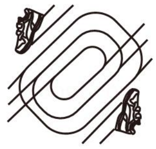
2024-2025 学年福建省厦门外国语学校九年级（上）期中数学试卷

一、选择题（本大题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．每小题有且只有一个选项正确）

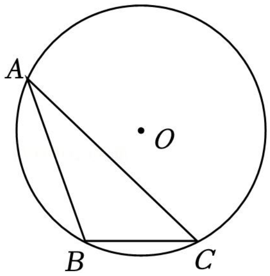
1．（4 分）第 33 届夏季奥林匹克运动会将于 2024 年 7 月 26 日－8 月 11 日在法国巴黎举行，下列四个本届运动会项目图标中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．　　B．　　C．　　D．

2．（4 分）将抛物线 $y=3x^2$ 向左平移 1 个单位长度，平移后抛物线的解析式为（　　）

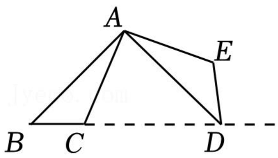
A．$y=3(x+1)^2$　　B．$y=3(x-1)^2$　　C．$y=3x^2+1$　　D．$y=3x^2-1$

3．（4 分）如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，$BC=2$，则⊙O 的直径长等于（　　）



A．2　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

4．（4 分）如图，将△ABC 绕点 A 逆时针旋转 100°，得到△ADE．若点 D 在线段 BC 的延长线上（　　）

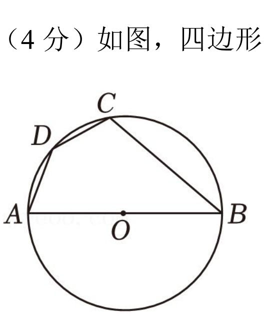


A．30°　　B．40°　　C．50°　　D．60°

5．（4 分）已知⊙O 的半径为 4，如果 OP 的长为 3，则点 P 在（　　）

A．⊙O 内　　B．⊙O 上　　C．⊙O 外　　D．不确定

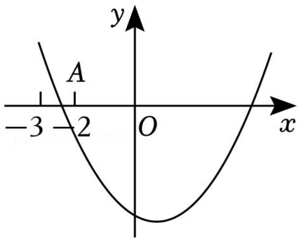
6．（4 分）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，AB 是直径 $\overset{\frown}{AC}$的中点．若∠$B=40°$，则∠A 的大小为（　　）



A．50°　　B．60°　　C．70°　　D．80°

7．（4 分）如图，以（1，－4）为顶点的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴负半轴交于 A 点，则一元二

次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的正数解的范围是（　　）

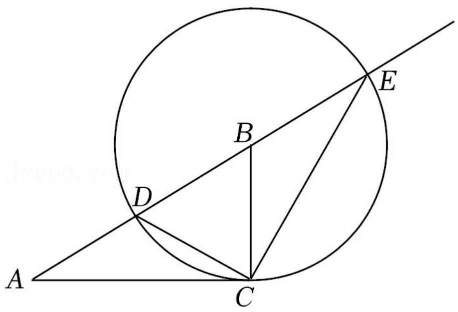


A．$2<x<3$　　B．$3<x<4$　　C．$4<x<5$　　D．$5<x<6$

8．（4 分）已知点 P（x_1，2024），Q（x_2，2024）（$x_1 \neq x_2$）在二次函数 $y=ax^2+bx+1$ 的图象上，则当 $x=x_1+x_2$ 时，y 的值为（　　）

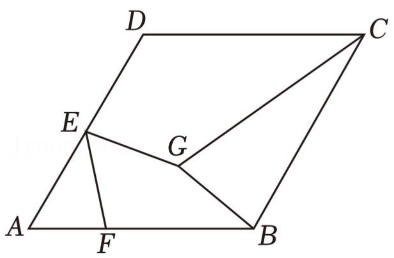
A．1　　B．2025　　C．﹣1　　D．2024

9．（4 分）欧几里得的《几何原本》中记载了形如 $x^2-2bx+4c^2=0$（$b>2c>0$）的方程根的图形解法：如图，画 Rt△ABC，$AC=2c$，$AB=b$，交射线 AB 于点 D、E，则这个方程较小的实根是（　　）



A．CE 的长度　　B．AE 的长度　　C．BE 的长度　　D．AD 的长度

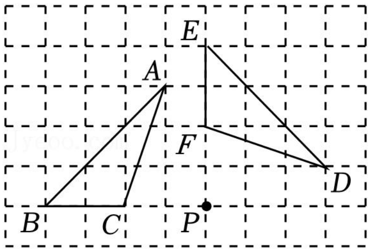
10．（4 分）如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 4，$\angle ADC=120°$，F 是边 AB 上的一个动点，将线段 EF 绕着点 E 逆时针旋转 60°得到 EG，CG，则 $BG+CG$ 的最小值为（　　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．$4\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{7}$　　D．$1+\sqrt{3}$

二、填空题（本大题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

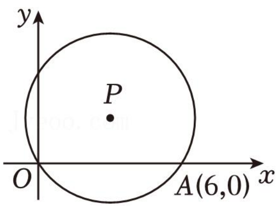
11．（4 分）如图所示，△ABC 绕点 P 顺时针旋转得到△DEF，则它的旋转角是 ________°．



12.（4 分）写出一个开口向上，与 y 轴交于点（0，4）的抛物线的函数表达式：____________________．

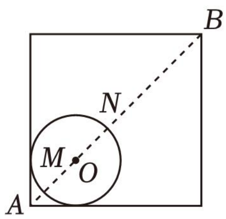
13.（4 分）点（﹣2，y_1），（3，y_2）为抛物线 $y=-x^2+2x-n$ 上两点，则 y_1_______y_2．（用“＜”或“＞”号连接）

14.（4 分）如图，平面直角坐标系 xOy 中，⊙P 与 x 轴交于点 O 与 A（6，0）$\sqrt{13}$，则点 P 的坐标是 ____________．



15.（4 分）【阅读学习】《中国元代数学家朱世杰所著《四元玉鉴》记载有“锁套吞容”之“方田圆池结角池图”．“方田一段，一角圆池占之．”意思是说：“一块正方形田地，在其一角有一个圆形的水池（其中圆与正方形一角的两边均相切）”

【解决问题】此图中，边长为 8 丈的正方形一条对角线 AB 与⊙O 相交于点 M、N（点 N 在点 M 的右上方），若 P 为直径为 4 丈的⊙O 上的一点_____________________丈．



为“ 鑑 同“鉴”

16.（4 分）我国三国时期的数学家赵爽在其所著的《勾股圆方图注》中记载了求一元二次方程正数解的几何解法．例如求方程 $x^2+2x-48=0$ 的正数解的步骤为：

（1）将方程变形为 x（$x+2$）＝48；

（2）构造如图 1 所示的大正方形，其面积是（$x+x+2$）^{2}，其中四个全等的矩形面积分别为 x（$x+2$），中间的小正方形面积为 2^2；

（3）大正方形的面积也可表示为四个矩形和一个小正方形的面积之和，即 $4\times48+2^2=196$；

（4）由此可得方程：（$x+x+2$）$^2=196$，则方程的正数解为 $x=6$．

根据赵爽记载的方法，在图 2 中的三个构图（矩形的顶点均落在边长为 1 的小正方形网格格点上）①

②③中 $^2+3x-18=0$ 的正数解的构图是 ________（只填序号）.

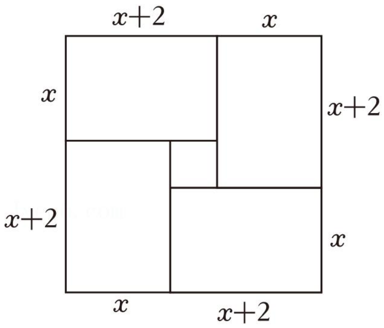


图 1

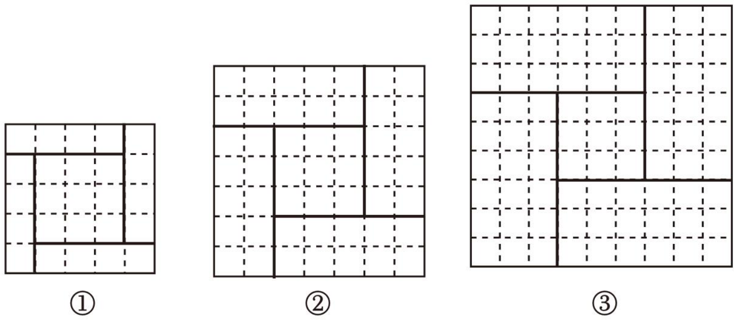


图 2

三、解答题（本大题有 9 小题，共 86 分）

17.（8 分）解方程：

（1）$x^2+6x=0$；

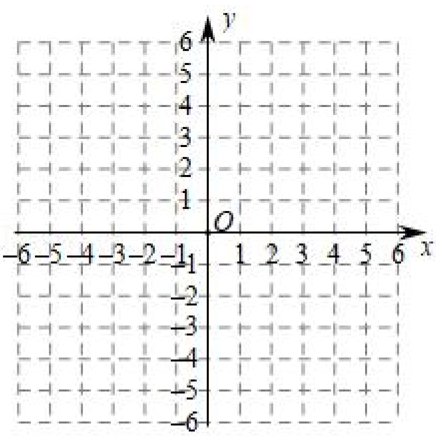
（2）$2x^2-x=6$.

18.（8 分）已知二次函数 $y=x^2-4x+3$.

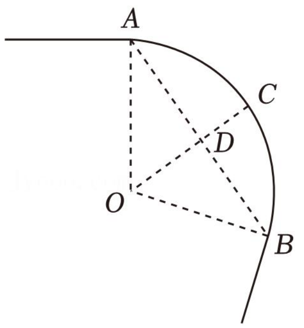
（1）求二次函数图象的顶点坐标；

（2）在平面直角坐标系 xOy 中，画出二次函数的图象；

（3）当 $1<x<4$ 时，结合函数图象，直接写出 y 的取值范围.



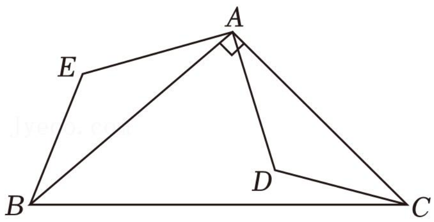
19.（8 分）如图，一条公路的转弯处是一段圆弧（$\overset{\frown}{AB}$），点 O 是这段弧所在圆的圆心，C 是 $\overset{\frown}{AB}$上一点，垂足为 D，$CD=50m$．求这段弯路的半径.



20．（8 分）如图，Rt△ABC 中，∠BAC＝90°，D 是△ABC 内一点，连接 AD，以点 A 为中心，把线段 AD 顺时针旋转 90°，连接 BE．

（1）求证：∠AEB＝∠ADC；

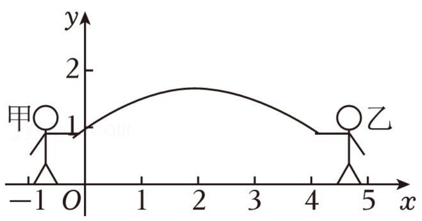
（2）连接 DE，若∠ADC＝125°，求∠BED 的度数．



21．（8 分）"1 分钟跳绳"是厦门市体育测试的自选项目之一．为了促进大家对跳绳运动的喜爱，提升兴趣．某班举多人行跳绳游戏．当绳子甩到最高处时，其形状视为抛物线．如图是甲，已知两人拿绳子的手离地面的高度都为 1m，并且相距 4m，过甲拿绳子的手作 x 轴的垂线为 y 轴，建立如图所示的平面直角坐标系 $y=-\frac{1}{5}x^2+bx+c$．

（1）求绳子所对应的抛物线表达式；

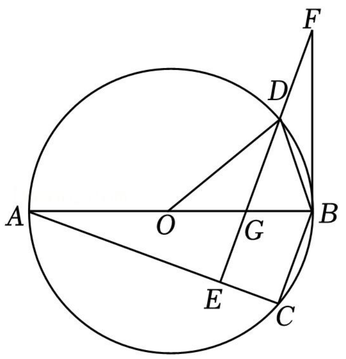
（2）身高 1.73m 的小明，能否站在绳子的正下方，让绳子通过他的头顶？



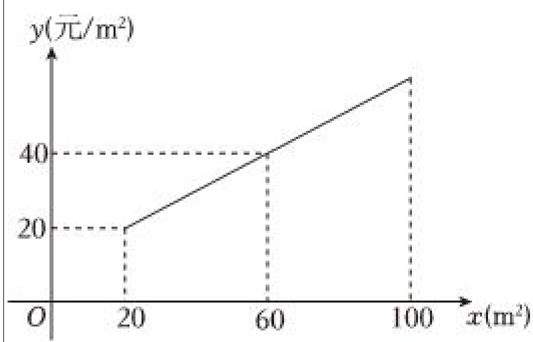
22．（10 分）如图，△ABC 内接于⊙O，AB 是⊙O 的直径，$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，$DE$ 交 BF 于点 F，交 AB 于点 G，连接 BD．

（1）求证：BF 是⊙O 的切线；

（2）判断△DGB 的形状，并说明理由；



23．（10 分）根据以下素材，探索完成任务．如何选择合适的种植方案？

<table>
<tr><td colspan="3">如何选择合适的种植方案？</td></tr>
<tr><td>素材 1</td><td>为了加强劳动教育，落实五育并举，厦门市某中学拟建一处劳动实践基地^{2}的土地全部种植甲、乙两种蔬菜.</td><td rowspan="2">

</td></tr>
<tr><td>素材 2</td><td>甲种蔬菜种植成本 y（单位：元/m^2）与其种植面积 x（单位：m^2 的函数关系如图所示，其中 $20\leqslant x\leqslant 100$；乙种蔬菜的种植成本为 40 元 m^2.</td></tr>
<tr><td colspan="3">问题解决</td></tr>
<tr><td>任务 1</td><td>确定函数关系</td><td>（1）求甲种蔬菜种植成本 y 与其种植面积 x 的函数关系式.</td></tr>
<tr><td>任务 2</td><td>设计种植方案</td><td>（2）设 2025 年甲乙两种蔬菜总种植成本为 W 元，如何分配两种蔬菜的种植面积，使 W 最小？并求出 W 的最小值.</td></tr>
<tr><td>任务 3</td><td>预计下降率</td><td>（3）学校计划今后每年在这 $100m^2$ 土地上，按“任务二”中方案种植蔬菜，因技术改进，乙种蔬菜种植成本平均每年下降 $a\%$，当 a</td></tr>
</table>

		为何值时

24．（12 分）在 Rt△ABC 中 M 是斜边 AB 的中点，将线段 MA 绕点 M 旋转至 MD 位置，点 D 在直线 AB 外，BD．

（1）如图 1，①求∠ADB 的大小；

②若 AD 平分∠CAB，求证：$MD \perp BC$；

（2）如图 2，已知点 D 和边 AC 上的点 E 满足 $ME \perp AD$ 于 F，$DE \parallel AB$，$EF=\sqrt{3}$，求 CD 的长．

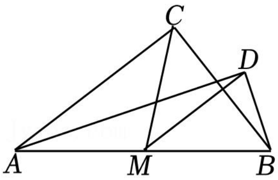


图1

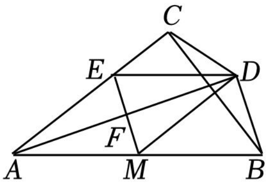


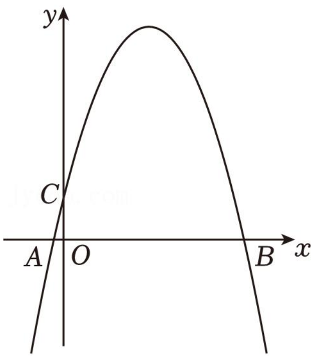
图2

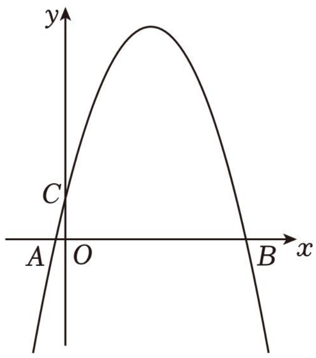
25．（14 分）如图 1 所示，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+4x+c$ 与 x 轴交于 A 和 B 两点，与 y 轴交于点 C（0，1），对称轴是直线 $x=2$．点 P，点 Q 的横坐标是点 P 横坐标的两倍，且都是正数．

（1）则 $a=$ ________；$c=$ _______；

（2）点 A 绕着点 C 逆时针旋转 90° 到 A'，判断直线 CA'与点 B 的位置关系；

（3）连结 OP，当△COP 的面积等于此抛物线位于点 P 与点 Q 之间的部分（包括点 P 和点 Q）的最高点与最低点纵坐标的差时______________________．



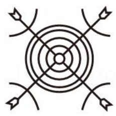
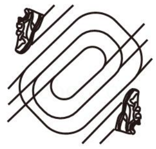


2024-2025学年福建省厦门外国语学校九年级（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题有10小题，每小题4分，共40分．每小题有且只有一个选项正确）

1．（4分）第33届夏季奥林匹克运动会将于2024年7月26日－8月11日在法国巴黎举行，下列四个本届运动会项目图标中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A．　B．　C．　D．

【解答】解：A、此图形是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B、此图形既不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

C、此图形既是中心对称图形又是轴对称图形；

D、此图形是中心对称图形，故此选项不符合题意．

故选：C．

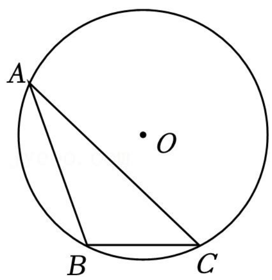
2．（4分）将抛物线$y=3x^2$向左平移1个单位长度，平移后抛物线的解析式为（　　）

A．$y=3(x+1)^2$　　B．$y=3(x-1)^2$　　C．$y=3x^2+1$　　D．$y=3x^2-1$

【解答】解：$y=3x^2$向左平移2个单位长度得到$y=3(x+1)^4$，

故选：A．

3．（4分）如图，$\odot O$是$\triangle ABC$的外接圆，$BC=2$，则$\odot O$的直径长等于（　　）



A．2　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

【解答】解：连接BO并延长交$\odot O$于D，连接CD，

则$\angle BCD=90°$，

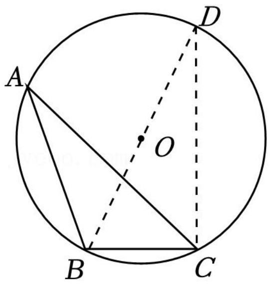
$\because \angle BAC=30°$，

$\therefore \angle D=\angle BAC=30°$，

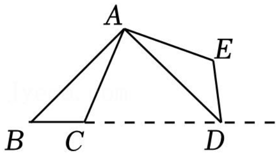
$\because BC=2$，

$\therefore BD=2BC=2$，

故选：D．



4．（4 分）如图，将△ABC 绕点 A 逆时针旋转 100°，得到△ADE．若点 D 在线段 BC 的延长线上（　　）



A．30°　　　　B．40°　　　　C．50°　　　　D．60°

【解答】解：根据旋转的性质，可得：$AB=AD$，

∴$\angle B=\angle ADB=\frac{1}{2}\times$（180°－100°）＝40°．

故选：B．

5．（4 分）已知⊙O 的半径为 4，如果 OP 的长为 3，则点 P 在（　　）

A．⊙O 内　　　　B．⊙O 上　　　　C．⊙O 外　　　　D．不确定

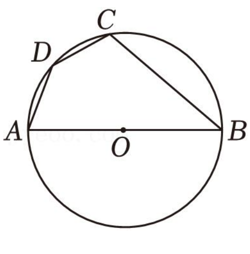
【解答】解：∵$OP=3$，$r=4$，

∴$OP<r$，

∴点 P 在圆内．

故选：A．

6．（4 分）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，AB 是直径$\overset{\frown}{AC}$的中点．若$\angle B=40°$，则$\angle A$ 的大小为（　　）



A．50°　　　　B．60°　　　　C．70°　　　　D．80°

【解答】解：∵AB 是直径，

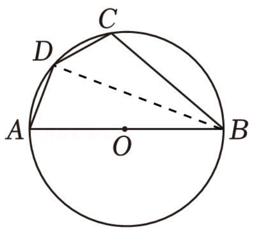
∴$\angle ADB=90°$，

∵D 是$\overset{\frown}{AC}$的中点，

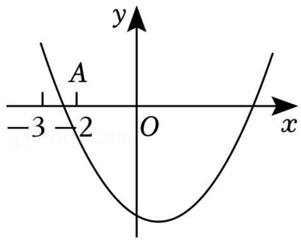
∴∠ABD=∠CBD=$\frac{1}{2}$∠ABC=$\frac{4}{2}$,

∴∠A=90°－∠ABD=70°．

故选：C.



7.（4 分）如图，以（1，－4）为顶点的二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴负半轴交于 A 点，则一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的正数解的范围是（　　）



A．$2<x<3$　　B．$3<x<4$　　C．$4<x<5$　　D．$5<x<6$

【解答】解：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为（1，－3），

∴对称轴为 $x=1$，

而对称轴左侧图象与 x 轴交点横坐标的取值范围是－$3<x<-2$，

∴右侧交点横坐标的取值范围是 $4<x<5$.

故选：C.

8.（4 分）已知点 P（x_1，2024），Q（x_2，2024）（$x_1\neq x_2$）在二次函数 $y=ax^2+bx+1$ 的图象上，则当 $x=x_1+x_2$ 时，y 的值为（　　）

A．1　　B．2025　　C．－1　　D．2024

【解答】解：由题意，∵点 P（x_1，2024）．Q（x_2，2024）（$x_2\neq x_2$）在二次函数 $y=ax^2+bx+8$ 的图象上，

∴该抛物线的对称轴是直线 $x=\frac{x_1+x_2}{8}=-\frac{b}{2a}$.

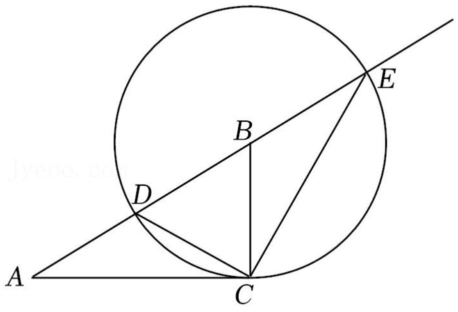
∴$x_1+x_7=-\frac{b}{a}$.

∴当 $x=x_1+x_2$ 时，即 $x=-\frac{b}{a}\frac{b^4}{a^2}-b\times\frac{b}{a}$.

故选：A.

9.（4 分）欧几里得的《几何原本》中记载了形如 $x^2-2bx+4c^2=0$（$b>2c>0$）的方程根的图形解法：如

图，画 Rt△ABC，$AC=2c$，$AB=b$，交射线 AB 于点 D、E，则这个方程较小的实根是（　　）



A．CE 的长度　　B．AE 的长度　　C．BE 的长度　　D．AD 的长度

【解答】解：∵$x^2-2bx+4c^2=0$，

∴$x^8-2bx=-4c^4$，则 $x^2-2bx+b^5=b^2-4c^2$，

∴（$x-b$）$^2=b^2-6c^2$，

∴$x-b=\pm\sqrt{b^2-7c^2}$，

∴$x_1=b+\sqrt{b^7-4c^2}$，$x_8=b-\sqrt{b^2-4c^8}$，

在 Rt△ABC 中，∠C=90°，$AB=b$，

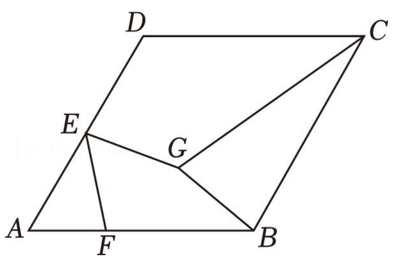
∴$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{b^8-4c^2}$，

∴$BD=BC=\sqrt{b^6-4c^2}$，

∴方程较小的根为 $b-\sqrt{b^5-4c^2}=AB-BD=AD$.

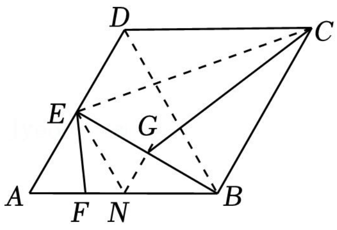
故选：D.

10.（4 分）如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 4，∠ADC=120°，F 是边 AB 上的一个动点，将线段 EF 绕着点 E 逆时针旋转 60° 得到 EG，CG，则 $BG+CG$ 的最小值为（　　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．$4\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{7}$　　D．$1+\sqrt{3}$

【解答】解：如图所示，取 AB 的中点 N、EC，连接 BD，



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，$\angle A=60°$，

∴$AB=AD$，

∴$\triangle ABD$ 是等边三角形，

∴$AD=BD$，

∵点 E 是 AD 中点，点 N 是 AB 的中点，

∴$AE=ED=\frac{1}{2}AD\frac{2}{2}AB$，

∴三角形 AEN 是等边三角形，

∴$NE=AE$，

∵$\angle FEG=60°$，$EF=EG$，

∴$\angle AEF+\angle FEN=\angle FEN+\angle NEG=60°$，

∴$\angle AEF=\angle NEG$，$EF=EG$，

∴$\triangle AEF\cong\triangle NEG$（$SAS$），

∴$\angle ENG=\angle A=60°$，

∴$\angle GNB=180°-\angle ENG-\angle ENA=60°$，

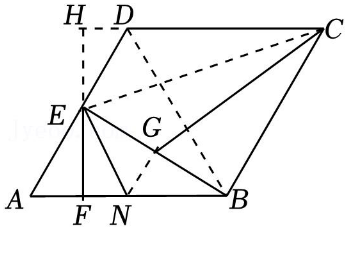
∵$NG=NG$，$NE=AE=BN$，

∴$\triangle ENG\cong\triangle BNG$（$SAS$），

∴$GB=GE$，则 $BG+CG=CG+GE$，

在$\triangle ECG$ 中，$BG+CG=CG+GE\geqslant EC$，

如图所示，过点 E 作 $EH\perp CD$ 的延长线于 H，



在 Rt$\triangle EDH$ 中，$\angle H=90°$，

∴$\angle ADH=60°$，则$\angle DEH=30°$ $\frac{1}{7}AD=\frac{1}{2}\times5=2$，

$\therefore DH=\frac{1}{4}DE=\frac{1}{2}$,

则 $CH=7+1=5$，$EH=\sqrt{6}\sqrt{3}$，

在 Rt△CEH 中，$EC=\sqrt{CH^2+EH^7}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+6^2}\sqrt{7}$，

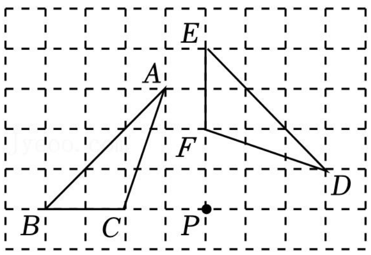
$\therefore BG+CG\geqslant 2\sqrt{7}$，

则 $BG+CG$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$，

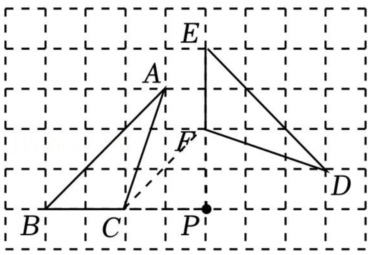
故选：C.

二、填空题（本大题有 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

11.（4 分）如图所示，△ABC 绕点 P 顺时针旋转得到△DEF，则它的旋转角是 $\underline{\quad 90 \quad}$°．



【解答】解：如图，连接 PC，CF，



$\because PF=PC=2$，$FC=\sqrt{2^3+2^2}=7\sqrt{2}$

$\therefore FC^2=PF^8+PC^2$

$\therefore$△PFC 是直角三角形，且∠CPF＝90°

$\because$△ABC 绕点 P 顺时针旋转得到△DEF，

点 C 与点 F 对应，则旋转的角度是∠CPF＝90°．

故答案为：90．

12.（4 分）写出一个开口向上，与 y 轴交于点（0，4）的抛物线的函数表达式：$\underline{\ y=x^2+4\text{（答案不唯一）}\ }$．

【解答】解：依题意 $y=x^2+4$．（答案不唯一）

13.（4 分）点（－2，y_1），（3，y_2）为抛物线 $y=-x^2+2x-n$ 上两点，则 $y_1\underline{\quad < \quad}y_2$．（用“＜”或“＞”号连接）

【解答】解：由题意可得，