

专题 05 一次方程（组）及其应用（12 个高频考点）（举一反三）

高频考点

【考点 1 方程的相关概念】	1
【考点 2 方程的解】	3
【考点 3 等式的性质】	5
【考点 4 解一元一次方程】	7
【考点 5 含绝对值符号的一元一次方程】	9
【考点 6 解二元一次方程（组）】	11
【考点 7 同解方程（组）】	13
【考点 8 解三元一次方程组】	15
【考点 9 由实际问题抽象出一元一次方程】	18
【考点 10 一元一次方程的应用】	19
【考点 11 二元一次方程（组）的应用】	22
【考点 12 三元一次方程组的应用】	25

举一反三

【要点 1 方程的相关概念】

1. 含有未知数的等式叫做方程。
2. 只含有一个未知数(元)，未知数的次数都是 1，等号两边都是整式的方程叫做一元一次方程。使方程中等号左右两边相等的未知数的值叫做方程的解。
3. 含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是 1 的方程叫做二元一次方程。使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值，叫做二元一次方程的解。
4. 方程组中有两个未知数，含有每个未知数的项的次数都是 1，并且一共有两个方程，这样的方程组叫做二元一次方程组。二元一次方程组的两个方程的公共解，叫做二元一次方程组的解。

【考点 1 方程的相关概念】

【例 1】（2022·云南曲靖·一模）若方程 $x^{2a-b} - 3y^{a+b} = 2$ 是关于 x 、 y 的二元一次方程，则 ab 的值为（ ）

- A. $\frac{2}{9}$ B. 2 C. $\frac{3}{2}$ D. 1

【答案】 A

【分析】 根据二元一次方程的定义得出关于 a 、 b 的二元一次方程组，解出 a 、 b 的值即可求

出 ab 的值.

【详解】解： \because 方程 $x^{2a-b} - 3y^{a+b} = 2$ 是关于 x 、 y 的二元一次方程

$$\therefore \begin{cases} 2a - b = 1 \\ a + b = 1 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}$

$$\therefore ab = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{9}$$

故选：A.

【点睛】本题主要考查了二元一次方程的定义和解二元一次方程组，熟练掌握解二元一次方程组是解答本题的关键.

【变式 1-1】（2022·浙江杭州·模拟预测）下列方程组是二元一次方程组的是（ ）

A. $\begin{cases} 4x - y = -1 \\ y = 2x + 3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{1}{x} - 1 = y \\ 3x + y = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - y = 1 \\ xy = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x^2 - x - 2 = 0 \\ y = x + 1 \end{cases}$

【答案】A

【分析】根据二元一次方程组的定义求解即可. 由两个一次方程组成，并含有两个未知数的方程组叫做二元一次方程组，即可求解.

【详解】解：A、是二元一次方程组，故本选项符合题意；

B、有一个方程不是整式方程，则原方程不是二元一次方程组，故本选项符合题意；

C、有一个方程的未知数的次数是 2，则原方程不是二元一次方程组，故本选项符合题意；

D、有一个方程的未知数的次数是 2，则原方程不是二元一次方程组，故本选项符合题意；

故答案为：A

【点睛】本题主要考查了二元一次方程的定义，紧扣二元一次方程组的定义“由两个二元一次方程组成的方程组”是解题的关键.

【变式 1-2】（2022·上海杨浦·二模）下列方程中，二元一次方程的是（ ）

A. $xy = 1$ B. $x^2 - 1 = 0$ C. $x - y = 1$ D. $x + \frac{1}{y} = 1$

【答案】C

【分析】根据二元一次方程的定义可得答案.

【详解】解：A. 含有 2 个未知数，未知数的项的最高次数是 2 的整式方程，不属于二元一次方程，不符合题意；

B. 含有 1 个未知数，未知数的项的最高次数是 2 的整式方程，不属于二元一次方程，不符合题意；

C. 含有 2 个未知数，未知数的项的最高次数是 1 的整式方程，属于二元一次方程，符合题意；

D. 是分式方程，不属于二元一次方程，不符合题意.

故选：C.

【点睛】此题主要考查二元一次方程的概念，要求熟悉二元一次方程的形式及其特点：含有2个未知数，未知数的项的次数是1的整式方程.

【变式 1-3】（2022·贵州·一模）已知关于 x 的方程 $(k^2 - 4)x^2 + (k - 2)x = k + 6$ 是一元一次方程，则方程的解为（ ）

- A. -2 B. 2 C. -6 D. -1

【答案】D

【分析】利用一元一次方程的定义确定出 k 的值，进而求出 k 的值即可.

【详解】解： \because 方程 $(k^2 - 4)x^2 + (k - 2)x = k + 6$ 是关于 x 的一元一次方程，

$$\therefore \begin{cases} k^2 - 4 = 0 \\ k - 2 \neq 0 \end{cases},$$

解得： $k = -2$ ，方程为 $-4x = -2 + 6$ ，

解得： $x = -1$ ，

故选：D.

【点睛】此题考查了解一元一次方程，以及一元一次方程的定义，熟练掌握一元一次方程的定义是解本题的关键.

【考点 2 方程的解】

【例 2】（2022·山东聊城·中考真题）关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x - y = 2k - 3 \\ x - 2y = k \end{cases}$ 的解中 x 与 y 的和
不小于5，则 k 的取值范围为（ ）

- A. $k \geq 8$ B. $k > 8$ C. $k \leq 8$ D. $k < 8$

【答案】A

【分析】由两式相减，得到 $x + y = k - 3$ ，再根据 x 与 y 的和不小于5列出不等式即可求解.

【详解】解：把两个方程相减，可得 $x + y = k - 3$ ，

根据题意得： $k - 3 \geq 5$ ，

解得： $k \geq 8$ 。

所以 k 的取值范围是 $k \geq 8$ 。

故选：A.

【点睛】本题考查二元一次方程组、不等式，将两式相减得到 x 与 y 的和是解题的关键.

【变式 2-1】（2022·广西·中考真题）方程 $3x = 2x + 7$ 的解是（ ）

- A. $x = 4$ B. $x = -4$ C. $x = 7$ D. $x = -7$

【答案】C

【分析】先移项再合并同类项即可得结果：

【详解】解： $3x = 2x + 7$

移项得， $3x-2x=7$ ；

合并同类项得， $x=7$ ；

故选：C.

【点睛】 本题主要考查解一元一次方程，掌握一元一次方程的求解步骤是解题的关键.

【变式 2-2】 (2022·广西·中考真题) 阅读材料：整体代值是数学中常用的方法. 例如“已知 $3a - b = 2$ ，求代数式 $6a - 2b - 1$ 的值.”可以这样解： $6a - 2b - 1 = 2(3a - b) - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$. 根据阅读材料，解决问题：若 $x = 2$ 是关于 x 的一元一次方程 $ax + b = 3$ 的解，则代数式 $4a^2 + 4ab + b^2 + 4a + 2b - 1$ 的值是_____.

【答案】 14

【分析】 先根据 $x = 2$ 是关于 x 的一元一次方程 $ax + b = 3$ 的解，得到 $2a + b = 3$ ，再把所求的代数式变形为 $(2a + b)^2 + 2(2a + b) - 1$ ，把 $2a + b = 3$ 整体代入即可求值.

【详解】 解：∵ $x = 2$ 是关于 x 的一元一次方程 $ax + b = 3$ 的解，

$$\therefore 2a + b = 3,$$

$$\therefore 4a^2 + 4ab + b^2 + 4a + 2b - 1$$

$$= (2a + b)^2 + 2(2a + b) - 1$$

$$= 3^2 + 2 \times 3 - 1$$

$$= 14.$$

故答案为：14.

【点睛】 本题考查了代数式的整体代入求值及一元一次方程解的定义，把所求的代数式利用完全平方公式变形是解题的关键.

【变式 2-3】 (2022·浙江·宁波外国语学校一模) 若 $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$ 的解，则一次函数 $y = ax + b$ 的图象不经过第_____象限.

【答案】 二

【分析】 将 $x=a$ ， $y=b$ 代入二元一次方程组求出 a 、 b 的值，再把 a 、 b 的值代入 $y = ax + b$ ，得到一次函数解析式，根据 a 、 b 的符号判定一次函数图象不经过的象限.

【详解】 ∵ $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ 是二元一次方程 $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 4 \end{cases}$ 的解，

$$\therefore \begin{cases} a + b = 2 \\ a - b = 4 \end{cases}, \text{ 解得, } \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \end{cases},$$

$$\therefore y = 3x - 1,$$

∴ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过第一，三，四象限，

∴ 一次函数 $y = ax + b$ 的图象不经过第二象限.

故答案为：二.

【点睛】 本题主要考查了方程组的解，解方程组，一次函数，解决问题的关键是熟练掌握方程组解的定义和性质，解方程组的一般方法，一次函数的性质.

样重，可得④是轻球，即可求解.

【详解】解：∵第一次①+②比③+④重，

∴③与④中至少有一个轻球，

∵第二次⑤+⑥比⑦+⑧轻，

∴⑤与⑥至少有一个轻球，

∵第三次①+③+⑤和②+④+⑧一样重，

∴④是轻球，

∴另一个轻球为⑤，

∴两个轻球的编号是④⑤.

故选：D

【点睛】本题考查的是推理与论证，灵活应用等式性质的性质是解题关键.

【变式 3-3】（2022·福建·中考真题）推理是数学的基本思维方式、若推理过程不严谨，则推理结果可能产生错误.

例如，有人声称可以证明“任意一个实数都等于 0”，并证明如下：

设任意一个实数为 x ，令 $x = m$ ，

等式两边都乘以 x ，得 $x^2 = mx$. ①

等式两边都减 m^2 ，得 $x^2 - m^2 = mx - m^2$. ②

等式两边分别分解因式，得 $(x + m)(x - m) = m(x - m)$. ③

等式两边都除以 $x - m$ ，得 $x + m = m$. ④

等式两边都减 m ，得 $x = 0$. ⑤

所以任意一个实数都等于 0.

以上推理过程中，开始出现错误的那一步对应的序号是_____.

【答案】④

【分析】根据等式的性质 2 即可得到结论.

【详解】等式的性质 2 为：等式两边同乘或除以同一个不为 0 的整式，等式不变，

∴第④步等式两边都除以 $x - m$ ，得 $x + m = m$ ，前提必须为 $x - m \neq 0$ ，因此错误；

故答案为：④.

【点睛】本题考查等式的性质，熟知等式的性质是解题的关键.

【要点 3 解方程的一般步骤】

1. 解一元一次方程的一般步骤

①去分母；②去括号；③移项；④合并同类项；⑤系数化为 1。

2. 解二元一次方程组的方法

①代入消元法；②加减消元法。

代入消元法：把二元一次方程组中一个方程的一个未知数用含另一个未知数的式子表示出

来，再代入另一个方程，实现消元，进而求得这个二元一次方程组的解。这种方法叫做代入消元法，简称代入法。

加减消元法：当二元一次方程组的两个方程中同一未知数的系数相反或相等时，把这两个方程的两边分别相加或相减，就能消去这个未知数，得到一个一元一次方程。这种方法叫做加减消元法，简称加减法。

【考点 4 解一元一次方程】

【例 4】（2022·贵州黔西·中考真题）小明解方程 $\frac{x+1}{2} - 1 = \frac{x-2}{3}$ 的步骤如下：

解：方程两边同乘 6，得 $3(x+1) - 1 = 2(x-2)$ ①

去括号，得 $3x + 3 - 1 = 2x - 2$ ②

移项，得 $3x - 2x = -2 - 3 + 1$ ③

合并同类项，得 $x = -4$ ④

以上解题步骤中，开始出错的一步是（ ）

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

【答案】A

【分析】按照解一元一次方程的一般步骤进行检查，即可得出答案。

【详解】解：方程两边同乘 6，得 $3(x+1) - 6 = 2(x-2)$ ①

∴开始出错的一步是①，

故选：A。

【点睛】本题考查了解一元一次方程，熟练掌握解一元一次方程的一般步骤以及注意事项是解决问题的关键。

【变式 4-1】（2022·海南·中考真题）若代数式 $x+1$ 的值为 6，则 x 等于（ ）

- A. 5 B. -5 C. 7 D. -7

【答案】A

【分析】根据代数式 $x+1$ 的值为 6 列方程计算即可。

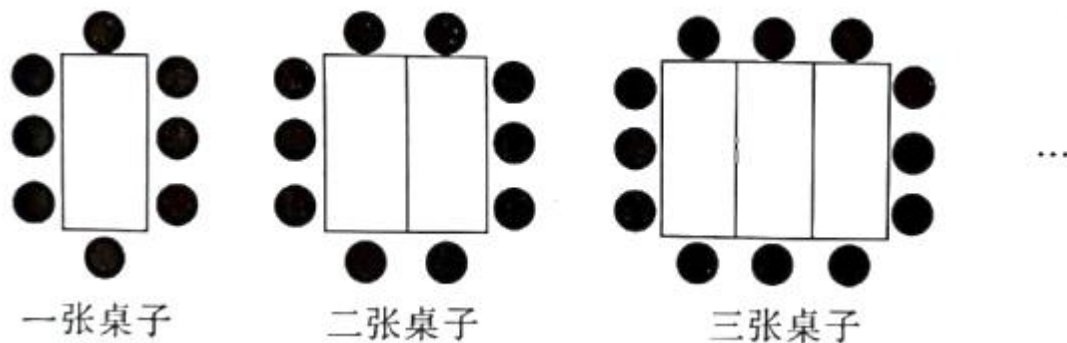
【详解】∵代数式 $x+1$ 的值为 6

∴ $x+1 = 6$ ，解得 $x = 5$

故选：A

【点睛】此题考查了解一元一次方程，根据题意列方程是解本题的关键。

【变式 4-2】（2022·云南昆明·二模）某校图书阅览室按如图所示的规律摆放桌椅（矩形表示桌子，圆点表示椅子），八年级（3）班 42 人到这个阅览室参加读书活动恰好坐满，需要桌子_____张。



【答案】 18

【分析】 根据摆放规律得出桌子数与座位数的关系式，进而求解即可。

【详解】 解：设桌子数为 n ，根据桌子摆放的规律，可得座位数为 $2n+6$ ，

\because 学生人数为 42 人，且刚好坐满，

$\therefore 2n+6=42$ ，解得： $n=18$ ，

\therefore 需要桌子 18 张，

故答案为：18.

【点睛】 本题考查图形类规律探究、解一元一次方程，理解题意，找到摆放规律是解答的关键。

【变式 4-3】（2022·河北邯郸·三模）嘉淇在解关于 x 的一元一次方程 $\frac{3x-1}{2} + \# = 3$ 时，发现正整数 $\#$ 被污染了；

(1) 嘉淇猜 $\#$ 是 2，请解一元一次方程 $\frac{3x-1}{2} + 2 = 3$ ；

(2) 若老师告诉嘉淇这个方程的解是正整数，则被污染的正整数是多少？

【答案】 (1) $x = 1$

(2) 2

【分析】 (1) 由题意得方程 $\frac{3x-1}{2} + 2 = 3$ ，按解一元一次方程的一般步骤求解即可；

(2) 设被污染的正整数为 m ，得方程 $\frac{3x-1}{2} + m = 3$ ，求解得 $x = \frac{7-2m}{3}$ ，再根据解是正整数求解即可。

(1)

解： $\frac{3x-1}{2} + 2 = 3$ ，

去分母，得 $3x - 1 + 4 = 6$ ；

移项，合并同类项，得 $3x = 3$ ；

系数化为 1，得 $x = 1$ 。

(2)

解：设被污染的正整数为 m ，

则有 $\frac{3x-1}{2} + m = 3$,

解之得, $x = \frac{7-2m}{3}$,

$\because \frac{7-2m}{3}$ 是正整数, 且 m 为正整数,

$\therefore m = 2$.

【点睛】 本题考查解一元一次方程, 熟练掌握解一元一次方程的一般步骤是解题的关键.

【考点 5 含绝对值符号的一元一次方程】

【例 5】 (2022·江苏扬州·一模) 若 $|x| + |x - 4| = 8$, 则 x 的值为 ()

- A. -2 B. 6 C. -2 或 6 D. 以上都不对

【答案】 C

【分析】 根据 x 的取值范围 $x \leq 0$ 、 $0 < x \leq 4$ 、 $x > 4$ 三种情况进行讨论, 根据绝对值的意义进行化简即可.

【详解】 解: 当 $x \leq 0$ 时, 由 $|x| + |x - 4| = 8$ 可得: $-x + 4 - x = 8$, 解得: $x = -2$;

当 $0 < x \leq 4$ 时, 由 $|x| + |x - 4| = 8$ 可得: $x + 4 - x = 8$, 解得: x 无解;

当 $x > 4$ 时, 由 $|x| + |x - 4| = 8$ 可得: $x + x - 4 = 8$, 解得: $x = 6$;

所以 $x = -2$ 或 6 ,

故选: C

【点睛】 本题考查绝对值及解方程, 理解绝对值的意义是正确解答的前提, 根据绝对值的意义进行化简是解决问题的关键.

【变式 5-1】 (2022·重庆南开中学三模) 若关于 x 的方程 $|x| = ax + 1$ 只有一个负根, 则 a 的取值范围是_.

【答案】 $a \geq 1$

【分析】 分别确定 x 为正, x 为负时 a 的取值, 然后即可确定 a 的范围.

【详解】 解: 当 $x > 0$ 时, 方程是: $x = ax + 1$

解得: $x = \frac{1}{1-a}$, 根据题意得: $1 - a > 0$,

解得: $a < 1$, 此时有正根,

则 $a \geq 1$ 时有负根,

当 $x < 0$ 时, $-x = ax + 1$,

解得: $x = -\frac{1}{1+a}$, 根据题意 $1 + a > 0$,

解得: $a > -1$,

综上所述: $a \geq 1$ 时, 方程 $|x| = ax + 1$ 只有一个负根.

故答案是: $a \geq 1$.

【点睛】 本题主要考查了绝对值方程的解法, 正确去掉绝对值符号, 是解题的关键.

【变式 5-2】 (2022·河北邢台·模拟预测) 对关于 x 的方程 $|x - 1| + |x + 2| = a$ (1)

考虑如下说法：①当 a 取某些值时，方程（1）有两个整数解；

②对某个有理数 a ，方程（1）有唯一的整数解；

③当 a 不是整数时，方程（1）没有整数解；

④不论 a 为何值时，方程（1）至多有4个整数解.

其中正确的说法的序号是 ___.

【答案】①③④

【分析】根据题意,当 $x \leq -2$ 时; 原式 $= 1 - x - x - 2 = a$, 即 $x = -\frac{a+1}{2}$; 当 $-2 < x < 1$ 时; 原式 $= 1 - x + x + 2 = a$, x 为 $-2 < x < 1$ 中的任意实数 $a = 3$; 当 $x \geq 1$ 时; 原式 $= x - 1 + x + 2 = a$, 即 $x = \frac{a-1}{2}$; 进而代入每个序号中, 即可求解.

【详解】解: 当 $x \leq -2$ 时; 原式 $= 1 - x - x - 2 = a$, 即 $x = -\frac{a+1}{2}$;

当 $-2 < x < 1$ 时; 原式 $= 1 - x + x + 2 = a$, 即 $a = 3$, x 为 $-2 < x < 1$ 中的任意实数;

当 $x \geq 1$ 时; 原式 $= x - 1 + x + 2 = a$, 即 $x = \frac{a-1}{2}$;

∴①例如: $a = 5$ 时, $x = -\frac{5+1}{2} = -3$ 或 $x = \frac{5-1}{2} = 2$, 故当 a 取某些值时, 方程有两个整数解, 故①正确;

②例如: $a = 5$ 时, $x = -\frac{5+1}{2} = -3$ 或 $x = \frac{5-1}{2} = 2$, 对某个有理数 a , 方程的整数解不止一个, 故②错误;

③∵ $x = -\frac{a+1}{2}$ 或 $x = \frac{a-1}{2}$, 只有 $a+1$ 与 $a-1$ 为整数时, x 才能为整数; 即只有 a 为整数时, x 才能为整数, 故当 a 不是整数时, 方程没有整数解, 故③正确;

④∵当 $x \leq -2$ 时, $x = -\frac{a+1}{2}$; 当 $-2 < x < 1$ 时; x 为 $-2 < x < 1$ 中的任意实数, 在此范围的整数有2个; 当 $x \geq 1$ 时, $x = \frac{a-1}{2}$;

∴不论 a 为何值时, 方程至多有4个整数解, 故④正确.

故答案为: ①③④.

【点睛】本题考查了绝对值的意义, 解一元一次方程, 代数式求值, 求得 x 的值是解题的关键.

【变式 5-3】(2022·广东·佛山市南海外国语学校三模) 已知 c 为实数, 讨论方程 $|x-1| - |x-2| + 2|x-3| = c$ 解的情况.

【答案】 $c \geq 1$ 方程有解, $c < 1$ 方程无解

【分析】令 $x-1=0$, $x-2=0$, $x-3=0$, 得 $x=1$, $x=2$, $x=3$, 再分四段讨论解即可.

【详解】解: 当 $x < 1$ 时, 原方程为 $1-x-(2-x)+2(3-x)=c$,

$$x = \frac{4-c}{2},$$

$$\text{即 } \frac{4-c}{2} < 1,$$

解得 $c > 2$ 时有解, $x = \frac{4-c}{2}$, 否则无解;

当 $1 \leq x < 2$ 时, 原方程等价于 $x - 1 - (2 - x) + 2(3 - x) = c$,

$c = 3$ 时, 解为: $1 \leq x < 2$. 否则无解;

当 $2 \leq x < 3$ 时, 原方程等价于 $x - 1 - (x - 2) + 2(3 - x) = c$,

$$x = \frac{7-c}{2},$$

即 $2 \leq \frac{7-c}{2} < 3$ 时有解,

解得 $1 < c \leq 3$, 有解: $x = \frac{7-c}{2}$, 否则无解;

当 $x \geq 3$ 时, 原方程等价于 $x - 1 - (x - 2) + 2(x - 3) = c$,

$$x = \frac{5+c}{2},$$

即 $\frac{5+c}{2} \geq 3$ 时有解, 此时: $c \geq 1$, 有解: $x = \frac{5+c}{2}$, 否则无解.

综上所述: $c \geq 1$ 方程有解, $c < 1$ 方程无解.

【点睛】 本题主要考查了解含字母的一元一次方程, 注意分段讨论, 不能丢解.

【考点 6 解二元一次方程(组)】

【例 6】 (2022·湖南株洲·中考真题) 对于二元一次方程组 $\begin{cases} y = x - 1 \text{ ①} \\ x + 2y = 7 \text{ ②} \end{cases}$, 将 ① 式代入 ②

式, 消去 y 可以得到 ()

A. $x + 2x - 1 = 7$

B. $x + 2x - 2 = 7$

C. $x + x - 1 = 7$

D. $x + 2x + 2 = 7$

【答案】 B

【分析】 将 ① 式代入 ② 式消去去括号即可求得结果.

【详解】 解: 将 ① 式代入 ② 式得,

$$x + 2(x - 1) = x + 2x - 2 = 7,$$

故选 B.

【点睛】 本题考查了代入消元法求解二元一次方程组, 熟练掌握代入消元法是解题的关键.

【变式 6-1】 (2022·山东淄博·中考真题) 解方程组: $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}y = \frac{13}{4} \end{cases}$

【答案】 $\begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$

【分析】 整理方程组得 $\begin{cases} x - 2y = 3 \text{ ①} \\ 2x + 3y = 13 \text{ ②} \end{cases}$, 继而根据加减消元法解二元一次方程组即可求解.

【详解】 解: 整理方程组得 $\begin{cases} x - 2y = 3 \text{ ①} \\ 2x + 3y = 13 \text{ ②} \end{cases}$,

$$\text{①} \times 2 - \text{②} \text{ 得 } -7y = -7,$$

$$y = 1,$$

把 $y=1$ 代入①得 $x-2=3$,

解得 $x=5$,

\therefore 方程组的解为 $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$.

【点睛】 本题考查了解二元一次方程组，正确的计算是解题的关键.

【变式 6-2】(2022·河北唐山·一模) 对于任意的实数 x, y , 规定运算“ \ast ”如下: $x \ast y = ax + by$.

(1) 当 $a=3, b=4$ 时, 求 $1 \ast (-2)$ 的值;

(2) 若 $5 \ast 3 = 16, 2 \ast (-3) = -2$, 求 a 与 b 的值.

【答案】 (1)-5

(2) a 的值为 2, b 的值为 2

【分析】 (1) 根据规定运算“ \ast ”, 进行计算即可解答;

(2) 根据题意可得关于 a, b 的二元一次方程组, 然后进行计算即可解答.

(1)

当 $a=3, b=4$ 时,

$\therefore 1 \ast (-2)$

$= 3 \times 1 + 4 \times (-2)$

$= 3 + (-8)$

$= -5$,

$\therefore 1 \ast (-2)$ 的值为 -5;

(2)

$\because 5 \ast 3 = 16, 2 \ast (-3) = -2$,

$\therefore \begin{cases} 5a + 3b = 16 \text{ ①} \\ 2a - 3b = -2 \text{ ②} \end{cases}$,

①+②得: $2a+5a=14$

解得 $a=2$,

把 $a=2$ 代入①得: $10+3b=16$,

解得 $b=2$,

\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases}$,

$\therefore a$ 的值为 2, b 的值为 2.

【点睛】 本题考查了实数的运算, 解二元一次方程组, 熟练掌握解二元一次方程的步骤, 以及理解材料中规定的运算是解题的关键.

【变式 6-3】 (2022·四川绵阳·二模) 若整数 x, y 满足方程组 $\begin{cases} y - m = x^2 \\ x - m = y^2 \end{cases}$, 且 $-2 \leq x \leq 4$,

$x \neq y$, 则 m 的最大值为 ()

- A. 0 B. -1 C. -2 D. -3

【答案】 B

【分析】 先解方程组得到 $y = -x - 1$, 进而得出 m 关于 x 的二次函数 $m = -x^2 - x - 1$, 改为顶点式, 找出对称轴, 再根据 x 的取值范围即可求出 m 的最大值.

【详解】 解: $\begin{cases} y - m = x^2 \textcircled{1} \\ x - m = y^2 \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 得 $y - x = x^2 - y^2$,

$\therefore y - x = (x + y)(x - y)$,

$\because x \neq y$,

$\therefore x + y = \frac{y-x}{x-y} = -1$,

$\therefore y = -x - 1$,

由 $\textcircled{1}$ 得 $m = y - x^2$,

将 $y = -x - 1$ 代入得,

$$m = -x^2 - x - 1 = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$$

$\therefore m$ 关于 x 的函数图像为开口向下的抛物线, 对称轴为 $x = -\frac{1}{2}$,

$\therefore x = 0$ 或 $x = -1$ 时, 对应的 m 值相等,

$\because -2 \leq x \leq 4$ 且 x 是整数,

$\therefore x = 0$ 或 $x = -1$ 时, m 取最大值, 最大值 $m_{\max} = -\left(0 + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} = -1$,

故选 B.

【点睛】 本题主要考查解二元一次方程组和求二次函数的最值, 有一定难度, 解题的关键是通过解方程组得到 x 与 y 的关系, 进而得到 m 关于 x 的二次函数.

【考点 7 同解方程(组)】

【例 7】 (2022·浙江杭州·模拟预测) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x + 5y = -26 \\ ax - by = -4 \end{cases}$ 和

$\begin{cases} 3x - 5y = 36 \\ bx + ay = -8 \end{cases}$ 有相同的解,

求: (1) 这两个方程组的解;

(2) 代数式 $(2a + b)^{2020}$ 的值.

【答案】 (1) $\begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$; (2) 1.

【分析】 (1) 由两个方程组同解可得 $\begin{cases} 2x + 5y = -26 \\ 3x - 5y = 36 \end{cases}$, 解方程组可得答案;

(2) 把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$ 代入两个系数未知的方程可得: $\begin{cases} 2a + 6b = -4 \\ 2b - 6a = -8 \end{cases}$, 解方程组求解 a, b 的值, 即可得到答案.

【详解】解：（1）由题意得：

$$\begin{cases} 2x + 5y = -26 \text{ ①} \\ 3x - 5y = 36 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{①} + \text{②} \text{ 得： } 5x = 10,$$

$$\therefore x = 2,$$

$$\text{把 } x = 2 \text{ 代入 ① 得： } 4 + 5y = -26,$$

$$\therefore 5y = -30,$$

$$\therefore y = -6,$$

所以这两个方程组的解是： $\begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$.

（2）把 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -6 \end{cases}$ 代入可得：

$$\begin{cases} 2a + 6b = -4 \text{ ③} \\ 2b - 6a = -8 \text{ ④} \end{cases}$$

$$\text{③} \times 3 + \text{④} \text{ 得： } 20b = -20,$$

$$\therefore b = -1,$$

$$\text{把 } b = -1 \text{ 代入 ③ 得： } 2a - 6 = -4,$$

$$\therefore a = 1,$$

所以： $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$.

$$\therefore (2a + b)^{2020} = (2 - 1)^{2020} = 1.$$

【点睛】 本题考查的是同解方程，二元一次方程组的解法，代数式的值，乘方符号的确定，掌握以上知识是解题的关键.

【变式 7-1】（2022·上海杨浦·二模）若关于 x 的方程 $4m + x = 20$ 的解与方程 $2x - 3 = x + 1$ 的解相同，则 m 的值为 ____.

【答案】 4

【分析】 解方程 $2x - 3 = x + 1$ 得 $x = 4$ ，把 $x = 4$ 代入 $4m + x = 20$ 即可求解.

【详解】 解： $2x - 3 = x + 1$ ，解得 $x = 4$ ，

\because 方程 $4m + x = 20$ 的解与方程 $2x - 3 = x + 1$ 的解相同，

$\therefore x = 4$ 是方程 $4m + x = 20$ 的解，

把 $x = 4$ 代入方程 $4m + x = 20$ ，

$$\therefore 4m + 4 = 20, \text{ 解得 } m = 4.$$

故答案为： 4.

【点睛】 本题主要考查解一元一次方程，掌握移项、合并同类项、系数化为 1 解一元一次方程是解题的关键.

【变式 7-2】（2022·河北·模拟预测）若方程 $\frac{x+1}{2} - \frac{2x-1}{5} = 0$ 与方程 $x + \frac{6a-x}{2} = \frac{a}{3}$ 的解相同，则 a 的值为()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/398045046031007007>