

北京市大兴区 2025 届高三数学第一次模拟考试试题（含解析）

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

1. 在复平面内，复数 $\frac{2}{1+i}$ 对应的点位于

- A. 第一象限 B. 其次象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】

利用复数的运算法则、几何意义即可得出．

【详解】在复平面内，复数 $\frac{2}{1+i} = \frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1-i$ 对应的点 $(1, -1)$ 位于第四象限．

故选 D.

【点睛】本题考查了复数的运算法则、几何意义，考查了推理实力与计算实力，属于基础题．

2. 已知集合 $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $[-1, 1]$ B. $[-2, 2]$
C. $\{0, 2\}$ D. $\{-2, 0, 2\}$

【答案】D

【解析】

【分析】

干脆依据交集运算，即可得答案；

【详解】Q $A = \{x | x = 2k, k \in \mathbf{Z}\}$ ， $B = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ，

$\therefore A \cap B = \{-2, 0, 2\}$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查集合的交运算，考查运算求解实力，属于基础题．

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_2 = 0$ ， $a_4 = 1$ ，则 S_4 等于 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. 2 D. 3

【答案】B

【解析】

【分析】

依据数列的通项公式可求得 a_1, d 的值，再代入前 n 项和公式，即可得答案；

$$\text{【详解】} \text{Q} \begin{cases} a_1 + d = 0, \\ a_1 + 3d = 1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -\frac{1}{2}, \\ d = \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$\therefore S_4 = -\frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{4 \cdot 3}{2} \cdot \frac{1}{2} = 1,$$

故选：B.

【点睛】本题考查等差数列的通项公式和前 n 项和公式，考查运算求解能力，属于基础题.

4. 下列函数中，在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增且存在零点的是 ()

A. $y = e^x$

B. $y = \sqrt{x} + 1$

C. $y = -\log_{\frac{1}{2}} x$

D. $y = (x-1)^2$

【答案】C

【解析】

【分析】

依据函数的零点为方程的根，结合解析式推断函数的单调性，即可得答案；

【详解】对 A，Q 方程 $e^x = 0$ 无解， $\therefore y = e^x$ 不存在零点，故 A 错误；

对 B，Q $\sqrt{x} + 1 = 0$ 无解， $\therefore y = \sqrt{x} + 1$ 不存在零点，故 B 错误；

对 D， $y = (x-1)^2$ 在 $(0, 1)$ 单调递减，在 $(1, +\infty)$ 单调递增， $\therefore y = (x-1)^2$ 在 $(0, +\infty)$ 不具有单调性，故 D 错误；

故选：C.

【点睛】本题考查通过函数的解析式探讨函数的零点和单调性，考查转化与化归思想，属于基础题.

5. 在 $(x-2)^n$ 的展开式中，只有第三项的二项式系数最大，则含 x 项的系数等于 ()

A. -32

B. -24

C. 8

D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】

依据绽开式的第三项的二项式系数最大可得 $n = 4$ ，再由二项式绽开式的通项公式，即可得答案；

【详解】由题意得 $n = 4$ ，

$$\therefore T_{r+1} = C_4^r x^{4-r} (-2)^r, r = 0, 1, 2, 3, 4,$$

$$\text{当 } r = 3 \text{ 时, } T_4 = C_4^3 \cdot x \cdot (-2)^3 = -32x,$$

$\therefore$ 含 x 项的系数等于 -32 ，

故选：A.

【点睛】本题考查二项式定理的运用，考查逻辑推理实力、运算求解实力，求解时留意二项式系数与系数的区分.

6. 若抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 M 到其焦点的距离等于 2，则 M 到其顶点 O 的距离等于 ()

A. $\sqrt{3}$

B. 2

C. $\sqrt{5}$

D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】

设点 $M(x_1, y_1)$ ，依据焦半径公式可求得 M 的坐标，再利用两点间的距离公式，即可得答案；

【详解】设点 $M(x_1, y_1)$ ， F 为抛物线的焦点，

$$|MF| = x_1 + 1 = 2 \Rightarrow x_1 = 1, \therefore y_1^2 = 4,$$

$$\therefore |MO| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{5},$$

故选：C.

【点睛】本题考查抛物线的焦半径公式，考查运算求解实力，属于基础题.

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，它的前 n 项和为 S_n ，则“对随意 $n \in \mathbf{N}^*$ ， $a_n > 0$ ”是“数列 $\{S_n\}$

为递增数列”的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件
D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】

依据 $a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$ 这一关系, 即可得答案;

【详解】Q $a_n = S_n - S_{n-1} (n \geq 2)$,

$\therefore a_n > 0 \Rightarrow S_n - S_{n-1} > 0, \therefore S_n > S_{n-1}, \therefore$ “数列 $\{S_n\}$ 为递增数列”,

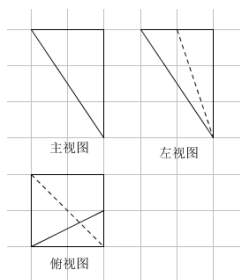
若 “数列 $\{S_n\}$ 为递增数列”, 则 $S_n > S_{n-1} \Rightarrow S_n - S_{n-1} > 0 \Rightarrow a_n > 0$,

$\therefore$ “对任意 $n \in \mathbf{N}^*$, $a_n > 0$ ” 是 “数列 $\{S_n\}$ 为递增数列” 的充分必要条件,

故选: C.

【点睛】本题考查 a_n 与 S_n 的关系、充分必要条件的推断, 考查转化与化归思想, 考查逻辑推理实力、运算求解实力.

8. 某四棱锥的三视图如图所示, 假如方格纸上小正方形的边长为1, 那么该几何体的最长棱的棱长为 ()



- A. 3
B. $\sqrt{10}$
C. $\sqrt{13}$
D. $\sqrt{17}$

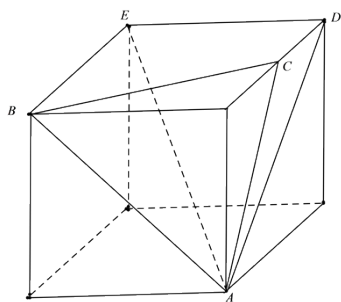
【答案】D

【解析】

【分析】

依据几何体的三视图可得, 该几何体是四棱锥 $A-BCDE$, 再计算各条棱的长度, 即可得答案;

【详解】依据几何体的三视图可得, 该几何体是四棱锥 $A-BCDE$



$$\therefore AB = AD = \sqrt{13}, \quad AC = \sqrt{10}, \quad AE = \sqrt{17}, \quad BE = DE = 2, \quad BC = \sqrt{5}, \quad CD = 1,$$

$$\therefore \text{该几何体的最长棱的棱长为 } AE = \sqrt{17},$$

故选：D.

【点睛】本题考查利用三视图还原几何体的直观图、棱长的计算，考查空间想象实力、运算求解实力，求解时留意精确还原几何体的直观图是关键.

9. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$). 若关于 x 的方程 $f(x) = 1$ 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有两个不相等的实根，则 ω 的最大整数值为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】B

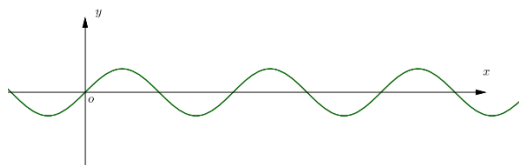
【解析】

【分析】

利用换元法求出 $\omega x + \frac{\pi}{6}$ 的取值范围，再依据三角函数的图象得到 ω 的不等式，即可得答案；

【详解】令 $t = \omega x + \frac{\pi}{6}$, $\mathbb{Q} x \in [0, \pi]$, $\therefore \frac{\pi}{6} \leq \omega x + \frac{\pi}{6} \leq \omega\pi + \frac{\pi}{6}$,

$\mathbb{Q} y = \sin t$ 的图象如图所示，



$\mathbb{Q}$ 关于 x 的方程 $f(x) = 1$ 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有两个不相等的实根，

$\therefore y = \sin t = 1$ 在 $[\frac{\pi}{6}, \omega\pi + \frac{\pi}{6}]$ 上有且仅有两个不相等的实根，

$$\therefore \frac{5\pi}{2} \leq \omega\pi + \frac{\pi}{6} \leq \frac{17\pi}{4} \Rightarrow \frac{5}{2} \leq \omega \leq \frac{49}{12},$$

$\therefore \omega$ 的最大整数值为 4,

故选: B.

【点睛】 本题考查利用换元法和图象法解三角方程, 考查函数与方程思想、转化与化归思想, 考查逻辑推理实力、运算求解实力, 求解时留意换元后新元的取值范围.

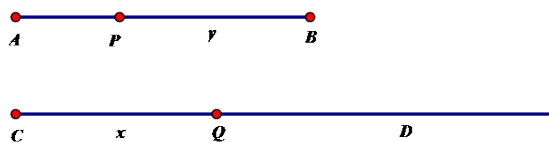
10. 如图, 假定两点 P , Q 以相同的初速度运动. 点 Q 沿直线 CD 作匀速运动, $CQ = x$; 点

P 沿线段 AB (长度为 10^7 单位) 运动, 它在任何一点的速度值等于它尚未经过的距离

($PB = y$). 令 P 与 Q 同时分别从 A , C 动身, 那么, 定义 x 为 y 的纳皮尔对数, 用现在的

数学符号表示 x 与 y 的对应关系就是 $y = 10^7 \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{x}{10^7}}$, 其中 e 为自然对数的底. 当点 P 从线段 AB

的三等分点移动到中点时, 经过的时间为 ()



- A. $\ln 2$ B. $\ln 3$ C. $\ln \frac{3}{2}$ D. $\ln \frac{4}{3}$

【答案】 D

【解析】

【分析】

设 P 运动点三等分点的时间为 t_1 , 此时 Q 运动的距离为 x_1 , P 运动点中点的时间为 t_2 , 此时 Q 运动的距离为 x_2 , 再利用 Q 做匀速运动, 利用路程除以速度可得时间.

【详解】 设 P 运动点三等分点的时间为 t_1 , 此时 Q 运动的距离为 x_1 , P 运动点中点的时间为 t_2 , 此时 Q 运动的距离为 x_2 ,

Q 两点 P , Q 以相同的初速度运动, 设点 Q 的运动速度为 $v = 10^7$,

$$\therefore \frac{2}{3} \cdot 10^7 = 10^7 \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{x_1}{10^7}}, \quad \frac{1}{2} \cdot 10^7 = 10^7 \left(\frac{1}{e}\right)^{\frac{x_2}{10^7}},$$

$$\therefore x_1 = 10^7 \log_{\frac{1}{e}} \frac{2}{3}, \quad x_2 = 10^7 \log_{\frac{1}{e}} \frac{1}{2},$$

$$\therefore t = \frac{x_2 - x_1}{v} = \ln \frac{4}{3},$$

故选：D.

【点睛】本题考查数学中的新定义问题、对数的运算法则，考查函数与方程思想、转化与化归思想、考查逻辑推理实力、运算求解实力，求解时留意对数运算法则的运用.

其次部分（非选择题 共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分.

11. 已知向量 $\vec{a} = (-1, 1)$ ， $\vec{b} = (2, t)$ ，若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ，则 $t =$ _____；

【答案】-2

【解析】

【分析】

依据向量平行，向量坐标交叉相乘相等，即可得答案；

【详解】 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ， $\therefore -1 \times t = 1 \times 2 \Rightarrow t = -2$ ，

故答案为： $t = -2$.

【点睛】本题考查向量平行的坐标运算，考查运算求解实力，属于基础题.

12. 若函数 $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ 在区间 $[0, m]$ 上单调减区间，则 m 的一个值可以是 _____；

【答案】 $\frac{\pi}{4}$ （答案不唯一，只要 $0 < m \leq \frac{\pi}{2}$ ）

【解析】

【分析】

由题意可得 $f'(x) \leq 0$ 在区间 $[0, m]$ 上恒成立，即可得答案；

【详解】 $\because f(x) = \cos 2x$ ， $\therefore f'(x) = -2 \sin 2x$ ，

$\therefore f'(x) = -2 \sin 2x \leq 0$ 在区间 $[0, m]$ 上恒成立，

$\therefore \sin 2x \geq 0$ 在区间 $[0, m]$ 上恒成立，

$\therefore$ 取 $m = \frac{\pi}{4}$ ，明显 $\sin 2x \geq 0$ 恒成立，

故答案为： $\frac{\pi}{4}$.

【点睛】

本题考查余弦二倍角公式、三角函数的图象与性质，考查运算求解实力，求解时留意结合三角函数的图象进行求解.

13. 若对随意 $x > 0$ ，关于 x 的不等式 $a \leq \frac{1}{x} + x$ 恒成立，则实数 a 的范围是_____；

【答案】 $(-\infty, 2]$

【解析】

【分析】

求出函数 $\frac{1}{x} + x$ 的最小值，即可得到答案；

【详解】 $\because x > 0$ ， $\therefore \frac{1}{x} + x \geq 2$ ，等号成立当且仅当 $x = 1$ ，

$\therefore a \leq 2$ ，

故答案为： $(-\infty, 2]$.

【点睛】 本题考查不等式恒成立问题求参数的取值范围，考查运算求解实力.

14. 已知 $A(a, r)$, $B(b, s)$ 为函数 $y = \log_2 x$ 图象上两点，其中 $a > b$. 已知直线 AB 的斜率等于

2，且 $|AB| = \sqrt{5}$ ，则 $a - b =$ _____； $\frac{a}{b} =$ _____；

【答案】 (1). 1 (2). 4

【解析】

【分析】

依据斜率公式和两点间的距离公式，即可求得答案；

【详解】 $\because$ 直线 AB 的斜率等于 2，且 $|AB| = \sqrt{5}$ ，

$\therefore \sqrt{(b-a)^2 + (\log_2 b - \log_2 a)^2} = \sqrt{5}$ 且 $\frac{\log_2 b - \log_2 a}{b-a} = 2$ ，

解得： $|b-a| = 1$ ，

$\because a > b$ ， $\therefore a - b = 1$ ；

$\therefore \frac{\log_2 b - \log_2 a}{b-a} = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = 4$ ；

故答案为： 1； 4.

【点睛】 本题考查直线的斜率公式和两点间的距离公式，考查转化与化归思想，考查逻辑推理实力运算求解实力，求解时留意对数的运算法则的应用.

15. 在直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率 $e > 2$ ，其渐近线与圆

$x^2 + (y - 2)^2 = 4$ 交 x 轴上方于 A, B 两点，有下列三个结论：

① $|\vec{OA} - \vec{OB}| < |\vec{OA} + \vec{OB}|$;

② $|\vec{OA} - \vec{OB}|$ 存在最大值;

③ $|\vec{OA} + \vec{OB}| > 6$.

则正确结论的序号为_____.

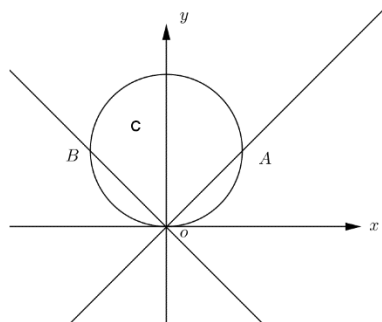
【答案】①③

【解析】

【分析】

依据双曲线离心率的范围可得两条渐近线夹角的范围, 再依据直线与圆的位置关系及弦长, 即可得答案;

【详解】 $\because e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} > 2 \Rightarrow \frac{b}{a} > \sqrt{3}, \therefore \angle AOB < 60^\circ,$



对①, 依据向量加法的平行四边形法则, 结合 $\angle AOB < 60^\circ$, 可得 $|\vec{OA} - \vec{OB}| < |\vec{OA} + \vec{OB}|$ 成立,

故①正确;

对②, $|\vec{OA} - \vec{OB}| = |\vec{AB}|$, 由于 $\angle AOB < 60^\circ$, $\therefore \angle AOB$ 没有最大值, $\therefore |\vec{AB}|$ 没有最大值,

故②错误;

对③, 当 $\angle AOB = 60^\circ$ 时, $|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = 2 \cdot 2 \cos 30^\circ = 2\sqrt{3},$

$\therefore |\vec{OA} + \vec{OB}|^2 = 12 + 12 + 2 \cdot \vec{OA} \cdot \vec{OB} \cdot \frac{1}{2} = 36,$ 又 $\angle AOB < 60^\circ, \therefore |\vec{OA} + \vec{OB}|^2 > 36,$

$\therefore |\vec{OA} + \vec{OB}| > 6,$ 故③正确;

故答案为: ①③.

【点睛】本题考查向量与双曲线的交会、向量的数量积和模的运算, 考查数形结合思想, 考查逻辑推理实力、运算求解实力.

三、解答题共 6 题, 共 85 分. 解答应写出文字说明, 演算步骤或证明过程.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/398001005012006130>