

数轴上的距离与动点问题

一、课堂目标

1. 理解有理数与数轴的关系，会由数轴上点的位置反推有理数大小，能够解决数轴上点的移动问题。
2. 运用距离公式解决数轴上的动点问题。

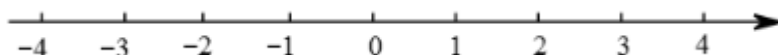
【备注】【目标解读】

- a. 关联知识：有理数是整个初中数学知识的基础，有理数的概念及运算，直接影响后期式的运算、方程运算、函数运算的学习。
- b. 本讲解读：本讲重难点内容是数轴上的动点问题，以及动点综合问题。
- c. 能力素养：培养学生数感、运算能力。

二、知识讲解

1. 数轴的简单应用

数轴：规定了原点、正方向和单位长度的直线。



任何一个有理数都可以用数轴上的点表示，比如，

数轴上表示数 -2 的点位于原点 左 边、与原点的距离是 2 个单位长度；

数轴上表示数 2.5 的点位于原点的 右 边、与原点的距离是 2.5 个单位长度。

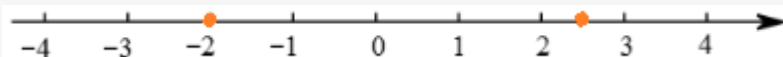
【备注】【教学建议】

1. 【具体画法】

- (1) 在直线上任取一个点表示数0，这个点叫做原点；
- (2) 通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方向；
- (3) 选取适当的长度为单位长度，直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示1, 2, 3, ...；从原点向左，用类似方法依次表示-1, -2, -3, ...，如上图所示。

2. 【特别注意】数轴上的点与实数是一一对应的，也就是说数轴上的点不一定表示有理数，也可以表示无理数。比如可以让基础较好的学生思考，怎么在数轴上找 π ：取一个直径为1的圆，它的周长就是 π ，让圆从原点出发，绕数轴滚一圈，到达的终点就表示数 π 。这不是一个有理数。

3. 此处请教师简单讲解，并边画图边描点（如下）；



展示完找表示数 -2 、 2.5 的点后，请教师再追问学生其他的数、要求学生在数轴上画出、以确保学生理解掌握，比如找到表示数 $\frac{3}{4}$ 、 -3.5 的点（如下）。



4. 当然，在实际操作时有些有理数不好找点表示，比如 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{4}{7}$ 等数（无限循环小数），往往我们可以描出它们的近似数对应的点来讨论后面的问题。

有理数大小的比较

- 1、由正负数的知识我们知道：**正数 $> 0 >$ 负数**。
- 2、由数轴的知识我们知道：**数轴上右边的数 $>$ 左边的数**。

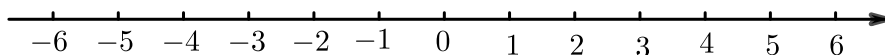
反过来，对于数轴上两个表示有理数的点，可以由这两个数的大小关系得到这两个点的位置关系：较小的数对应的点更靠左、较大的数对应的点更靠右。

- 3、根据绝对值我们知道：**同为正号：绝对值大的数大；同为负号：绝对值大的反而小**。

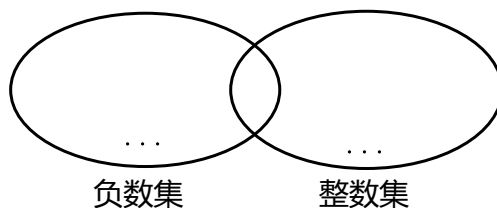
例如：要比较两个负有理数的大小，我们可以通过比较它们的绝对值来判断：绝对值较大的负数，在数轴上表示它的点在原点左侧且离原点较远、因此位置上更靠左、所以负数绝对值越大反而越小。

经典例题1

$-4, |-2|, -2, -(-3.5), 0, -1\frac{1}{2}$



- (1) 在如图所示的数轴上表示出以上各数。
- (2) 比较以上各数的大小，用“ $<$ ”号连接起来。
- (3) 在以上各数中选择恰当的数填在下面这两个圈的重叠部分。

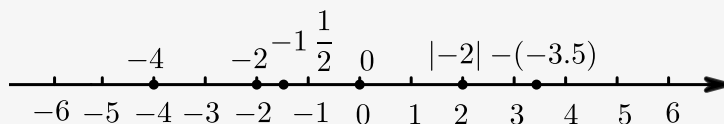


【答案】 (1) 画图见解析。

(2) $-4 < -2 < -1\frac{1}{2} < 0 < |-2| < -(-3.5)$ 。

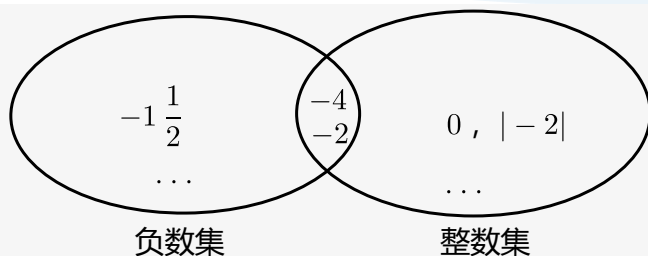
(3) 画图见解析。

【解析】 (1)



(2) $-4 < -2 < -1\frac{1}{2} < 0 < |-2| < -(-3.5)$ 。

(3)



【标注】 【知识点】 实数分类；有理数比较大小-利用数轴

思路梳理

知识点：

- 1、 _____
- 2、 _____
- 3、 _____

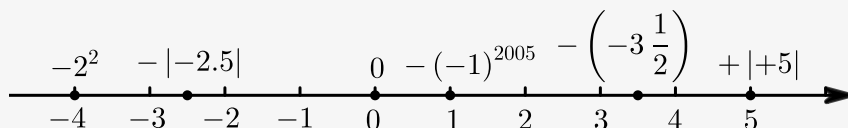
|| 题目练习1

1. 在数轴上面画出表示下列个数的点：

-2^2 , $-|-2.5|$, $-(-3\frac{1}{2})$, 0 , $-(-1)^{2005}$, $+|+5|$ 比较这些数的大小，并用“<”号将所给的数按从小到大的顺序连接起来。

【答案】 画图见解析 . $-2^2 < -|-2.5| < 0 < -(-1)^{2005} < -(-3\frac{1}{2}) < +|+5|$.

【解析】 如图：



$\because -2^2 = -4$, $-|-2.5| = -2.5$, $-(-3\frac{1}{2}) = 3\frac{1}{2}$, 0 , $-(-1)^{2005} = 1$, $+|+5| = 5$,
 $\therefore -2^2 < -|-2.5| < 0 < -(-1)^{2005} < -(-3\frac{1}{2}) < +|+5|$.

【标注】 【知识点】 有理数比较大小-利用数轴

2. 大于 $-1\frac{1}{3}$ 且小于2的所有整数和是 _____ .

【答案】 0

【解析】 由题意可知，大于 $-1\frac{1}{3}$ 且小于2的整数为 -1 , 0 , 1 ,
他们的和为 $-1 + 0 + 1 = 0$.

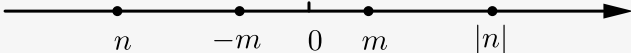
故答案为：0 .

【标注】 【知识点】 有理数比较大小-利用有理数正负性

经典例题2

1. 若 $m > 0$, $n < 0$, $|n| > |m|$, 用“ $<$ ”号连接 m , n , $|n|$, $-m$, 请结合数轴解答 .

【答案】 $n < -m < m < |n|$.

【解析】 

$n < -m < m < |n|$.

【标注】 【知识点】 有理数比较大小-利用数轴

思路梳理

知识点：

1、 _____

2、 _____

3、 _____

2. $3 + a$ 与 $3 - a$ 比较大小，结果是（ ）

A. $3 + a$ 大

B. $3 - a$ 大

C. 一样大

D. 不确定

【答案】 D

【解析】 不能确定 a 的大小，所以代数式大小也不能确定

【标注】 【知识点】 有理数比较大小-利用有理数正负性

思路梳理

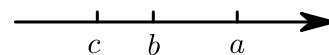
知识点：

1、 _____

2、 _____

3、 _____

3. 三个有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如图所示，则（ ） .



A. $\frac{1}{c-a} > \frac{1}{c-b} > \frac{1}{a-b}$
 C. $\frac{1}{c-a} > \frac{1}{b-a} > \frac{1}{b-c}$

B. $\frac{1}{b-c} > \frac{1}{c-a} > \frac{1}{b-a}$
 D. $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{a-c} > \frac{1}{b-c}$

【备注】【教学建议】

逐个选项分析，可以使用特殊值法快速判断

【答案】B

【解析】由图可见 $c < b < a$ ，所以 $0 < a - b < a - c$ ， $0 < b - c < a - c$ ，

由此 $0 < \frac{1}{a-c} < \frac{1}{a-b}$ ①， $0 < \frac{1}{a-c} < \frac{1}{b-c}$ ，

由①有 $0 > \frac{1}{c-a} > \frac{1}{b-a}$ ，

故 $\frac{1}{b-c} > \frac{1}{c-a} > \frac{1}{b-a}$ 。

【标注】【知识点】分式比较大小

思路梳理

知识点：

- 1、_____
- 2、_____
- 3、_____

|| 题目练习2

1. 已知 $|a| > a$ ， $|b| > b$ ，且 $|a| > |b|$ ，则 a 、 b 的大小关系为（ ）。

- A. $a > b$ B. $a = b$ C. $a < b$ D. 无法确定

【答案】C

【解析】 $\because |a| > a$ ， $|b| > b$ ，

$\therefore a < 0$ ， $b < 0$ ，

$\because |a| > |b|$ ，

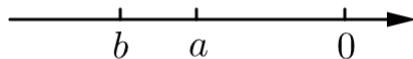
$\therefore -a > -b$ ，

$\therefore a < b$ 。

【标注】【知识点】绝对值综合

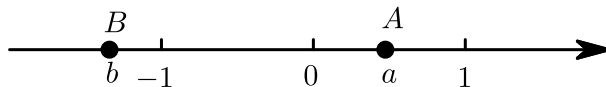
2. 选择题：

(1) 已知 a, b 两数在数轴上对应的点如图所示，下列结论正确的是()。



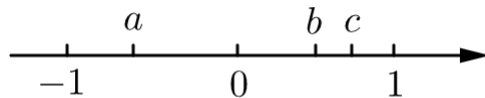
- A. $a > b$ B. $ab < 0$ C. $b - a > 0$ D. $a + b > 0$

(2) 如图，数轴上A、B两点分别对应实数 a, b ，则下列结论正确的是()。



- A. $a + b > 0$ B. $b > a$ C. $a - b > 0$ D. $|a| - |b| > 0$

(3) 已知 a, b, c 在数轴上的位置如图，则在 $-\frac{1}{a}, -a, c - b, c + a$ 中，最大的一个是()。



- A. $-a$ B. $c - b$ C. $c + a$ D. $-\frac{1}{a}$

【答案】 (1) A

(2) C

(3) D

【解析】 (1) 由图可见 $b < a$ ，故选A。

(2) 由图可见， $b < -1, 0 < a < 1$ ，所以 $a - b > 0$ ，故选C。

(3) 由图可见， $-1 < a < 0$ ，

$$\therefore 0 < b < c < 1, \text{ 又 } c - b < 1 - 1 = 1,$$

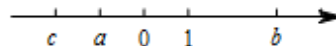
$$\therefore -1 < a < 0, \therefore 0 < -a < 1,$$

$$\therefore -\frac{1}{a} > 1, \text{ 因此 } -\frac{1}{a}, -a, c - b, c + a \text{ 中最大的是 } -\frac{1}{a}.$$

故选D。

【标注】 【知识点】有理数比较大小-利用数轴

3. 如图，数轴上标出了有理数 a, b, c 的位置，其中O是原点，则 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ 的大小关系是()。



A. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} > \frac{1}{c}$

B. $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$

C. $\frac{1}{b} > \frac{1}{a} > \frac{1}{c}$

D. $\frac{1}{c} > \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

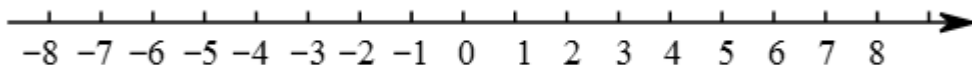
【答案】 B**【解析】** 图中易见 $|c| > |a|$, $\therefore \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$, 排除A, C,但 $\frac{1}{b} > 0$, $\therefore$ 必有 $\frac{1}{b} > \frac{1}{c} > \frac{1}{a}$.

选B.

【标注】 【知识点】有理数比较大小-利用数轴

2. 数轴上的动点问题

数轴上点的移动



由前面的学习我们知道在数轴上靠右的点表示的数大于靠左的点表示的数，因此把点向右（延数轴正方向）移动得到的点表示的数，大于原来的点表示的数，新得到的数等于用原数加上移动的距离。反过来，把点向左（延数轴反方向）移动得到的点表示的数，小于原来的点表示的数，新得到的数等于用原数减去移动的距离。

比如，数轴上表示 -3 的点向右移动 4 个单位长度，得到的数是 1、当然大于原来的数 -3 ；数轴上表示 -3 的点向左移动 4 个单位长度，得到的数是 -7、当然小于原来的数 -3 。

【总结】

数轴上的点，向右移动几个单位长度则加几，向左移动几个单位长度则减几，即向左减、向右加。

经典例题3

一只小虫在数轴上先向右爬2个单位，再向左爬6个单位，所在位置正好距离数轴原点2个单位，则小虫的起始位置所表示的数是（ ）。

A. 6

B. 2或-2

C. -2或4

D. 2或6

【答案】 D**【解析】** 设小虫的起始位置所表示的数是 a ,

则： $a+2-6=-2$ 或 $a+2-6=2$ ，

$\therefore a=2$ 或 $a=6$ 。

故选D。

【标注】【知识点】数轴上点的平移

思路梳理

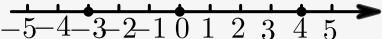
知识点：

- 1、 _____
- 2、 _____
- 3、 _____

|| 题目练习3

1. 点A表示数轴上的一个点，将点A向右移动7个单位，再向左移动4个单位，终点恰好是原点，则点A表示的数是 _____。

【答案】 -3

【解析】 

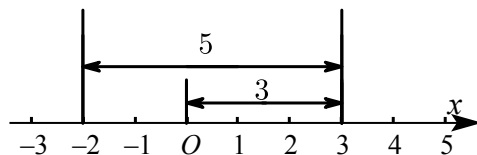
设点A表示的数是 x 。

依题意，有 $x+7-4=0$ ，解得 $x=-3$ 。

故答案为-3。

【标注】【知识点】数轴上点的平移

2. 如图所示，一个点从数轴上的原点开始，先向右移动3个单位长度，再向左移动5个单位长度，可以看到终点表示的数是-2，已知点A，B是数轴上的点，请参照下图并思考，完成下列各题：



- (1) 如果点A表示数5，将A点向左移动7个单位长度，再向右移动5个单位长度，那么终点B表示的数是 _____，A，B两点间的距离为 _____。
- (2) 如果点A表示数-4，将A点向右移动168个单位长度，再向左移动256个单位长度，那么终点B表示的数是 _____，A、B两点间的距离是 _____。

【答案】(1) 3; 2

(2) -92; 88

【解析】(1) 3; 2

(2) -92; 88

【标注】【知识点】数轴上点的平移

3. 一点A从数轴上表示+2的点开始移动, 第一次先向左移动1个单位, 再向右移动2个单位; 第二次先向左移动3个单位, 再向右移动4个单位; 第三次先向左移动5个单位, 再向右移动6个单位...

(1) 写出第一次移动后这个点在数轴上表示的数为 ____ .

(2) 写出第二次移动后这个点在数轴上表示的数为 ____ .

(3) 写出第五次移动后这个点在数轴上表示的数为 ____ .

(4) 写出第 n 次移动后这个点在数轴上表示的数为 ____ .

【答案】(1) 3

(2) 4

(3) 7

(4) $n+2$

【解析】(1) 一点A从数轴上表示+2的点开始移动, 第一次先向左移动1个单位, 再向右移动2个单位, 实际上点A最后向右移动了1个单位, 则第一次后这个点表示的数为 $1+2=3$;

(2) 第二次先向左移动3个单位, 再向右移动4个单位, 实际上点A最后向右移动了1个单位, 则第二次后这个点表示的数为 $3+1=4$;

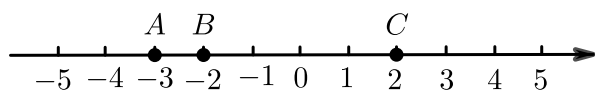
(3) 根据前面的规律得到第五次移动后这个点在数轴上表示的数是 $6+1=7$.

(4) 第 n 次移动后这个点在数轴上表示的数是 $n+2$.

【标注】【知识点】数轴上点的平移

经典例题4

如图所示, 在数轴上有三个点A、B、C, 它们所表示的数分别为-3、-2、2, 试回答下列问题.



(1) A、C两点的中点是 ____ , B、C两点的中点是 ____ , A、B两点的中点是 ____ .

(2) 将数轴沿C点对折, 则A、B两点分别和 ____ 重合.

(3) 若将数轴折叠, 使A点与C点重合, 则点B与数 _____ 表示的点重合 .

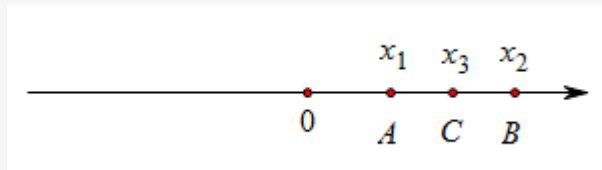
【备注】【教学建议】

通过这个题目老师可以给学生总结数轴上的中点公式 :

已知两点A、B在数轴上表示的数分别为 x_1 、 x_2 , 那么AB的中点C为 $\frac{x_1 + x_2}{2}$

证明 :

①当A、B位于原点同侧时

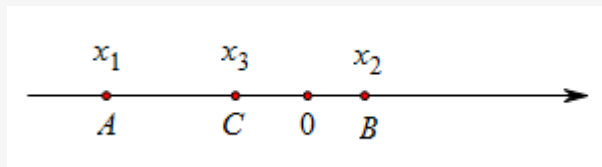


根据距离公式 : $CB = CA$

$$\text{则 } x_2 - x_3 = x_3 - x_1$$

$$\text{整理得 } x_3 = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

②当A、B位于原点异侧时



根据距离公式 : $CB = CA$

$$\text{则 } x_2 - x_3 = x_3 - x_1$$

$$\text{整理得 } x_3 = \frac{x_2 + x_1}{2}$$

【答案】 (1) -0.5 ; 0 ; -2.5

(2) 7 , 6

(3) 1

【标注】【知识点】 数轴上点的翻折

思路梳理

知识点 :

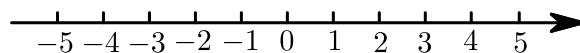
1、 _____

2、 _____

3、 _____

|| 题目练习4

已知在纸面上有一数轴 (如图所示) , 折叠纸面 .



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/397130146162006054>