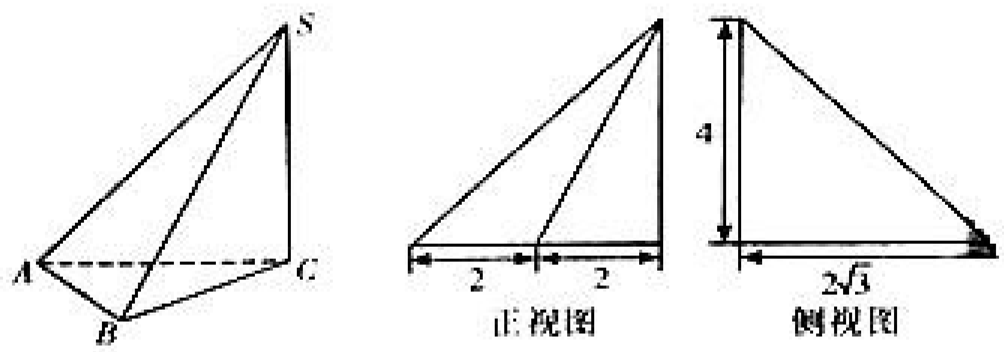
2018 年全国高考数学模拟考试考前必做难题 30 题（解析版）

1. 三棱锥$S-ABC$及其三视图中的正视图和侧视图如图所示，则该三棱锥 $S-ABC$ 的外接球的表面积为（　　）



A. 32π B. $\frac{112}{3}\pi$ C. $\frac{28}{3}\pi$ D. $\frac{64}{3}\pi$

【答案】B

【解析】如图，取 AC 中点 F，连接 BF，则在 $\mathrm{Rt}\triangle BCF$ 中 $BF=2\sqrt{3}$, $CF=2$，$BC=4$，在 $\mathrm{Rt}\triangle BCS$ 中，$CS=4$，所以 $BS=4\sqrt{2}$，则该三棱锥的外接球的表面积是 $\frac{112}{3}\pi$，故选A.

2. 若直线 $y=kx+b$ 与曲线 $y=\ln x+2$ 相切于点 P，与曲线 $y=\ln(x+1)$ 相切于点 Q，则 $k=$________.

【答案】2

【解析】设直线与 $y=\ln x+2$ 相切与点 $(m,\ln m+2)$，此时斜率为 $\frac{1}{m}$，由点斜式得切线方程为 $y-(\ln m+2)=\frac{1}{m}(x-m)$，即 $y=\frac{1}{m}x+\ln m+1$.对于曲线 $y=\ln(x+1)$，其导数 $y'=\frac{1}{x+1}$，令 $\frac{1}{m}=\frac{1}{x+1}$，得 $x=m-1$，故切点坐标为 $(m-1,\ln m)$，代入切线方程得 $\frac{m-1}{m}+\ln m+1=\ln m$，解得 $m=\frac{1}{2}$，故 $k=\frac{1}{m}=2$.

3. 点 B 是以线段 AC 为直径的圆上的一点，其中 $|AB|=2$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【答案】D

【解析】$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot\cos\angle BAC=|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{AB}|\cdot\frac{|\overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{AC}|}=|\overrightarrow{AB}|^2=4$$ 故选 D

$2a^2-5\ln a-b=0$　$c\in\mathbf{R}$　$\sqrt{(a-c)^2+(b+c)^2}$

4. 已知实数a,b满足　　　　　　　　　，　　　，则　　　　　　　　　　　的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{9}{2}$

【答案】C

【解析】用x代换a，用y代换b，则x, y满足$2x^2-5\ln x-y=0$，即$y=2x^2-5\ln x$，以x代换c，可得点$(x,-x)$，满足$x+y=0$，所以求解$\sqrt{(a-c)^2+(b+c)^2}$的最小值即为求解曲线$y=2x^2-5\ln x$上的点到直线$x+y=0$的距离的最小值，设直线$x+y+m=0$与曲线$y=2x^2-5\ln x$相切于点$P(x_0,y_0)$，则$f'(x)=4x-\frac{5}{x}$，则$f'(x_0)=4x_0-\frac{5}{x_0}=-1$，解得$x_0=1$，所以切点$P(1,2)$，又由点$P$到直线$x+y=0$的距离为$d=\frac{|1+2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，故选C.

1. 已知M是$\triangle ABC$内的一点，且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\sqrt{3}$，$\angle BAC=30^\circ$，若$\triangle MBC$，$\triangle MCA$，$\triangle MAB$的面积分别为$\frac{1}{2}$，$x$，$y$，则$\frac{1}{x}+\frac{4}{y}$的最小值为（　　）

A. 20 B. 18 C. 16 D. 9

【答案】B

【解析】$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times|AB|\times|AC|\times\sin\angle A=\frac{1}{2}\times|AB|\times|AC|\times\cos\angle A\times\tan\angle A$

$=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\cdot\tan\angle A=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1$，即$\frac{1}{2}+x+y=1\Rightarrow x+y=\frac{1}{2}$，

那么$\frac{1}{x}+\frac{4}{y}=\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{y}\right)\times2(x+y)=2\left(5+\frac{y}{x}+\frac{4x}{y}\right)\geqslant2\left(5+2\sqrt{\frac{y}{x}\times\frac{4x}{y}}\right)=18$，故选B.

2. 已知函数$f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，将其图象向右平移$\varphi(\varphi>0)$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，若函数$g(x)$为奇函数，则$\varphi$的最小值为（　　）

A. $\frac{\pi}{12}$ B. C. D.

【答案】B

【解析】将函数$f(x)$图象向右平移$\varphi(\varphi>0)$个单位长度后，得到的图象对应的解析式为$g(x)$

$=\sin[2(x\varphi\quad)+\frac{\pi}{3}]=\sin(2x-2\varphi+\frac{\pi}{3})$. 由$g(x)$为奇函数可得$-2\varphi+\frac{\pi}{3}=k\pi(k\in Z)$,

故$\varphi=\frac{\pi}{6}-\frac{k\pi}{2}(k\in Z)$，又$\varphi>0$，所以$\varphi$的最小值为. 选 B.

5. 抛物线 $x^2=\frac{1}{2}y$ 在第一象限内图像上的一点 $(a_i,2a_i^2)$ 处的切线与 x 轴交点的横坐标记为 a_{i+1}，其中 $i\in \mathrm{N}^*$，若 $a_2=32$，则 $a_2+a_4+a_6$ 等于（　　）

A. 21　B. 32　C. 42　D. 64

【答案】C

【解析】抛物线 $x^2=\frac{1}{2}y$ 可化为 $y=2x^2$，$y'=4x$ 在点 $(a_i,2a_i^2)$ 处的切线方程为 $y-2a_i^2=4a_i(x-a_i)$，所以切线与 x 轴交点的横坐标为 $a_{i+1}=\frac{1}{2}a_i$，所以数列 $\{a_{2k}\}$ 是以 $a_2=32$ 为首项，$\frac{1}{4}$ 为公比的等比数列，所以 $a_2+a_4+a_6=32+8+2=42$，故选 C.

6. 若曲线 $y=\frac{1}{2e}x^2$ 与曲线 $y=a\ln x$ 在它们的公共点 $P(s,t)$ 处具有公共切线，则实数 $a=$（　　）

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. -1　　D. 2

【答案】A

【解析】曲线 $y=\frac{1}{2e}x^2$ 的导数为：y′ $=\frac{x}{e}$，在 P（s，t）处的斜率为：k=$\frac{s}{e}$.

曲线 y=alnx 的导数为：y′ $=\frac{a}{x}$，在 P（s，t）处的斜率为：k=$\frac{a}{s}$.

曲线 $y=\frac{1}{2e}x^2$ 与曲线 y=alnx 在它们的公共点 P（s，t）处具有公共切线，

可得 $\frac{s}{e}=\frac{a}{s}$，并且 t=$\frac{1}{2e}s^2$，t=alns，

即 $\begin{cases}\frac{s}{e}=\frac{a}{s}\\ \frac{1}{2e}s^2=a\ln s\end{cases}$ $,\therefore \ln s=\frac{1}{2},\therefore s^2=e.$ 可得 a=$\frac{s^2}{e}=\frac{e}{e}=1.$ 故选 A.

7. 已知双曲线 C ： $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1， F_2， P 为双曲线 C 上一点， Q 为双曲线C 渐近线上一点， P， Q 均位于第一象限，且 $3\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{PF_2}$， $\overrightarrow{QF_1}\cdot\overrightarrow{QF_2}=0$ ，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. 8　　B. 2　　C. $\sqrt{13}+2$　　D. $\sqrt{13}-2$

【答案】B

【解析】由题意得，双曲线在第一、三象限的渐近线为 $y=\frac{b}{a}x$ ，设点Q 坐标为 $\left(m,\frac{bm}{a}\right)(m>0)$ ，

则 $\overrightarrow{QF}_1=\left(-c-m,-\frac{bm}{a}\right),\overrightarrow{QF}_2=\left(c-m,-\frac{bm}{a}\right)$，

∴ $\overrightarrow{QF_1}\cdot\overrightarrow{QF}_2=0$，

∴ $\left(-c-m,-\frac{bm}{a}\right)\cdot\left(c-m,-\frac{bm}{a}\right)=m^2-c^2+\frac{b^2m^2}{a^2}=\frac{c^2m^2}{a^2}-c^2=0$ ，∴ $m=a$.

设 $P\left(x_0,y_0\right)$ ，由 $3\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{PF}_2$ 得，

∴ $3\left(x_0-m,y_0-\frac{bm}{a}\right)=\left(c-x_0,-y_0\right)$ ，∴ $\begin{cases}x_0=\frac{c+3m}{4}=\frac{c+3a}{4}\\ y_0=\frac{3bm}{4a}=\frac{3b}{4}\end{cases}$ ，

∵点 $P\left(x_0,y_0\right)$ 在双曲线上，∴ $\frac{\left(\frac{c+3a}{4}\right)^2}{a^2}-\frac{\left(\frac{3b}{4}\right)^2}{b^2}=1$ ，

∴ $c^2+6ac-16a^2=0$ ，∴ $e^2+6e-16=0$ ，解得 $e=2$ 或 $e=-8$ ，

∴双曲线 C 的离心率为2．选B．

8.　已知中心在坐标原点的椭圆与双曲线有公共焦点，且左、右焦点分别为 F_1， F_2．这两条曲线在第一象限的交点为 P， $\triangle PF_1F_2$ 是以 PF_1 为底边的等腰三角形．若 $|PF_1|=10$，记椭圆与双曲线的离心率分别为 e_1、e_2，则 $e_1\cdot e_2$ 的取值范围是（　　）

A. $(\frac{1}{9},+\infty)$　　B. $(\frac{1}{5},+\infty)$　　C. $(\frac{1}{3},+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

【答案】C

【解析】设椭圆和双曲线的半焦距为 c, $|PF_1|=m$, $|PF_2|=n$，$(m>n)$，由于 $\triangle PF_1F_2$ 是以 PF_1 为底边的等腰三角形，若 $|PF_1|=10$，即有 $m=10, n=2c$，由椭圆的定义可得 $m+n=2a_1$，由双曲线定义可得 $m-n=2a_2$，即由 $a_1=5+c, a_2=5-c, (c<5)$，再由三角形的两边之和大于第三边，可得 $2c+2c>10$，可得 $c>\frac{5}{2}$，既有 $\frac{5}{2}<c<5$，由离心率公式可得 $e_1\bullet e_2=\frac{c}{a_1}\cdot\frac{c}{a_2}=\frac{c^2}{25-c^2}=\frac{1}{\frac{25}{c^2}-1}$，由于 $1<\frac{25}{c^2}<4$，则由 $\frac{1}{\frac{25}{c^2}-1}>\frac{1}{3}$，则 $e_1\bullet e_2$ 的取值范围是 $(\frac{1}{3},+\infty)$，故选 C.

11．已知直线 l 是曲线 $y=e^x$ 与曲线 $y=e^{2x}-2$ 的一条公切线，l 与曲线 $y=e^{2x}-2$ 切于点 (a,b)，且 a 是函数 $f(x)$ 的零点，则 $f(x)$ 的解析式可能为（　　）

A. $f(x)=e^{2x}(2x+2\ln2-1)-1$　　B. $f(x)=e^{2x}(2x+2\ln2-1)-2$

C. $f(x)=e^{2x}(2x-2\ln2-1)-1$　　D. $f(x)=e^{2x}(2x-2\ln2-1)-2$

【答案】B

【解析】：设直线 l 与曲线 $y=e^x$ 切点为 (m,n)，$y=e^x$ 的导数为 $y'=e^x$，$y=e^{2x}-2$ 的导数为 $y'=2e^{2x}$，曲线 $y=e^x$ 在 (m,n) 的切线的方程为 $y-e^m=e^m(x-m)$，即 $y=e^m(x-m+1)$，曲线 $y=e^{2x}-2$ 在点 (a,b) 处的切线方程为 $y-(e^{2a}-2)=2e^{2a}(x-a)$，即 $y=2e^{2a}x+e^{2a}(1-2a)-2$，

可得 $\begin{cases} e^m=2e^{2a} \\ e^m(-m+1)=e^{2a}(1-2a)-2 \end{cases}$，则 $m=2a+\ln2$，即 $e^{2a}(2a+2\ln2-1)-2=0$，即有 $f(x)=e^{2x}(2x+2\ln2-1)-2$，故选B.

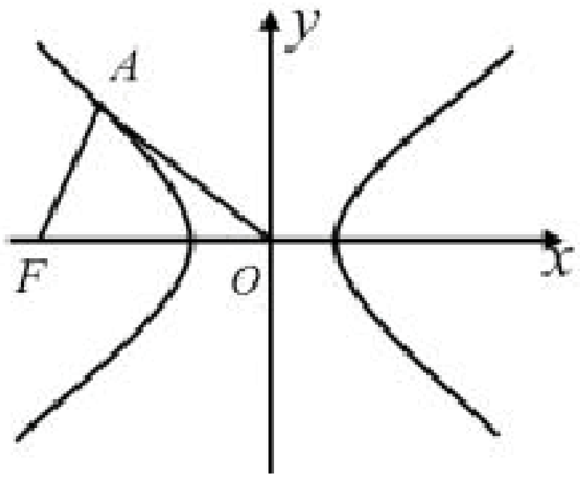
12. 已知双曲线 C 的中心在原点 O，焦点 $F(-2\sqrt{5},0)$，点 A 为左支上一点，满足|OA|＝|OF|且|AF|＝4，则双曲线 C 的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$　　B. $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{16}=1$　　C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$　　D. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{36}=1$

【答案】C

【解析】如下图，由题意可得 $c=2\sqrt{5}$，设右焦点为 F′，由|OA|＝|OF|＝|OF′|知，∠AFF′＝∠FAO，∠OF′A＝∠OAF′，所以∠AFF′+∠OF′A＝∠FAO+∠OAF′，由∠AFF′+∠OF′A+∠FAO+∠OAF′＝180°

知，∠FAO+∠OAF′ ＝90°，即 AF⊥AF′．在 Rt△AFF′ 中，由勾股定理，得 $|AF'|=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$，由双曲线的定义，得|AF′ |－|AF|＝2a＝8－4＝4，从而 a＝2，得 a^2＝4，于是 b^2＝c^2－a^2＝16，所以双曲线的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$．故选 C.



12.某产品进入商场销售，商场第一年免收管理费，因此第一年该产品定价为每件70 元，年销售量为11.8万件，从第二年开始，商场对该产品征收销售额的 $x\%$ 的管理费（即销售 100 元要征收 x 元），于是该产品定价每件比第一年增加了 $\frac{70\cdot x\%}{1-x\%}$ 元，预计年销售量减少 x 万件，要使第二年商场在该产品经营中收取的管理费不少于 14 万元，则 x 的最大值是（　　）

A. 2　　B. 6　　C. 8.5　　D. 10

【答案】D

【解析】第二年年销售量为 $11.8-x$ 万件，定价为每件 $70+\frac{70\cdot x\%}{1-x\%}=\frac{7000}{100-x}$，第二年商场在该产品经营中收取的管理费 $(11.8-x)\cdot\frac{7000}{100-x}\cdot x\%\geq 14$，解得 $2\leq x\leq 10$，则 x 的最大值是 10.选 D.

13.已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\phi)$（$\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）图象相邻两条对称轴之间的距离为，将函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移个单位后，得到的图象关于 y 轴对称，那么函数 $y=f(x)$ 的图象（　　）

A. 关于点 $(\frac{\pi}{12},0)$ 对称　　B. 关于点 $(-\frac{\pi}{12},0)$ 对称

C. 关于直线 $x=\frac{\pi}{12}$ 对称　　D. 关于直线 $x=-\frac{\pi}{12}$ 对称

【答案】A

【解析】由题意得$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}\therefore T=\pi,\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，因为函数$y=f(x)$的图象向左平移个单位后，得到的图象关于$y$轴对称，所以$y=\sin(2x+\frac{2\pi}{3}+\varphi)$关于$y$轴对称，即$\frac{2\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+k\pi(k\in Z)\because|\varphi|<\frac{\pi}{2}\varphi=-\frac{\pi}{6}$，所以$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$关于点$(\frac{\pi}{12},0)$对称，选A.

12. 已知等腰直角三角形AOB内接于抛物线$y^2=2px$（$p>0$），O为抛物线的顶点，$OA\perp OB$，$\triangle AOB$的面积为16，F为抛物线的焦点，$N(-1,0)$，若M是抛物线上的动点，则$\frac{|MN|}{|MF|}$的最大值为（ ）

A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2\sqrt{2}-1}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2\sqrt{2}+1}$

【答案】C

【解析】设点A在x轴上方，点B在x轴下方，因为抛物线的对称轴为x轴，内接ΔAOB为等腰直角三角形，所以由抛物线的对称轴性知，直线AB与抛物线的对称轴垂直，从而直线OA与x轴的夹角为45°. 由方程组$\begin{cases}y=x\\y^2=2px\end{cases}$得$\begin{cases}x=0\\y=2p\end{cases}$，所以$A,B$两点的坐标分别为$(2p,2p)$和$(2p,-2p)$，所以$|AB|=4p$，$S_{\Delta AOB}=\frac{1}{2}\times4p\times2p=4p^2=16$，所以$p=2$，所以抛物线的方程为$y^2=4x$，所以$F(1,0)$，设$M(x,y)$，则

$$\frac{|MN|}{|MF|}=\frac{\sqrt{(x+1)^2+y^2}}{x+1}=\sqrt{\frac{(x+1)^2+4x}{(x+1)^2}}=\sqrt{1+\frac{4x}{x^2+2x+1}}=\sqrt{1+\frac{4}{x+\frac{1}{x}+2}}$$

$$\le\sqrt{1+\frac{4}{2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}+2}}=\sqrt{2}$$

，当且仅当$x=\frac{1}{x}$，即$x=1$时等号成立，故选C.

13. 已知函数$f(x)=e^x+x^2+\ln x$与函数$g(x)=e^{-x}+2x^2-ax$的图象上存在关于y轴对称的点，则实数a的取值范围为（ ）

A. $(-\infty,-e]$ B. $(-\infty,-\frac{1}{e}]$ C. $(-\infty,-1]$ D. $(-\infty,-\frac{1}{2}]$

【答案】C

【解析】由题意得方程$f(x)=g(-x)$在$(0,+\infty)$上有解，

即$ax=-x^2+\ln x$在$(0,+\infty)$上有解.

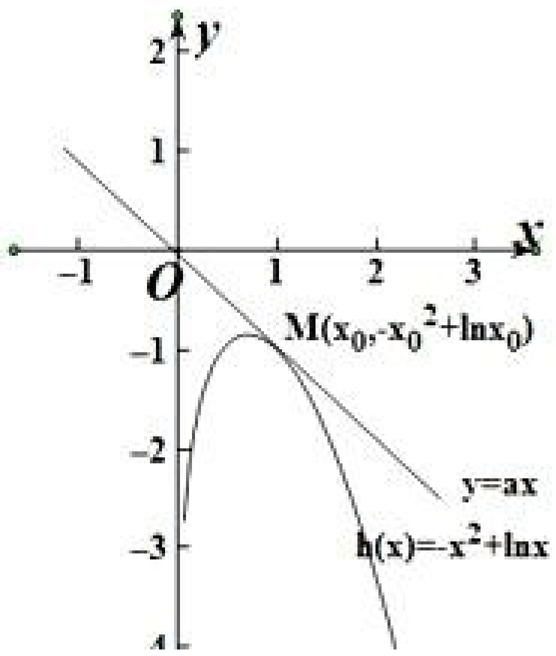
设$y=ax, h(x)=-x^2+\ln x$，则由题意得两函数的图象在在$(0,+\infty)$上有公共点.

由$h(x)=-x^2+\ln x$，得$h'(x)=-2x+\frac{1}{x}=\frac{-2x^2+1}{x}$，

故函数$h(x)$在$(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$上单调递增，在$(\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty)$上单调递减，

$\therefore h(x)_{\max}=h(\frac{\sqrt{2}}{2})=-\frac{1}{2}+\ln\frac{\sqrt{2}}{2}$.

设直线$y=ax$与函数$h(x)=-x^2+\ln x$的图象切于点$M(x_0,-x_0^2+\ln x_0)$，如图所示，



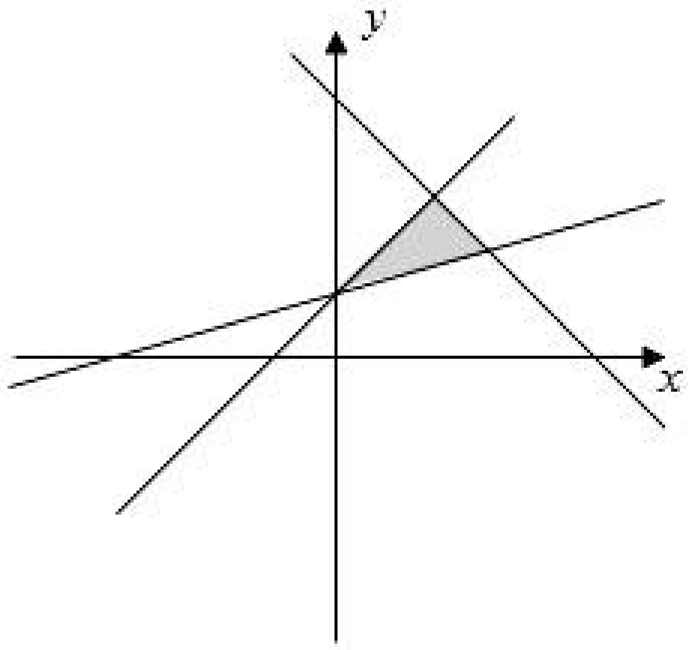
由题意得$\begin{cases}-x_0^2+\ln x_0=ax_0\\ -2x_0+\frac{1}{x_0}=a\end{cases}$，解得$\begin{cases}x_0=1\\ a=-1\end{cases}$，

结合图象可得当两函数的图象有公共点时，则有 $a \leq 1$，

故实数a的取值范围为$(-\infty,-1]$. 选 C.

12. 若变量x，y满足不等式组$\begin{cases}x-y+2\geq 0,\\ x-5y+10\leq 0,\\ x+y-8\leq 0,\end{cases}$则$z=\frac{y}{x+2}$的最大值为__________.

【答案】1



【解析】

$z=\dfrac{y}{x+2}$ 表示 (x,y) 到 $(-2,0)$ 的斜率，

由可行域可知，过点 $(0,2)$ 或 $(3,5)$ 时，斜率最大，即 $z_{\max}=1$ 。

13. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 2，若 $a_m a_n=4a_2^{\ 2}$ ，则 $\dfrac{2}{m}+\dfrac{1}{2n}$ 的最小值等于__________.

【答案】 $\dfrac{3}{4}$

【解析】由题意得： $a_m a_n=4a_2^{\ 2}$

即 $a_2\cdot 2^{m-2}\cdot a_2\cdot 2^{n-2}=4a_2^{\ 2}$

$2^{m+n-4}=4$

$\therefore m+n=6$

$$\frac{2}{m}+\frac{1}{2n}=\left(\frac{2}{m}+\frac{1}{2n}\right)(m+n)\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{6}\left(2+\frac{2n}{m}+\frac{m}{2n}+\frac{1}{2}\right)\geq\frac{1}{6}\times\frac{9}{2}=\frac{3}{4}$$

14. 过抛物线 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 的焦点 F 作一条倾斜角为 30° 的直线交抛物线于 A、B 两点，则 $|AB|=$ __________.

【答案】 $\dfrac{16}{3}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/398040045011006054