

专题 05 一元二次方程实际应用的 4 种压轴题型全攻略 (2)



【考点导航】

目录

【典型例题】	1
【考点一 一元二次方程中盈利（亏损）问题的应用】	1
【考点二 一元二次方程中动态几何问题的应用】	2
【考点三 一元二次方程中工程问题的应用】	2
【考点四 一元二次方程其它应用的拓展提高】	3
【过关检测】	4



【典型例题】

【考点一 一元二次方程中营销（亏损）问题的应用】

【例题 1】端午节又称端阳节，是中华民族重要的传统节日，我国各地都有吃粽子的习俗。某超市以 9 元每袋的价格购进一批粽子，根据市场调查，售价定为每袋 15 元，每天可售出 200 袋；若售价每降低 1 元，则可多售出 70 袋，问此种粽子售价降低多少元时，超市每天售出此种粽子的利润可达到 1360 元？若设每袋粽子售价降低 x 元，则可列方程为()

- A. $(15-x-9)(200+70x)=1360$ B. $(15-x)(200+x)=1360$
C. $(15-x-9)(200-70x)=1360$ D. $(15-x)(200-70x)=1360$

【变式 1】一件工艺品进价为 100 元，标价为 135 元售出，每天可售出 100 件，根据销售统计，一件工艺品每降低 1 元出售，则每天可多售出 4 件，要使顾客尽量得到优惠，且每天获得利润为 3596 元，每件工艺品需降价 ()

- A. 4 元 B. 6 元 C. 4 元或 6 元 D. 5 元

【变式 2】某商场销售一款 T 恤，进价为每件 40 元，当售价为每件 60 元时，平均每周可卖出 200 件，为扩大销售，增加利润，商场准备降价销售。经市场调查发现，每件每降价 1 元，平均每周可多卖出 8 件，若要使每周销售该款 T 恤获利 8450 元，设每件降低 x 元，则可列方程为 ()

- A. $(60-x)(200+8x)=8450$ B. $(20-x)(200+x)=8450$

C. $(40-x)(200+8x)=8450$

D. $(20-x)(200+8x)=8450$

【变式 3】小明在某书店购买数学课外读物《几何原本》，已知每本《几何原本》的定价为 40 元，若按八折出售，该书店仍可获利 10 元，则每本《几何原本》的进价为（ ）



欧几里得

A. 22 元

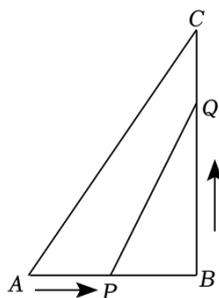
B. 24 元

C. 26 元

D. 28 元

【考点二 一元二次方程中动态几何问题的应用】

【例题 2】如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=5\text{cm}$ ， $BC=7\text{cm}$ ，点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动，点 Q 从点 B 开始沿 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度移动，当点 Q 到达点 C 时， P ， Q 均停止运动，若 $\triangle PBQ$ 的面积等于 4cm^2 ，则运动时间为（ ）



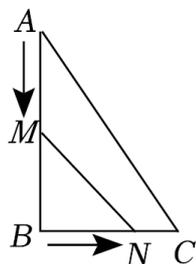
A. 1 秒

B. 4 秒

C. 1 秒或 4 秒

D. 1 秒或 $\frac{27}{7}$ 秒

【变式 1】如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=12\text{cm}$ ， $AC=13\text{cm}$ ，点 M 从点 A 出发沿边 AB 向点 B 以 2cm/s 的速度移动，点 N 从点 B 出发沿 BC 边向点 C 以 1cm/s 的速度移动。当一个点先到达终点时，另一个点也停止运动，当 $\triangle MBN$ 的面积为 9cm^2 时，点 M ， N 的运动时间为（ ）



A. 2s

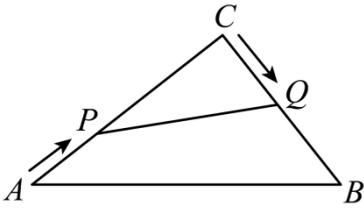
B. 3s

C. 4s

D. 5s

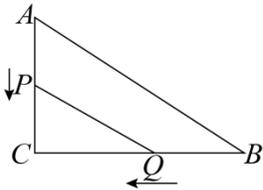
【变式 2】如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=12\text{cm}$ ， $BC=9\text{cm}$ 。现有动点 P 从点 A 出发，沿 AC 向点 C 方向运动，动点 Q 从顶点 C 出发，沿线段 CB 向点 B 方向运动，如果点 P 的速度是 2cm/s ，点 Q 的速度是 1cm/s ，它们同时出发，当有一点到达所在线段的端点时，就停止运动，当 P ， Q 两点运动（ ）秒时，

Rt△CPQ 的面积等于 5cm².



- A. 1 B. 3 C. 3 或 5 D. 1 或 5

【变式 3】 如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=12cm，BC=16cm，点 P，Q 分别从 A，B 两点出发沿 AC，BC 方向向终点 C 匀速运动，其速度均为 2cm/s。设运动时间为 t s，则当 V_{PCQ} 的面积是 V_{ABC} 的面积的一半时，t 的值为（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【考点三 一元二次方程中工程问题的应用】

【例题 3】 某农场开挖一条长 480 米的渠道，开工后每天比原计划多挖 20 米，结果提前 4 天完成任务，若设原计划每天挖 x 米，那么下列方程中正确的是（ ）

- A. $\frac{480}{x-20} - \frac{480}{x} = 4$ B. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+4} = 20$
 C. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+20} = 4$ D. $\frac{480}{x-4} - \frac{480}{x} = 20$

【变式 1】 甲、乙、丙三名工人共承担装搭一批零件。已知甲乙丙丁四人聊天时的对话信息如下：

甲说：我的工作效率比乙的工作效率少 $\frac{1}{60}$

乙说：我 3 小时完成的工作量与甲 4 小时完成工作量相等；

丙说：我工作效率不高，我的工作效率是乙的工作效率的 $\frac{1}{2}$ ；

丁说：我没参加此项工作，但我可以计算你们的工作效率。知道工程问题三者关系是：工作效率×工作时间 = 工作总量。

如果每小时只安排 1 名工人，那么按照甲、乙、丙的轮流顺序至完成工作任务，共需（ ）小时。



A. 20

B. 21

C. $19\frac{1}{4}$

D. $19\frac{3}{4}$

【变式 2】2020 年 3 月 11 日，太原解放路的道路改造工程拉开了序幕。工程南起南内环街，北至花园后南街，全长约 8 公里。某施工队承接了这 8 公里路的修路任务，为了提前完成任务，施工队实际每天的工作效率比原计划提高了 25%，结果提前 10 天完成了这项任务。设原计划每天修路 x 公里，根据题意列出的方程正确的是（ ）

A. $\frac{8}{x} - \frac{8(1+25\%)}{x} = 10$

B. $\frac{8(1+25\%)}{x} - \frac{8}{x} = 10$

C. $\frac{8}{x} - \frac{8}{(1+25\%)x} = 10$

D. $\frac{8}{(1+25\%)x} - \frac{8}{x} = 10$

【变式 3】下面是学习分式方程的应用时，老师的板书和两名同学所列的方程。

15.3 分式方程

甲、乙两个工程队，甲队修路 400m 与乙队修路 600m 所用的时间相等，且乙队每天比甲队多修 20m。求甲队每天修路的长度。

佳佳： $\frac{400}{x} = \frac{600}{x+20}$

音音： $\frac{600}{y} - \frac{400}{y} = 20$

根据以上信息，解答下列问题。

- (1) 佳佳同学所列方程中的 x 表示，音音同学所列方程中的 y 表示；
- (2) 甲队每天修路的长度是 m 。

【考点四 一元二次方程其它应用的拓展提高】

【例题 4】我国古代著作《四元玉鉴》记载“买椽多少”问题：“六贯二百一十钱，遣人去买几株椽。每株脚钱三文足，无钱准与一株椽。”其大意为：现请人代买一批椽，这批椽的价钱为 6210 文。如果每株椽的运费是 3 文，那么少拿一株椽后，剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，试问 6210

文能买多少株椽？设这批椽的数量为 x 株，则符合题意的方程是（ ）

A. $3(x-1)x=6210$

B. $3(x-1)=6210$

C. $(3x-1)x=6210$

D. $3x=6210$

【变式 1】《九章算术》之“粟米篇”中记载了中国古代的“粟米之法”：“粟率五十，粝米三十...”（粟指带壳的谷子，粝米指糙米，其意为：“50 单位的粟，可换得 30 单位的粝米...”），问题：有 3 斗的粟（1 斗=10 升），若按照此“粟米之法”，则可以换得的粝米为（ ）

A. 6 升

B. 8 升

C. 16 升

D. 18 升

【变式 2】某工程队采用 A 、 B 两种设备同时对长度为 4800 米的公路进行施工改造. 原计划 A 型设备每小时铺设路面比 B 型设备的 2 倍多 30 米，则 32 小时恰好完成改造任务.

(1)求 A 型设备每小时铺设的路面长度；

(2)通过勘察，此工程的实际施工里程比最初的 4800 米多了 1000 米. 在实际施工中， B 型设备在铺路效率不变的情况下，时间比原计划增加了 $(m+25)$ 小时，同时， A 型设备的铺路速度比原计划每小时下降了 $3m$ 米，而使用时间增加了 m 小时，求 m 的值.



【过关检测】

一. 选择题

1. 某花圃用花盆培育某种花苗，经过试验发现，每盆花的盈利与每盆株数构成一定的关系，每盆植入 3 株时，平均单株盈利 10 元；以同样的栽培条件，若每盆每增加 1 株，平均单株盈利就减少 1 元，要使每盆的盈利为 40 元，需要每盆增加几株花苗？设每盆增加 x 株花苗，下面列出的方程中符合题意的是（ ）

A. $(x-3)(10-x)=40$

B. $(x+3)(10-x)=40$

C. $(x-3)(10+x)=40$

D. $(x+3)(10+x)=40$

2. 某商店经销一种销售成本为 40 元的水果，据市场分析，若按每千克 50 元销售，一个月能售出 500 千克；销售单价每涨 1 元，月销售量就减少 10 千克，设销售单价为每千克 x ($x>50$) 元，月销售利润达 8000 元. 则方程为（ ）

A. $(x-40)[500-10(x-50)]=8000$

B. $(x-40)(10x-500)=8000$

C. $(x-40)(500-10x)=8000$

D. $(x-40)[500-10(50-x)]=8000$

3. 某商店将进货价格为 20 元的商品按单价 36 元售出时，能卖出 200 个。已知该商品单价每上涨 1 元，其销售量就减少 5 个。设这种商品的售价上涨 x 元时，获得的利润为 1200 元，则下列关系式正确的是 ()

A. $(x+16)(200-5x)=1200$

B. $(x+16)(200+5x)=1200$

C. $(x-16)(200+5x)=1200$

D. $(x-16)(200-5x)=1200$

4. 电影《满江红》在 2023 年春节档上映，深受观众喜爱。某电影院每日开放若干个能容纳 80 位观众的放映厅排片《满江红》，票价统一订为 60 元。经调查发现，当一天排片 3 个放映厅时，每个厅均能坐满。在此基础上，每增加 1 个厅，每个厅将减少 10 位观众。若该电影院拟一日票房收入为 18000 元，设需要增加开放 x 个放映厅，根据题意可列出方程为 ()

A. $60(3-x)(80+10x)=18000$

B. $60(3+x)(80-10x)=18000$

C. $60(3+x)(110-10x)=18000$

D. $60(3-x)(50+10x)=18000$

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B=90^\circ$ ， $AB=6\text{cm}$ ， $BC=7\text{cm}$ 。点 P 从点 B 开始沿边 BA 向点 A 以 2cm/s 的速度移动，同时点 Q 从点 C 开始沿边 CB 向点 B 以 1cm/s 的速度移动，当其中一点到达终点时，另一点随即停止。当四边形 $APQC$ 的面积为 11cm^2 时，点 P 的运动时间为 ()

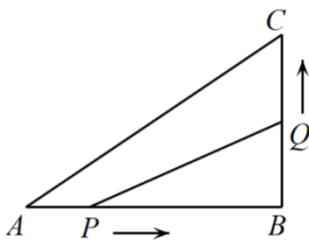
A. 1s

B. 1s 或 2.5s

C. 2s

D. 2s 或 5s

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=8\text{cm}$ ， $BC=6\text{cm}$ 。动点 P ， Q 分别从点 A ， B 同时开始移动，点 P 的速度为 1cm/s ，点 Q 的速度为 2cm/s ，点 Q 移动到点 C 后停止，点 P 也随之停止运动。下列时间瞬间中，能使 $\triangle PBQ$ 的面积为 15cm^2 的是 ()



A. 2 秒钟

B. 3 秒钟

C. 3 秒钟或 5 秒钟

D. 5 秒钟

二. 填空题

7. 春节期间，某超市举办了“2023 年跨年迎新购物季”促销活动，该超市对一款原价为 a 元的商品降价 $x\%$ 销售一段时间后，为了加大促销力度，再次降价 $x\%$ ，此时售价共降低了 b 元，则 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

. 原价为 20 元/盒的商品, 若售价为 36 元/盒, 则每天可卖出 40 盒, 经市场调查发现, 若每盒下调 1 元, 平均每天就可以多销售 10 盒, 要使每天的利润达到 750 元, 应将每盒的售价下调_____元.

9. 春节来临之际, 某童装专柜决定通过降价销售, 增加收入, 在销售中发现: 某童装平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元, 调查发现: 如果每件童装降价 1 元, 那么平均每天就可多售出 2 件, 要想平均每天销售这种童装共盈利 1050 元, 设每件童装降价 x 元, 那么可以列方程为_____.



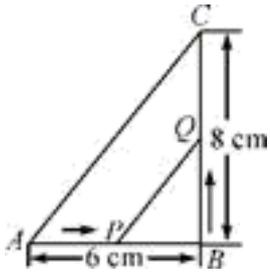
10. 端午节又称端阳节, 是中华民族重要的传统节日, 我国各地都有吃粽子的习俗, 某超市以 9 元每袋的价格购进一批粽子, 根据市场调查, 售价定为每袋 15 元, 每天可售出 200 袋; 若售价每降低 1 元, 则可多售出 70 袋, 问此种粽子售价降低多少元时, 超市每天售出此种粽子的利润可达到 1360 元? 若设每袋粽子售价降低 x 元, 则可列方程为_____.

11. 一商店销售某种商品, 当每件利润为 30 元时, 平均每天可售出 20 件, 经过一段时间销售, 发现销售单价每降低 1 元, 平均每天可多售出 2 件, 当每件商品的单价降低_____元时, 该商店销售这种商品每天的利润为 800 元.

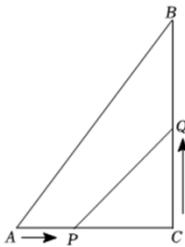
12. 某商店销售一批保暖衬衫, 平均每天可售出 20 件, 每件盈利 40 元, 为了扩大销售增加盈利, 商店采取适当的降价措施, 经调查发现, 在一定的范围内, 保暖衬衫的单价每降 1 元, 商店平均每天可多售出 2 件, 如果商店通过销售这批保暖衬衫每天要盈利 1200 元, 尽量减少库存, 保暖衬衫的单价应降_____元.

13. 如图所示, $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$, 点 P 沿射线 AB 方向从点 A 出发以 1cm/s 的速度移动, 点 Q 沿射线 CB 方向从点 C 出发以 2cm/s 的速度移动, P, Q 同时出发_____秒后, $\triangle PBQ$ 的面积为 1cm^2 .

14. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 点 P 从 A 点开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动, 点 Q 从 B 点开始沿 BC 边向点 C 以 2cm/s 的速度移动, 则 P, Q 分别从 A, B 同时出发, 经过_____秒钟, 使 $\triangle PBQ$ 的面积等于 8cm^2 .



15. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 10\text{cm}$ ， $BC = 15\text{cm}$ ，点 P 从 A 出发沿 AC 向 C 点以 1 厘米/秒的速度匀速挪动；点 Q 从 C 出发沿 CB 向 B 点以 2 厘米/秒的速度匀速挪动点 P 、 Q 分别从起点同时出发，挪动到某一位置时所需时间为 t 秒，当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时， $\triangle PCQ$ 的面积等于 16cm^2 。



三、解答题

16. 淮城区某商场销售一款上衣每件进价 100 元，销售价为 160 元时，每天可售出 40 件，为了扩大销售量，经市场调查发现，如果每件服装降价 5 元；那么平均每天可多售出 2 件。

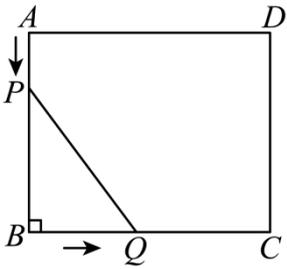
- (1) 设每件衣服降价 x 元，则每天销售量增加件，每件商品盈利多少元（用含 x 的代数式表示）；
- (2) 每件服装降价多少元时，商家平均每天能盈利 2200 元；
- (3) 商家能达到平均每天盈利 2600 元吗？请说明你的理由。

17. 温州某百货商场购进一批单价为 5 元的日用商品。如果以单价 7 元销售，每天可售出 160 件，根据销售经验，销售单价每提高 1 元，销售量每天就相应减少 20 件，设这种商品的销售单价为 x 元 ($x \geq 7$)。

- (1) 若该商场当天销售这种商品所获得的利润为 480 元，求 x 的值。
- (2) 当商品的销售单价定为多少元时，该商店销售这种商品获得的利润最大？此时最大利润为多少？

18. 在长方形 $ABCD$ 中， $AB = 5\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ，点 P 从点 A 开始沿边 AB 向终点 B 以 1cm/s 的速度移动，与此同时，点 Q 从点 B 开始沿 BC 向终点 C 以 2cm/s 的速度移动，如果 P ， Q 分别从 A ， B 同时出发，当点 Q

运动到点 C 时，两点停止运动。设运动时间为 t 秒。



(1) 填空: $BQ = 2t\text{cm}$, $PB =$ _____ cm (用含 t 的代数式表示);

(2) 当 t 为何值时, PQ 的长度等于 5cm ?

(3) 是否存在 t 的值, 使得五边形 $APQCD$ 的面积等于 26cm^2 ? 若存在, 请求出此时 t 的值, 若不存在, 请说明理由。

19. 某学校利用寒假维护其教学楼, 若甲、乙两工程队合作 10 天可完成; 若甲工程队先单独施工 5 天, 再由乙工程队单独施工 20 天也可完成。求甲、乙两工程队单独完成此项工程各需要多少天。

37. 某工程承包方指定由甲、乙两个工程队完成某项工程, 若由甲工程队单独做需要 40 天完成, 现在甲、乙两个工程队共同做 20 天后, 由于甲工程队另有其他任务不再做该工程, 剩下的工程由乙工程队再单独做了 12 天才完成任务。求乙工程队单独完成该工程需要多少天?

专题 05 一元二次方程实际应用的 4 种压轴题型全攻略 (2)



【考点导航】

目录

【典型例题】	1
【考点一 一元二次方程中盈利（亏损）问题的应用】	1
【考点二 一元二次方程中动态几何问题的应用】	2
【考点三 一元二次方程中工程问题的应用】	2
【考点四 一元二次方程其它应用的拓展提高】	3
【过关检测】	4



【典型例题】

【考点一 一元二次方程中营销（亏损）问题的应用】

【例题 1】端午节又称端阳节，是中华民族重要的传统节日，我国各地都有吃粽子的习俗。某超市以 9 元每袋的价格购进一批粽子，根据市场调查，售价定为每袋 15 元，每天可售出 200 袋；若售价每降低 1 元，则可多售出 70 袋，问此种粽子售价降低多少元时，超市每天售出此种粽子的利润可达到 1360 元？若设每袋粽子售价降低 x 元，则可列方程为()

- A. $(15-x-9)(200+70x)=1360$ B. $(15-x)(200+x)=1360$
C. $(15-x-9)(200-70x)=1360$ D. $(15-x)(200-70x)=1360$

【答案】A

【分析】当每袋粽子售价降低 x 元时，每袋粽子的销售利润为 $(15-x-9)$ 元，每天可售出 $(200+70x)$ 袋，利用总利润=每袋的销售利润×每天的销售量，即可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解。

【详解】解 当每袋粽子售价降低 x 元时，每袋粽子的销售利润为 $(15-x-9)$ 元，每天可售出 $(200+70x)$ 袋，依题意得： $(15-x-9)(200+70x)=1360$ 。

故选：A.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键。

【变式 1】一件工艺品进价为 100 元，标价为 135 元售出，每天可售出 100 件，根据销售统计，一件工艺品每降低 1 元出售，则每天可多售出 4 件，要使顾客尽量得到优惠，且每天获得利润为 3596 元，每件工艺品需降价（ ）

- A. 4 元 B. 6 元 C. 4 元或 6 元 D. 5 元

【答案】 B

【分析】 设每件工艺品需降价 x 元，根据题意列出一元二次方程，解方程即可得到答案.

【详解】 解：设每件工艺品需降价 x 元，

根据题意得： $(135-100-x)(100+4x)=3596$ ，

整理得： $x^2-10x+24=0$ ，

解得： $x_1=4$ ， $x_2=6$ ，

Q 要使顾客尽量得到优惠，

$\therefore x=6$ ，

\therefore 要使顾客尽量得到优惠，且每天获得利润为 3596 元，每件工艺品需降价 6 元，

故选：B.

【变式 2】某商场销售一款 T 恤，进价为每件 40 元，当售价为每件 60 元时，平均每周可卖出 200 件，为扩大销售，增加利润，商场准备降价销售. 经市场调查发现，每件每降价 1 元，平均每周可多卖出 8 件，若要使每周销售该款 T 恤获利 8450 元，设每件降低 x 元，则可列方程为（ ）

- A. $(60-x)(200+8x)=8450$ B. $(20-x)(200+x)=8450$
C. $(40-x)(200+8x)=8450$ D. $(20-x)(200+8x)=8450$

【答案】 D

【分析】 当每件降低 x 元时，每件的销售利润为 $60-x-40=(20-x)$ 元，平均每周可售出 $(200+8x)$ 件，利用每周销售该款 T 恤获得的总利润 = 每件的销售利润 \times 每周的销售量，可得出关于 x 的一元二次方程，此题得解.

【详解】 解：当每件降低 x 元时，每件的销售利润为 $60-x-40=(20-x)$ 元，平均每周可售出 $(200+8x)$ 件，根据题意得： $(20-x)(200+8x)=8450$ ，

故选：D.

【点睛】本题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

【变式3】小明在某书店购买数学课外读物《几何原本》，已知每本《几何原本》的定价为40元，若按八折出售，该书店仍可获利10元，则每本《几何原本》的进价为（ ）



欧几里得

- A. 22元 B. 24元 C. 26元 D. 28元

【答案】A

【分析】根据题意可知：标价 \times （折数 $\div 10$ ）-成本=利润，可以列出相应方程，然后求解即可；

【详解】设每本《几何原本》的进价为 x 元，则：

由题意可得： $40 \times 0.8 - x = 10$ ，

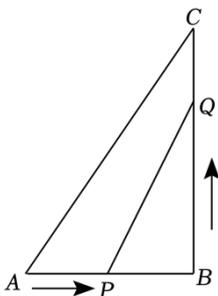
解得： $x = 22$ ；

故选：A.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，解答本题的关键是明确题意，找出等量关系，列出相应的方程；对于本题运用到的公式：标价 \times （折数 $\div 10$ ）-成本=利润，一定要熟记并能够在题目中合理运用.

【考点二 一元二次方程中动态几何问题的应用】

【例题2】如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 5\text{cm}$ ， $BC = 7\text{cm}$ ，点 P 从点 A 开始沿 AB 边向点 B 以 1cm/s 的速度移动，点 Q 从点 B 开始沿 BC 向点 C 以 2cm/s 的速度移动，当点 Q 到达点 C 时， P ， Q 均停止运动，若 $\triangle PBQ$ 的面积等于 4cm^2 ，则运动时间为（ ）



- A. 1秒 B. 4秒 C. 1秒或4秒 D. 1秒或 $\frac{27}{7}$ 秒

【答案】A

【分析】当运动时间为 t 秒时， $PB = (5-t)cm$ ， $BQ = 2tcm$ ，根据 $\triangle PBQ$ 的面积等于 $4cm^2$ ，可得出关于 t

的一元二次方程，解之取其符合题意的值，即可得出结论.

【详解】解：当运动时间为 t 秒时， $PB = (5-t)cm$ ， $BQ = 2tcm$ ，

根据题意得： $\frac{1}{2}PB \cdot BQ = 4$ ，

即 $\frac{1}{2}(5-t) \cdot 2t = 4$ ，

整理得： $t^2 - 5t + 4 = 0$ ，

解得： $t_1 = 1$ ， $t_2 = 4$ ，

当 $t = 4$ 时， $2t = 2 \times 4 = 8 > 7$ ，不符合题意，舍去，

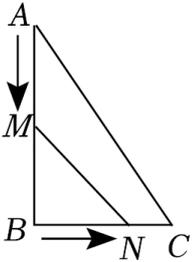
$\therefore t = 1$.

\therefore 运动时间为 1 秒.

故选：A.

【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

【变式 1】如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 12cm$ ， $AC = 13cm$ ，点 M 从点 A 出发沿边 AB 向点 B 以 $2cm/s$ 的速度移动，点 N 从点 B 出发沿 BC 边向点 C 以 $1cm/s$ 的速度移动. 当一个点先到达终点时，另一个点也停止运动，当 $\triangle MBN$ 的面积为 $9cm^2$ 时，点 M ， N 的运动时间为()



A. 2s

B. 3s

C. 4s

D. 5s

【答案】B

【分析】在 $Rt\triangle ABC$ 中，利用勾股定理可求出 BC 的长度，当运动时间为 $ts(0 \leq t \leq 5)$ 时， $BN = tcm$ ，

$BM = (12 - 2t)cm$ ，根据 $\triangle MBN$ 的面积为 $9cm^2$ ，即可得出关于 t 的一元二次方程，解之即可得出结论.

【详解】解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 12cm$ ， $AC = 13cm$ ，

$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(cm)$.

当运动时间为 $ts(0 \leq t \leq 5)$ 时， $AM = 2tcm$ ， $BN = tcm$ ， $BM = (12 - 2t)cm$ ，

依题意得： $\frac{1}{2}BN \cdot BM = 9$ ，即 $\frac{1}{2} \cdot t(12-2t) = 9$ ，

整理得： $t^2 - 6t + 9 = 0$ ，

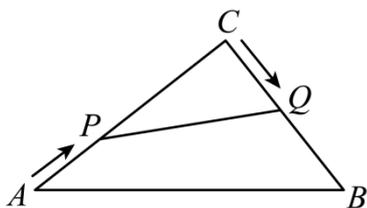
解得： $t_1 = t_2 = 3$ ，

∴点 M, N 的运动时间为 3s .

故选：B.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

【变式 2】 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 12\text{ cm}$ ， $BC = 9\text{ cm}$. 现有动点 P 从点 A 出发，沿 AC 向点 C 方向运动，动点 Q 从顶点 C 出发，沿线段 CB 向点 B 方向运动，如果点 P 的速度是 2 cm/s ，点 Q 的速度是 1 cm/s ，它们同时出发，当有一点到达所在线段的端点时，就停止运动，当 P, Q 两点运动()秒时， $\text{Rt}\triangle CPQ$ 的面积等于 5 cm^2 .



A. 1

B. 3

C. 3 或 5

D. 1 或 5

【答案】 D

【分析】 由题意可得 $CP = AC - 2t$ ， $CQ = t$ ，则利用三角形的面积公式即可求解.

【详解】 解：设运动的时间为 t s，

由题意得： $CP = AC - 2t$ ， $CQ = t$ ，

$$\therefore \frac{1}{2}CP \cdot CQ = \frac{1}{2}(AC - 2t)t = \frac{1}{2}(12 - 2t)t = -t^2 + 6t = 5,$$

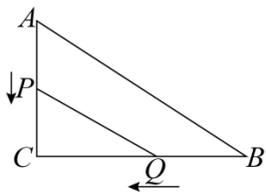
解得： $t_1 = 1$ ， $t_2 = 5$ ，

即当 $t = 1$ 或 $t = 5$ 时， $\text{Rt}\triangle CPQ$ 的面积等于 5 cm^2 .

故选：D.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用，三角形的面积公式，正确地列出方程是解题的关键.

【变式 3】 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 12\text{ cm}$ ， $BC = 16\text{ cm}$ ，点 P, Q 分别从 A, B 两点出发沿 AC, BC 方向向终点 C 匀速运动，其速度均为 2 cm/s . 设运动时间为 t s，则当 $\triangle PCQ$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的面积的一半时， t 的值为 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 B

【分析】 设 x s 后, V_{PCQ} 的面积是 V_{ABC} 面积的一半, 根据三角形的面积公式即可得出关于 x 的一元二次方程, 解之取其较小值即可得出结论.

【详解】 设 x s 后 V_{PCQ} 的面积是 V_{ABC} 的面积的一半, 依题意得,

$$\frac{1}{2}(12-2x)(16-2x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 12 \times 16,$$

解得: $x_1 = 2$, $x_2 = 12$ (不合题意, 舍去)

$\therefore x = 2$.

故选: B.

【点睛】 本题考查了一元二次方程的应用, 根据题意列出方程是解题的关键.

【考点三 一元二次方程中工程问题的应用】

【例题 3】 某农场开挖一条长 480 米的渠道, 开工后每天比原计划多挖 20 米, 结果提前 4 天完成任务, 若设原计划每天挖 x 米, 那么下列方程中正确的是 ()

A. $\frac{480}{x-20} - \frac{480}{x} = 4$

B. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+4} = 20$

C. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+20} = 4$

D. $\frac{480}{x-4} - \frac{480}{x} = 20$

【答案】 C

【分析】 根据题意列出方程即可.

【详解】 由题意得:

$$\frac{480}{x} - \frac{480}{x+20} = 4.$$

故答案为: C.

【点睛】 本题考查了分式方程的实际应用, 掌握解分式方程的方法是解题的关键.

【变式 1】 甲、乙、丙三名工人共承担装搭一批零件. 已知甲乙丙丁四人聊天时的对话信息如下:

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/398030045054007002>