC^2 + AC^2) = \frac{1}{3} AB^2$, 即可求得 AB , 进而求得外接球的半径, 即可求解.

【详解】

由题意易得 $BC \perp$ 平面 ACC_1A_1 ,

所以 $V_{B-ACC_1A_1} = \frac{1}{3} BC \cdot AC \cdot AA_1 = \frac{2}{3} BC \cdot AC \leq \frac{1}{3} (BC^2 + AC^2) = \frac{1}{3} AB^2$,

当且仅当 $AC = BC$ 时等号成立,

又阳马 $B-ACC_1A_1$ 体积的最大值为 $\frac{4}{3}$,

所以 $AB = 2$,

所以堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 的外接球的半径 $R = \sqrt{\left(\frac{AA_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = \sqrt{2}$,

所以外接球的体积 $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{8\sqrt{2}}{3}\pi$,

故选:B

【点睛】

本题以中国传统文化为背景,考查四棱锥的体积、直三棱柱的外接球的体积、基本不等式的应用,体现了数学运算、直观想象等核心素养.

5、D

【解析】

充分性中, 由向量数乘的几何意义得 $\langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = 0^\circ$, 再由数量积运算即可说明成立; 必要性中, 由数量积运算可得 $\langle \vec{m}, \vec{n} \rangle \in [0^\circ, 90^\circ)$, 不一定有正数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$, 所以不成立, 即可得答案.

【详解】

充分性: 若存在正数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$, 则 $\langle \vec{m}, \vec{n} \rangle = 0^\circ$, $\vec{m} \cdot \vec{n} = |\vec{m}| |\vec{n}| \cos 0^\circ = |\vec{m}| |\vec{n}| > 0$, 得证;

必要性: 若 $\vec{m} \cdot \vec{n} > 0$, 则 $\langle \vec{m}, \vec{n} \rangle \in [0^\circ, 90^\circ)$, 不一定有正数 λ , 使得 $\vec{m} = \lambda \vec{n}$, 故不成立;

所以是充分不必要条件

故选: D

【点睛】

本题考查平面向量数量积的运算, 向量数乘的几何意义, 还考查了充分必要条件的判定, 属于简单题.

6、D

【解析】

根据题意, 求得 A, M, B 的坐标, 根据点在椭圆上, 点的坐标满足椭圆方程, 即可求得结果.

【详解】

由已知可知, M 点为 AF_1 中点, F_1 为 BM 中点,

故可得 $x_{F_1} + x_A = 2x_M = 0$, 故可得 $x_A = c$;

代入椭圆方程可得 $\frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，解得 $y = \pm \frac{b^2}{a}$ ，不妨取 $y_A = \frac{b^2}{a}$ ，

故可得 A 点的坐标为 $\left(c, \frac{b^2}{a}\right)$ ，

则 $M\left(0, \frac{b^2}{2a}\right)$ ，易知 B 点坐标 $\left(-2c, -\frac{b^2}{2a}\right)$ ，

将 B 点坐标代入椭圆方程得 $a^2 = 5c^2$ ，所以离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

故选：D.

【点睛】

本题考查椭圆离心率的求解，难点在于根据题意求得 A, B, M 点的坐标，属中档题.

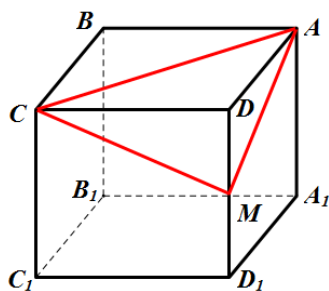
7、A

【解析】

根据球的特点可知截面是一个圆，根据等体积法计算出球心到平面 ACM 的距离，由此求解出截面圆的半径，从而截面面积可求.

【详解】

如图所示：



设内切球球心为 O ， O 到平面 ACM 的距离为 d ，截面圆的半径为 r ，

因为内切球的半径等于正方体棱长的一半，所以球的半径为 1，

又因为 $V_{O-AMC} = V_{M-AOC}$ ，所以 $\frac{1}{3} \times d \times S_{\triangle AMC} = \frac{\sqrt{2}}{3} \times S_{\triangle AOC}$ ，

又因为 $S_{\triangle AMC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$ ， $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$ ，

所以 $\frac{1}{3} \times d \times \sqrt{6} = \frac{2}{3}$ ，所以 $d = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

所以截面圆的半径 $r = \sqrt{l^2 - d^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 所以截面圆的面积为 $S = \pi \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{\pi}{3}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查正方体的内切球的特点以及球的截面面积的计算, 难度一般. 任何一个平面去截球, 得到的截面一定是圆面, 截面圆的半径可通过球的半径以及球心到截面的距离去计算.

8、D

【解析】

设圆锥的母线长为 l , 底面半径为 R , 再表达圆锥表面积与球的表面积公式, 进而求得 $l = 2R$ 即可得圆锥轴截面底角的大小.

【详解】

设圆锥的母线长为 l , 底面半径为 R , 则有 $\pi R^2 + \pi Rl = \pi R^2 + 2\pi R^2$, 解得 $l = 2R$, 所以圆锥轴截面底角的余弦值是

$\frac{R}{l} = \frac{1}{2}$, 底角大小为 60° .

故选: D

【点睛】

本题考查圆锥的表面积和球的表面积公式, 属于基础题.

9、B

【解析】

先化简集合 A, 再求 $C_U A$.

【详解】

由 $x^2 < 1$ 得: $-1 < x < 1$, 所以 $A = \{0\}$, 因此 $\complement_U A = \{-1, 1, 2\}$, 故答案为 B

【点睛】

本题主要考查集合的化简和运算, 意在考查学生对这些知识的掌握水平和计算推理能力.

10、C

【解析】

根据程序框图依次计算得到答案.

【详解】

$y = 3x - 4$, $i = 1$; $y = 3y - 4 = 9x - 16$, $i = 2$; $y = 3y - 4 = 27x - 52$, $i = 3$;

$y = 3y - 4 = 81x - 160$, $i = 4$; $y = 3y - 4 = 243x - 484$, 此时不满足 $i \leq 3$, 跳出循环,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/397113051116006114>