

几何-直线型几何-鸟头模型-0 星题

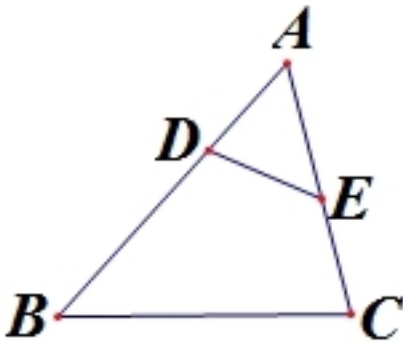
课程目标

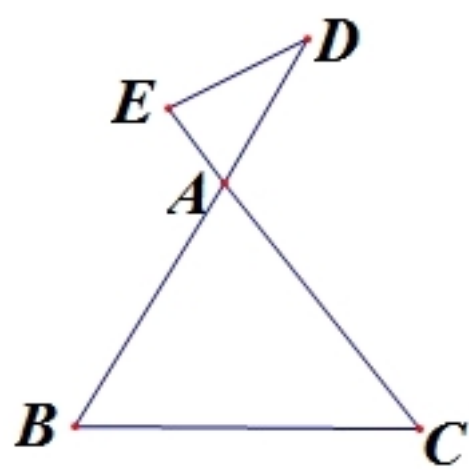
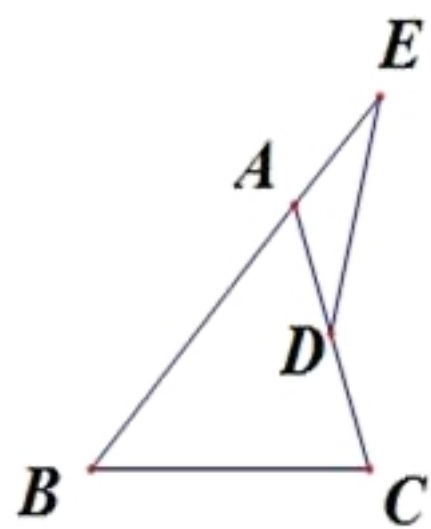
知识点	考试要求	具体要求	考察频率
鸟头模型	C	1.能够准确的理解鸟头模型的概念 2.灵活应用鸟头模型解决复杂的几何问题	少考

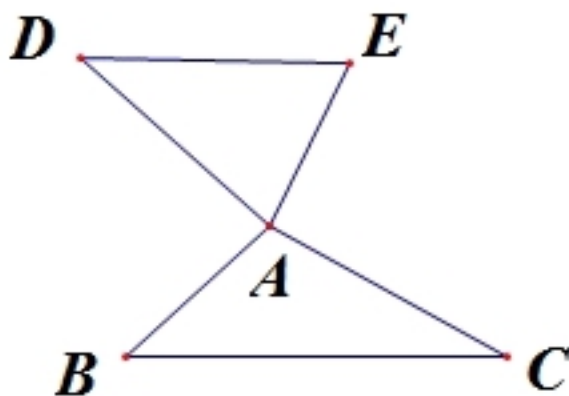
知识提要

鸟头模型

- 概念
两个三角形中有一个角相等或者互补，这两个三角形叫做共角三角形。
- 特征
共角三角形的面积比等于共角（相等角或者互补角）两夹边的乘积之比。
$$S_{\triangle ABC} \mathbin{\dot{:}} S_{\triangle ADE} = (AB \times AC) \mathbin{\dot{:}} (AD \times AE)$$



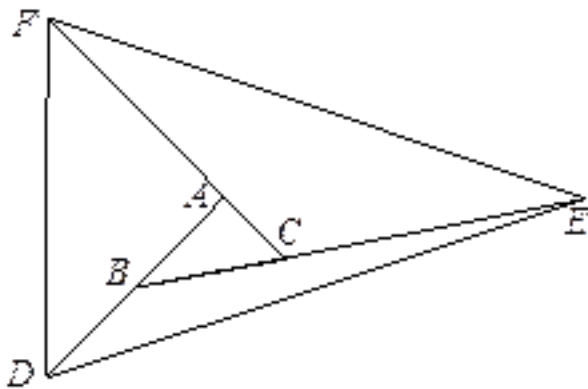




精选例题

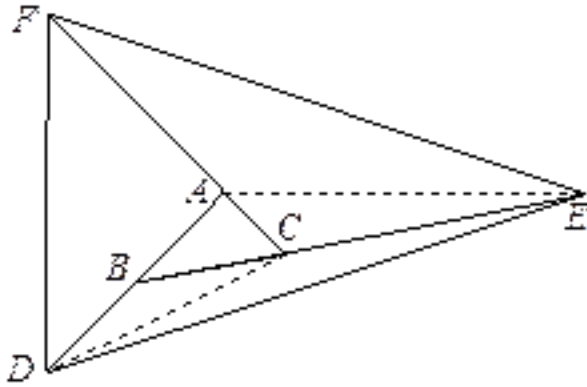
鸟头模型

1. 如图. 将三角形 ABC 的 AB 边延长 1 倍到 D , BC 边延长 2 倍到 E , CA 边延长 3 倍到 F . 如果三角形 ABC 的面积等于 1, 那么三角形 DEF 的面积是_____.



【答案】 18

【分析】 (法 1) 连接 AE 、 CD .



因为 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{1}{1}$, $S_{\triangle ABC} = 1$, 所以 $S_{\triangle DBC} = 1$.
同理可得其它, 最后三角形 DEF 的面积 $= 18$.

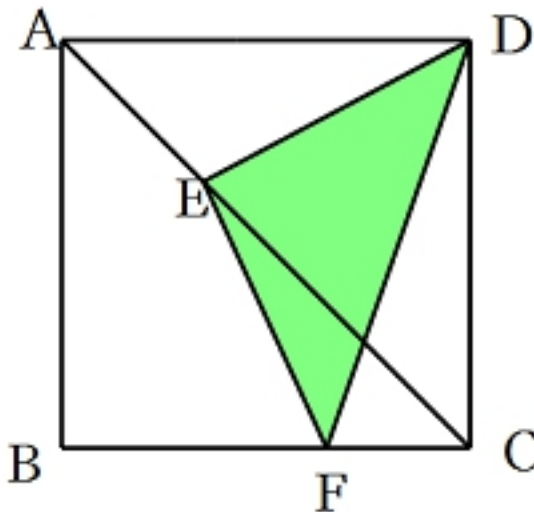
(法 2) 用共角定理因为在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FCE$ 中, $\angle ACB$ 与 $\angle FCE$ 互补, 所以

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FCE}} = \frac{AC \cdot BC}{FC \cdot CE} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}.$$

又 $S_{\triangle ABC} = 1$, 所以 $S_{\triangle FCE} = 8$.
同理可得 $S_{\triangle ADF} = 6$, $S_{\triangle BDE} = 3$.
所以

$$\begin{aligned} S_{\triangle DEF} &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle FCE} + S_{\triangle ADF} + S_{\triangle BDE} \\ &= 1 + 8 + 6 + 3 \\ &= 18. \end{aligned}$$

2. 正方形 $ABCD$ 边长为 6 厘米, $AE = \frac{1}{3}AC$, $CF = \frac{1}{3}BC$. 三角形 DEF 的面积为_____平方厘米.



【答案】 10

【分析】 正方形的面积为 $6 \times 6 = 36$ (平方厘米), 那么根据鸟头模型可以得出

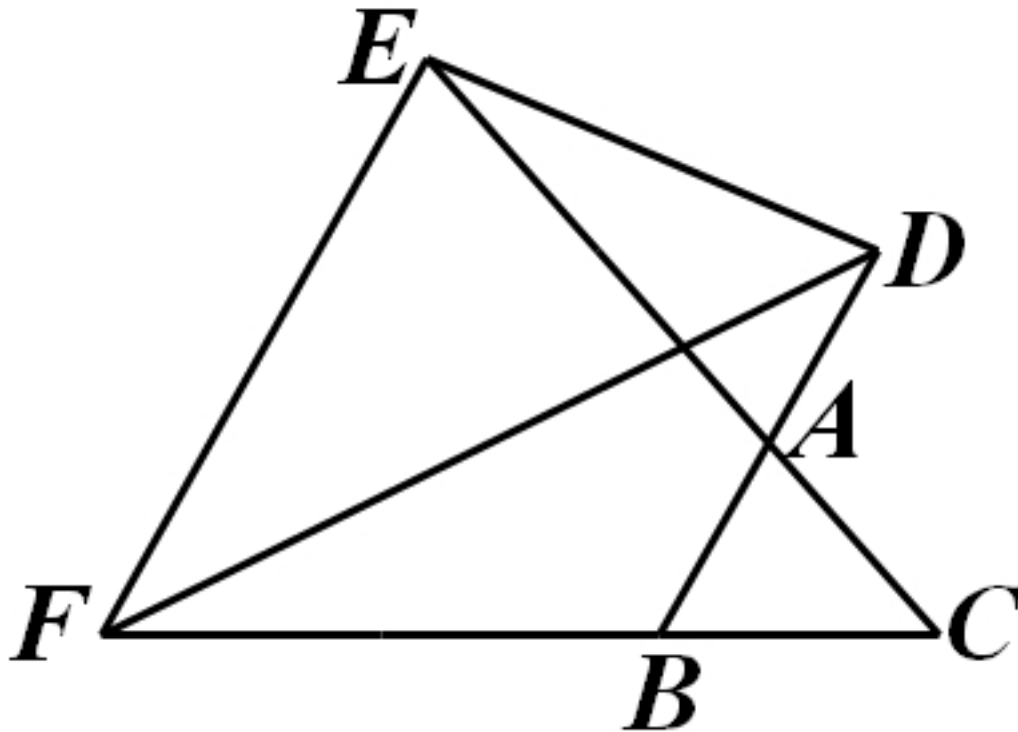
$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 36 = 6(\text{平方厘米}),$$

$$S_{\triangle CDF} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 36 = 6(\text{平方厘米}),$$

$$S_{ABFE} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CEF} = 18 - 18 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 14(\text{平方厘米}),$$

阴影部分面积为 $36 - 6 - 6 - 14 = 10$ (平方厘米).

3. 如图, 三角形 ABC 中, 延长 BA 到 D , 使 $DA=AB$, 延长 CA 到 E , 使 $EA=2AC$, 延长 CB 到 F , 使 $FB=3BC$. 如果三角形 ABC 的面积是 1, 那么三角形 DEF 的面积是_____.

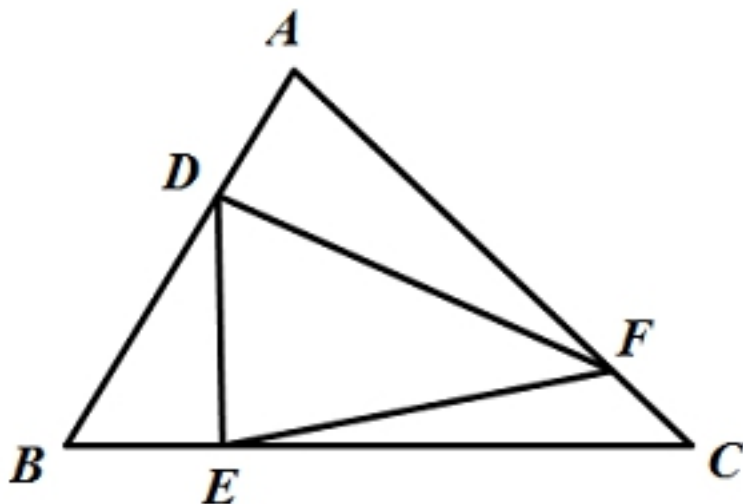


【答案】 7

【分析】 $S_{\triangle CAB}:S_{\triangle CEF} = (1 \times 1):(3 \times 4) = 1:12$, 所以 $S_{\triangle CEF} = 12$,
 $S_{\triangle ABC}:S_{\triangle ADE} = (1 \times 1):(1 \times 2) = 1:2$, 所以 $S_{\triangle ADE} = 2$,
 $S_{\triangle BAC}:S_{\triangle BDF} = (1 \times 1):(2 \times 3) = 1:6$, 所以 $S_{\triangle BDF} = 6$,
所以

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle DEF} &= S_{\triangle CEF} - S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADE} - S_{\triangle BDF} \\
 &= 12 - 1 + 2 - 6 \\
 &= 7.
 \end{aligned}$$

4. 如下图所示, 三角形 ABC 的面积为 1, 且 $AD = \frac{1}{3}AB, BE = \frac{1}{4}BC, CF = \frac{1}{5}CA$, 则三角形 DEF 的面积是_____.

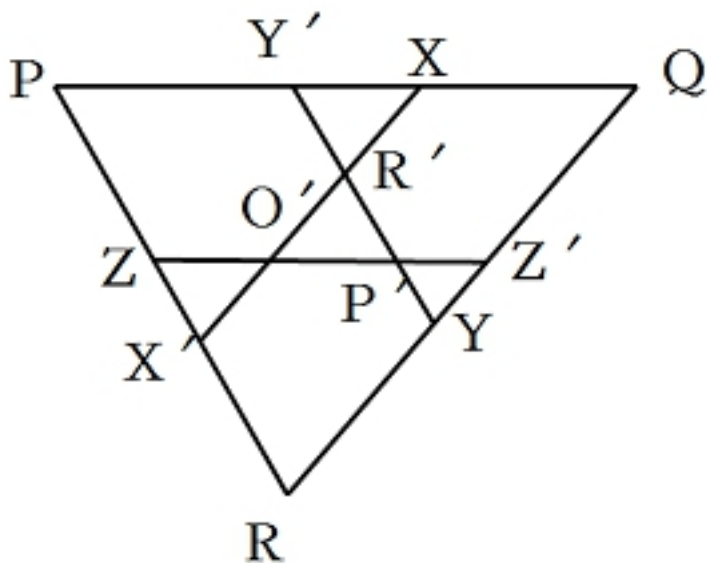


【答案】 $\frac{5}{12}$

【分析】 先分别求出 $\triangle ADF$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CEF$ 的面积, 再用 $\triangle ABC$ 的面积减去这三个三角形的面积即为 $\triangle DEF$ 的面积.

因为, $AD = \frac{1}{3}AB, CF = \frac{1}{5}CA$, 所以, $AF = \frac{4}{5}AC$, 根据“鸟头定理”, $S_{\triangle ADF} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{15}$, 同理可得, $S_{\triangle BDE} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{6}$, $S_{\triangle CEF} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{3}{20}$, 所以 $S_{\triangle DEF} = 1 - \frac{4}{15} - \frac{1}{6} - \frac{3}{20} = \frac{5}{12}$.

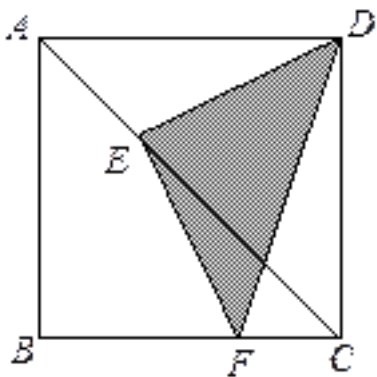
5. 如下图所示, 点 Q' 和 R' 三等分 $X'X$, R' 和 P' 三等分 $Y'Y$, Q' 和 P' 三等分 $Z'Z$. $\triangle PQR$ 面积是 $\triangle P'Q'R'$ 面积的_____倍.



【答案】 25

【分析】 连接 $ZY', X'Y, XZ'$, 根据鸟头模型, 可以得到 $\triangle P'Y'Z, \triangle X'YR', \triangle XQ'Z'$ 都是 $\triangle P'Q'R'$ 的 4 倍, 那么可以得到平行四边形 $PZP'Y', X'R'YR, XQ'Z'Q$ 均为 $\triangle P'Q'R'$ 的 8 倍, 图中的三个小三角形的面积都与 $\triangle P'Q'R'$ 的面积相等, 那么 $\triangle PQR$ 面积是 $\triangle P'Q'R'$ 面积的 $8 \times 3 + 1 = 25$ (倍).

6. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 边长为 6 厘米, $AE = \frac{1}{3}AC$, $CF = \frac{1}{3}BC$. 三角形 DEF 的面积为_____平方厘米.



【答案】 10

【分析】 由题意知

$$AE = \frac{1}{3}AC, CF = \frac{1}{3}BC,$$

可得

$$CE = \frac{2}{3}AC.$$

根据“共角定理”可得，

$$S_{\triangle CEF}:S_{\triangle ABC} = (CF \times CE):(CB \times AC) = (1 \times 2):(3 \times 3) = 2:9;$$

而

$$S_{\triangle ABC} = 6 \times 6 \div 2 = 18;$$

所以

$$S_{\triangle CEF} = 4;$$

同理得，

$$S_{\triangle CDE}:S_{\triangle ACD} = 2:3,$$

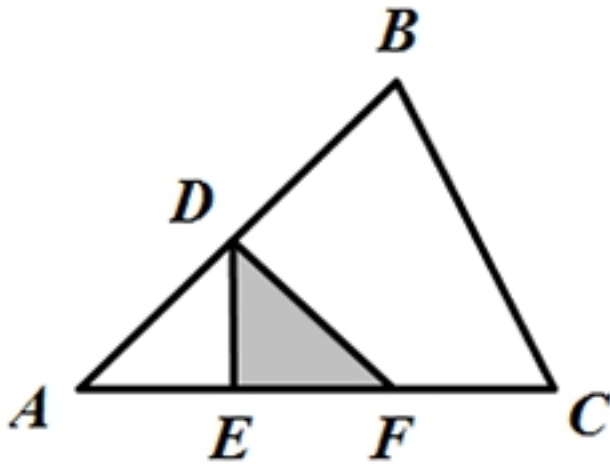
$$S_{\triangle CDE} = 18 \div 3 \times 2 = 12,$$

$$S_{\triangle CDF} = 6$$

故

$$S_{\triangle DEF} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle DEC} - S_{\triangle DFC} = 4 + 12 - 6 = 10(\text{平方厘米}).$$

7. 如图， $AD = DB$ ， $AE = EF = FC$ ，已知阴影部分面积为 5 平方厘米， $\triangle ABC$ 的面积是_____平方厘米.



【答案】 30 平方厘米

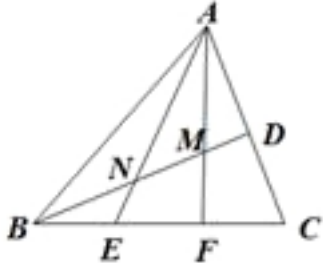
【分析】 $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle DEF}$,

$$\begin{aligned} S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} &= (AD \times AE):(AB \times AC) \\ &= (1 \times 1):(2 \times 3) \\ &= 1:6, \end{aligned}$$

所以

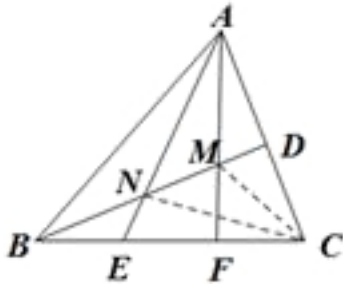
$$S_{\triangle ABC} = 5 \times 6 = 30 (\text{平方厘米}).$$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AC 的中点, 点 E 、 F 是边 BC 的三等分点, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 1, 那么四边形 $CDMF$ 的面积是_____.



【答案】 $\frac{7}{30}$

【分析】 由于点 D 是边 AC 的中点, 点 E 、 F 是边 BC 的三等分点, 如果能求出 BN 、 NM 、 MD 三段的比, 那么说分成的六小块的面积可以求出来, 其中当然也包括四边形 $CDMF$ 的面积. 连接 CM 、 CN .



根据燕尾模型,

$$S_{\triangle ABM} : S_{\triangle ACM} = BF : CF = 2 : 1,$$

$$S_{\triangle ACM} = 2S_{\triangle ADM},$$

$$S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle ACM} = 4S_{\triangle ADM},$$

那么 $BM = 4DM$, 即

$$BM = \frac{4}{5}BD.$$

那么

$$S_{\triangle BMF} = \frac{BM}{BD} \times \frac{BF}{BC} \times S_{\triangle BCD} = \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{15},$$

$$S_{\text{四边形 } CDMF} = \frac{1}{2} - \frac{4}{15} = \frac{7}{30}.$$

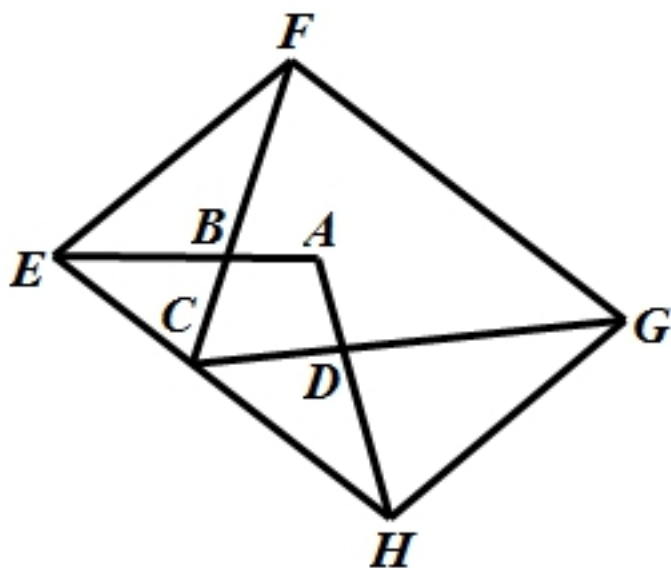
另解：得出 $S_{\triangle ABM} = 2S_{\triangle ACM} = 4S_{\triangle ADM}$ 后，可得

$$S_{\triangle ADM} = \frac{1}{5}S_{\triangle ABD} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10},$$

则

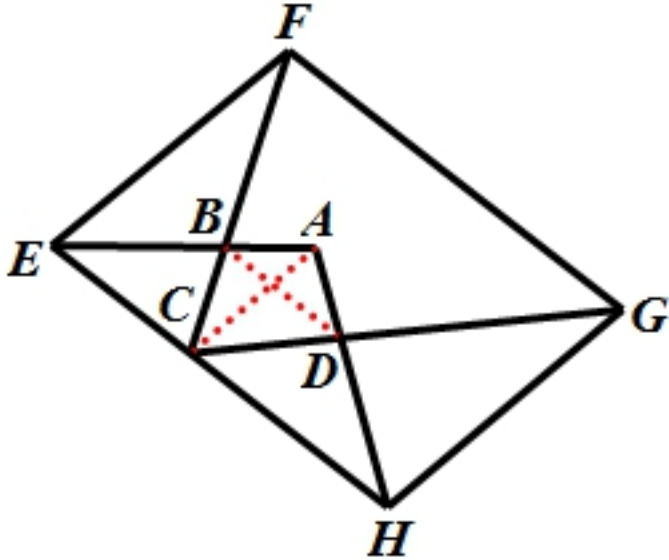
$$S_{\text{四边形 } CDMF} = S_{\triangle ACF} - S_{\triangle ADM} = \frac{1}{3} - \frac{1}{10} = \frac{7}{30}.$$

9. 如图，将四边形 $ABCD$ 的四条边 AB 、 CB 、 CD 、 AD 分别延长两倍至点 E 、 F 、 G 、 H ，若四边形 $ABCD$ 的面积为 5，则四边形 $EFGH$ 的面积是_____.



【答案】 60

【分析】 连接 AC 、 BD 。



由于

$$BE = 2AB, BF = 2BC,$$

于是

$$S_{\triangle BEF} = 4S_{\triangle ABC},$$

同理

$$S_{\triangle HDG} = 4S_{\triangle ADC},$$

于是

$$S_{\triangle BEF} + S_{\triangle HDG} = 4S_{\triangle ABC} + 4S_{\triangle ADC} = 4S_{ABCD},$$

再由于

$$AE = 3AB, AH = 3AD,$$

于是

$$S_{\triangle AEH} = 9S_{\triangle ABD},$$

同理

$$S_{\triangle CFG} = 9S_{\triangle CBD},$$

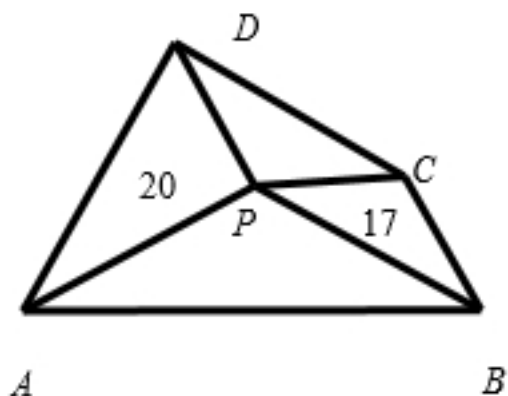
于是

$$S_{\triangle AEH} + S_{\triangle CFG} = 9S_{\triangle ABD} + 9S_{\triangle CBD} = 9S_{ABCD},$$

那么

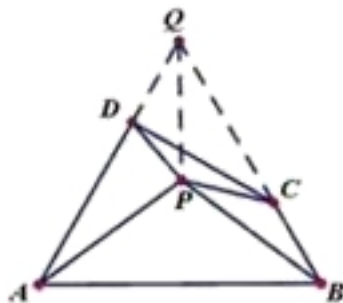
$$\begin{aligned} S_{EFGH} &= S_{\triangle BEF} + S_{\triangle HDG} + S_{\triangle AEH} + S_{\triangle CFG} - S_{ABCD} \\ &= 4S_{ABCD} + 9S_{ABCD} - S_{ABCD} \\ &= 12S_{ABCD} \\ &= 60. \end{aligned}$$

10. 如图, P 为四边形 $ABCD$ 内部的点, $AB:BC:DA = 3:1:2$, $\angle DAB = \angle CBA = 60^\circ$. 图中所有三角形的面积都是整数. 如果三角形 PAD 和 三角形 PBC 的面积分别为 20 和 17, 那么四边形 $ABCD$ 的面积最大是_____.



【答案】 147

【分析】 延长 AD , BC 交于点 Q , 连接 PQ .



$\angle DAB = \angle CBA = 60^\circ$, 所以三角形 ABQ 为正三角形.

由于

$$AB:BC:DA = 3:1:2,$$

所以 $PCQD$ 的面积为

$$20 \div 2 + 17 \times 2 = 44;$$

而三角形 QCD 面积占 QAB 面积的

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9},$$

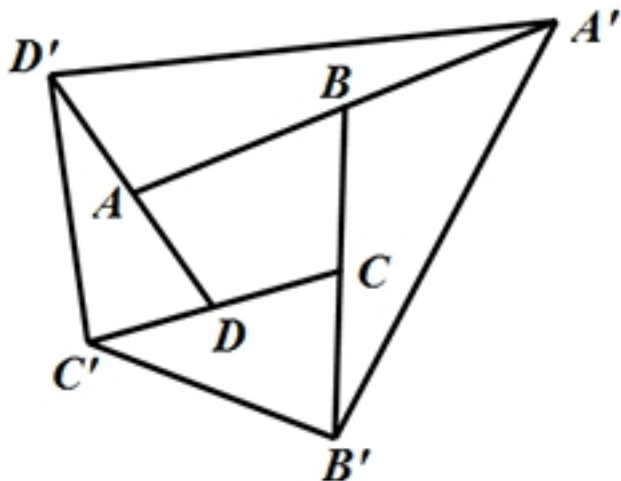
$ABCD$ 面积是 QCD 面积的

$$(1 - \frac{2}{9}) \div \frac{2}{9} = \frac{7}{2}.$$

注意到 $ABCD$ 中各三角形面积均为整数, 所以 QAB 面积为 9 的倍数. QCD 面积是 2 的倍数, 所以 QCD 面积最大为 42, $ABCD$ 面积最大为

$$42 \times \frac{7}{2} = 147.$$

11. 分别延长四边形 $ABCD$ 的四个边, 使得 $AB = BA'$, $BC = CB'$, $CD = DC'$, $DA = AD'$ (如下图所示). 如果四边形 $ABCD$ 的面积是 1 平方厘米, 请问四边形 $A'B'C'D'$ 的面积为多少平方厘米?



【答案】 5

【分析】 连接 BD ，根据鸟头模型，可得

$$S_{\triangle AA'D'} = 1 \times 2 \times S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ABD},$$

$$S_{\triangle CC'B'} = 1 \times 2 \times S_{\triangle BCD} = 2S_{\triangle BCD},$$

那么可得

$$S_{\triangle AA'D'} + S_{\triangle CC'B'} = 2S_{\text{四边形 } ABCD}$$

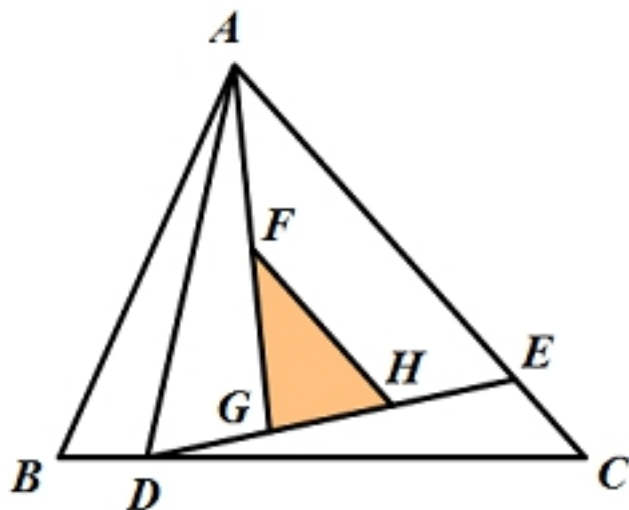
连接 AC ，同理可得：

$$S_{\triangle DD'C'} + S_{\triangle BB'A'} = 2S_{\text{四边形 } ABCD}$$

所以整个图形的面积是

$$2 + 2 + 1 = 5(\text{平方厘米}).$$

12. 如下图所示，在三角形 ABC 中，已知 $BC = 6BD$ 、 $AC = 5EC$ 、 $DG = GH = HE$ 、 $AF = FG$ 。请问三角形 FGH 与三角形 ABC 的面积比为何？



【答案】 $\frac{1}{9}$

【分析】 根据鸟头模型，

$$S_{\triangle ADC} = \frac{5}{6} S_{\triangle ABC},$$

$$S_{\triangle AED} = \frac{4}{5} S_{\triangle ADC},$$

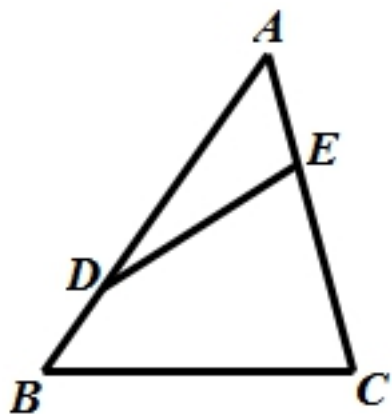
$$S_{\triangle AGE} = \frac{2}{3} S_{\triangle AED},$$

$$S_{\triangle GHF} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times S_{\triangle AGE},$$

最后可以得出

$$S_{\triangle GHF} = \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times S_{\triangle ABC} = \frac{1}{9} S_{\triangle ABC}.$$

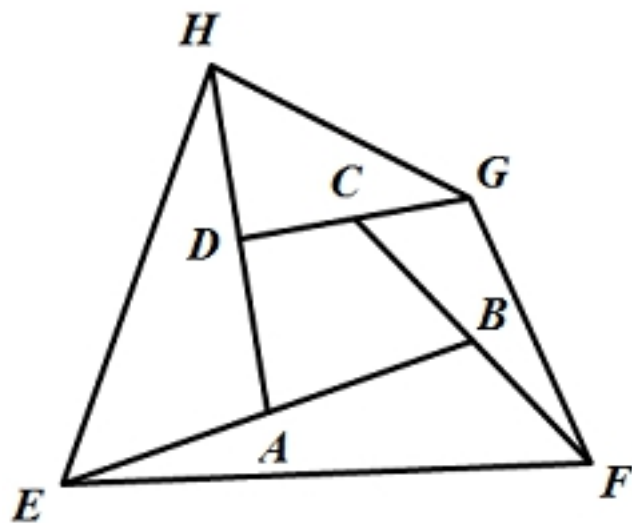
13. 三角形 ABC 中， BD 的长度是 AB 的 $\frac{1}{4}$ ， AE 的长度是 AC 的 $\frac{1}{3}$ ，三角形 AED 的面积是 8，那么三角形 ABC 的面积是多少？



【答案】 32

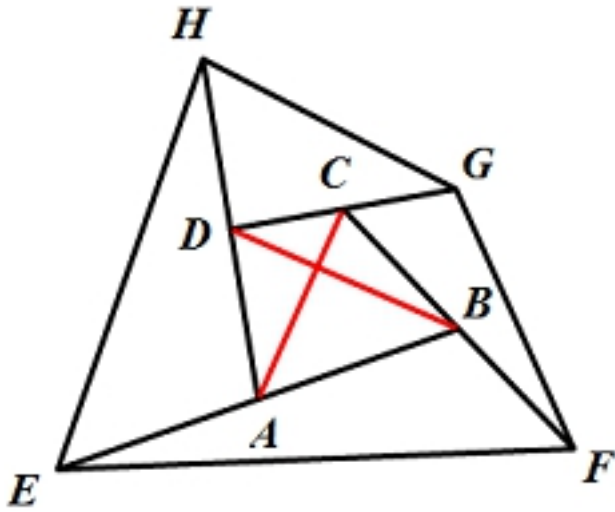
【分析】 简答： $8 \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}\right) = 32$.

14. 如图，四边形 $EFGH$ 的面积是 75 平方米， $EA = AB$ ， $CB = BF$ ， $DC = CG$ ， $HD = DA$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积。



【答案】 15 平方米.

【分析】



连接 BD ，由鸟头知：

$$\frac{S_{\triangle BCD}}{S_{\triangle FCG}} = \frac{BC \cdot DC}{FC \cdot CG} = \frac{1 \times 1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle AEH}} = \frac{AD \cdot AB}{AH \cdot AE} = \frac{1 \times 1}{2 \times 1} = \frac{1}{2}$$

所以

$$S_{\triangle FCG} + S_{\triangle AEH} = 2S_{\text{四边形 } ABCD}$$

连接 AC ，同理可得：

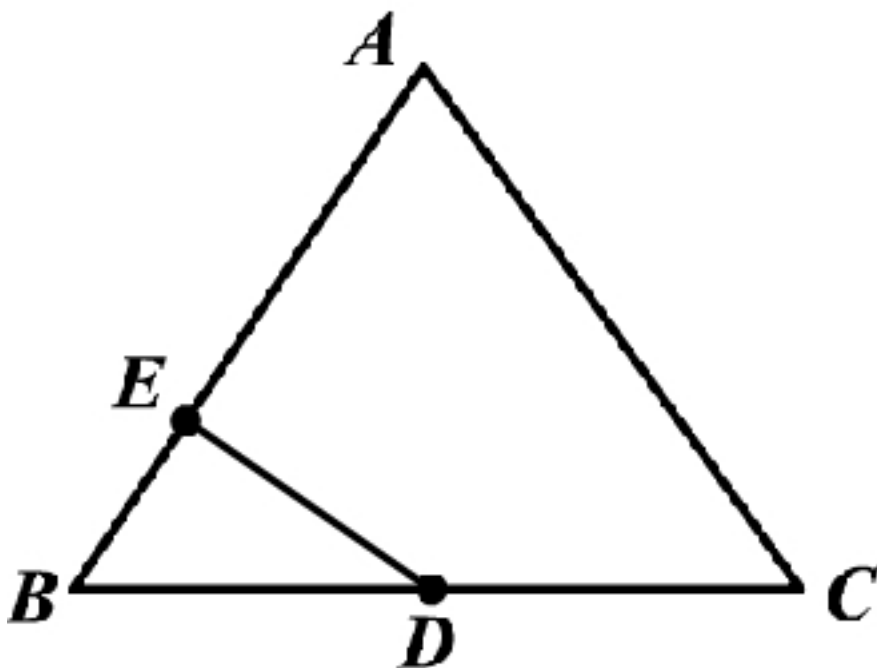
$$S_{\triangle BEF} + S_{\triangle DHG} = 2S_{\text{四边形 } ABCD}$$

$$S_{\text{四边形 } EFGH} = 5S_{\text{四边形 } ABCD}$$

又因为四边形 $EFGH$ 的面积是 75 平方米所以四边形 $ABCD$ 的面积是

$$75 \div 5 = 15(\text{平方米}).$$

15. 如图，在三角形 ABC 中， D 为 BC 的中点， E 为 AB 上的一点，且 $BE = \frac{1}{3}AB$ ，已知四边形 $ACDE$ 的面积是 35，求三角形 ABC 的面积.

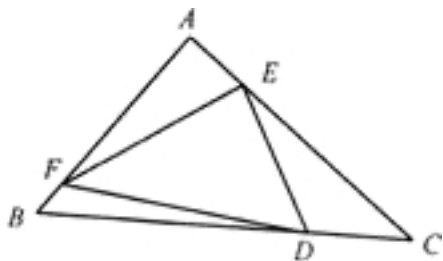


【答案】 42

$$\begin{aligned} S_{\triangle BDE}:S_{\triangle ABC} &= (BD \times BE):(BC \times BA) \\ &= (1 \times 1):(2 \times 3) \\ &= 1:6, \end{aligned}$$

则 $S_{\triangle BDE} = \frac{1}{6}S_{\triangle ABC}$, $S_{\text{四边形} ACDE} = S_{\triangle ABC} - \frac{1}{6}S_{\triangle ABC} = \frac{5}{6}S_{\triangle ABC}$,
所以: $S_{\triangle ABC} = 35 \div \frac{5}{6} = 42$.

16. 如图, 已知 $AE = \frac{1}{5}AC$, $CD = \frac{1}{4}BC$, $BF = \frac{1}{6}AB$, 那么 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}}$ 等于多少?



【答案】 $\frac{61}{120}$

【分析】 设 $S_{\triangle ABC} = 1$, 则根据 悬空 = 整体 - 空白,

$$S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} - S_{\triangle BDF} - S_{\triangle DEC}$$

现在分别去求 $S_{\triangle AEF}$ 、 $S_{\triangle BDF}$ 、 $S_{\triangle DEC}$ ，由鸟头定理知道：

$$S_{\triangle AEF} = \left(\frac{AF}{AB} \times \frac{AE}{AC}\right) S_{\triangle ABC} = \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{5}\right) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$$

同理：

$$S_{\triangle BDF} = \left(\frac{BF}{AB} \times \frac{BD}{BC}\right) S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{8} S_{\triangle ABC}$$

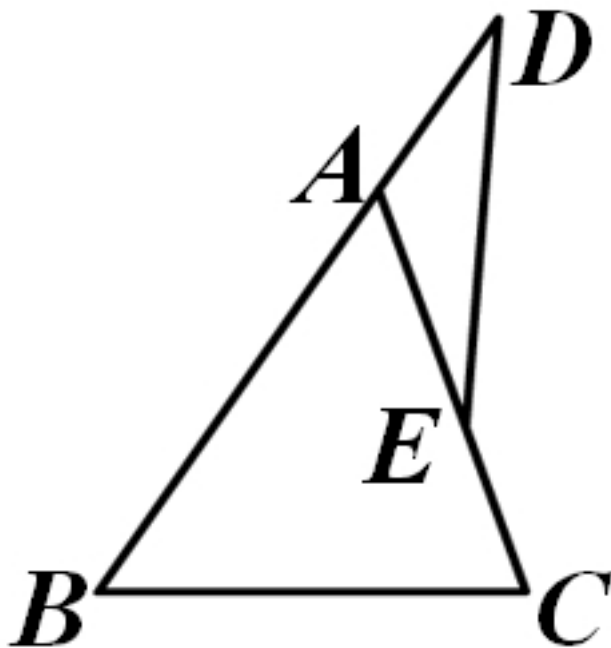
$$S_{\triangle DEC} = \left(\frac{EC}{AC} \times \frac{DC}{BC}\right) S_{\triangle ABC} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{5} S_{\triangle ABC}$$

所以：

$$S_{\triangle DEF} = \left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{5}\right) S_{\triangle ABC} = \frac{61}{120} S_{\triangle ABC},$$

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{61}{120}.$$

17. 如图在 $\triangle ABC$ 中， D 在 BA 的延长线上， E 在 AC 上，且 $AB:AD=5:2$ ， $AE:EC=3:2$ ， $S_{\triangle ADE}=12$ 平方厘米，求 $\triangle ABC$ 的面积。



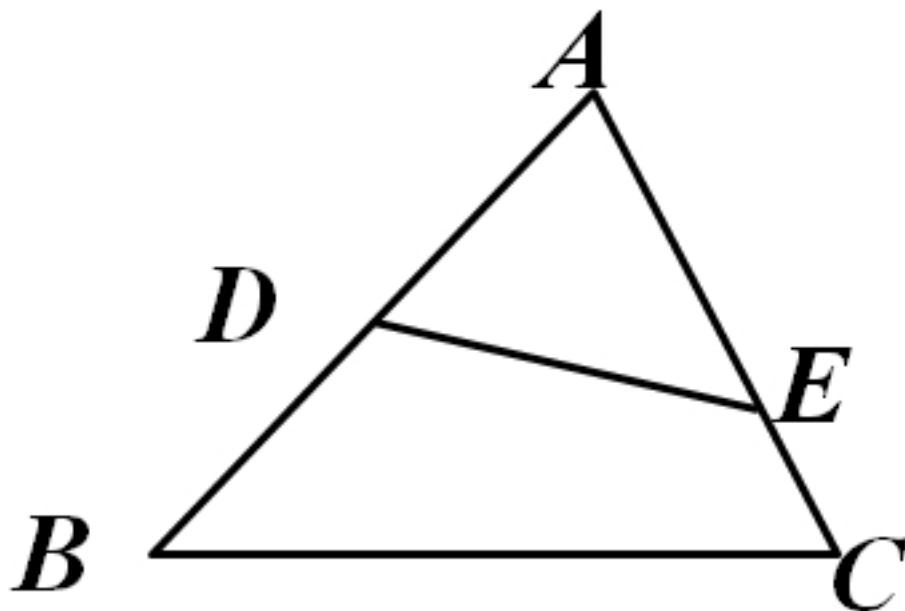
【答案】 50 平方厘米

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} &= (AD \times AE):(AB \times AC) \\
 \text{【分析】} &= (3 \times 2):(5 \times 5) \\
 &= 6:25,
 \end{aligned}$$

因为 $S_{\triangle ADE} = 12$ (平方厘米),

所以 $S_{\triangle ABC} = 12 \div 6 \times 25 = 50$ (平方厘米).

18. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AD:AB=2:3$, $AE:AC=4:5$, 求: $\triangle AED$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的几分之几?

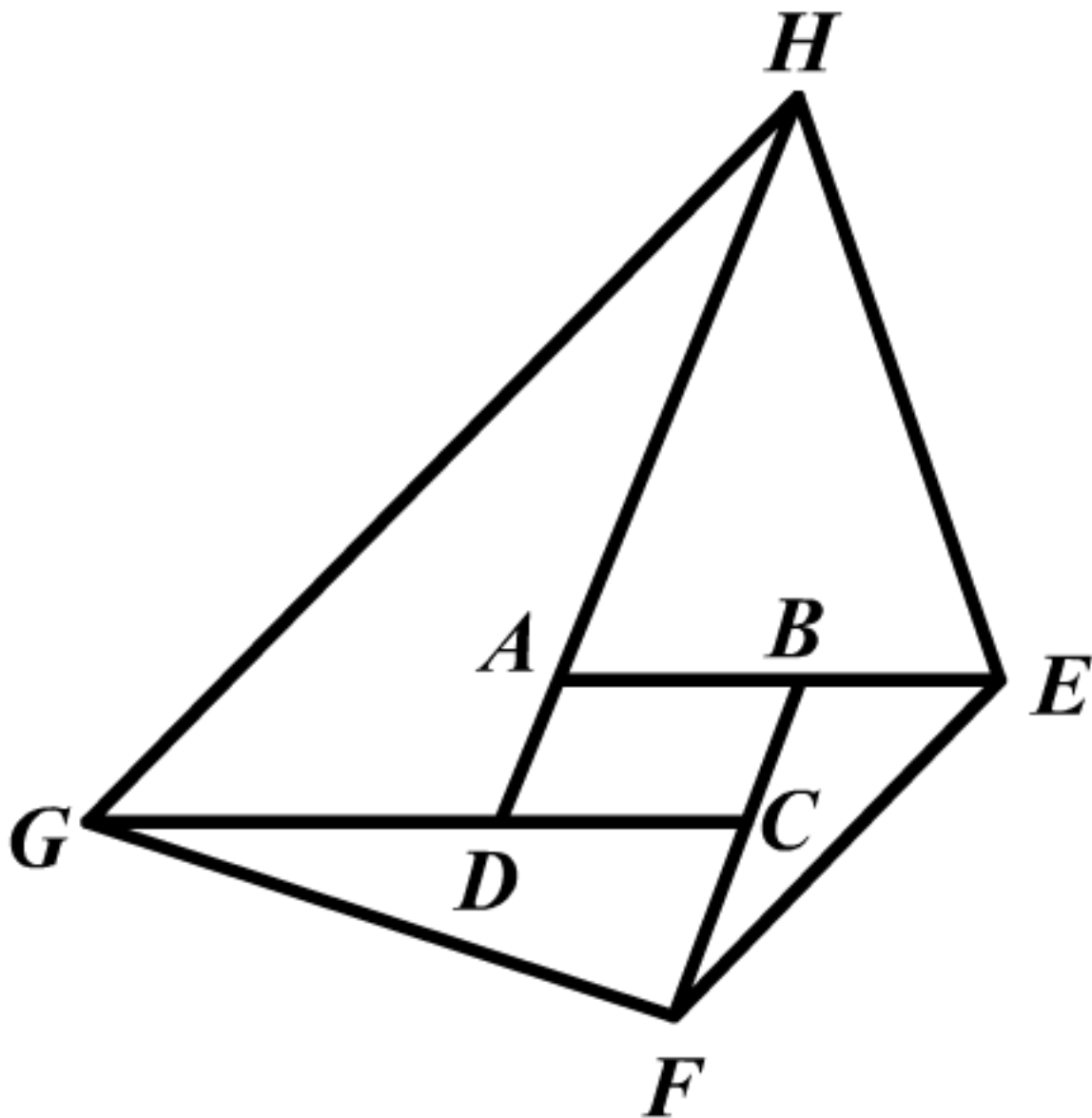


【答案】 $\frac{8}{15}$

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} &= (AD \times AE):(AB \times AC) \\
 \text{【分析】} &= (2 \times 4):(3 \times 5) \\
 &= 8:15,
 \end{aligned}$$

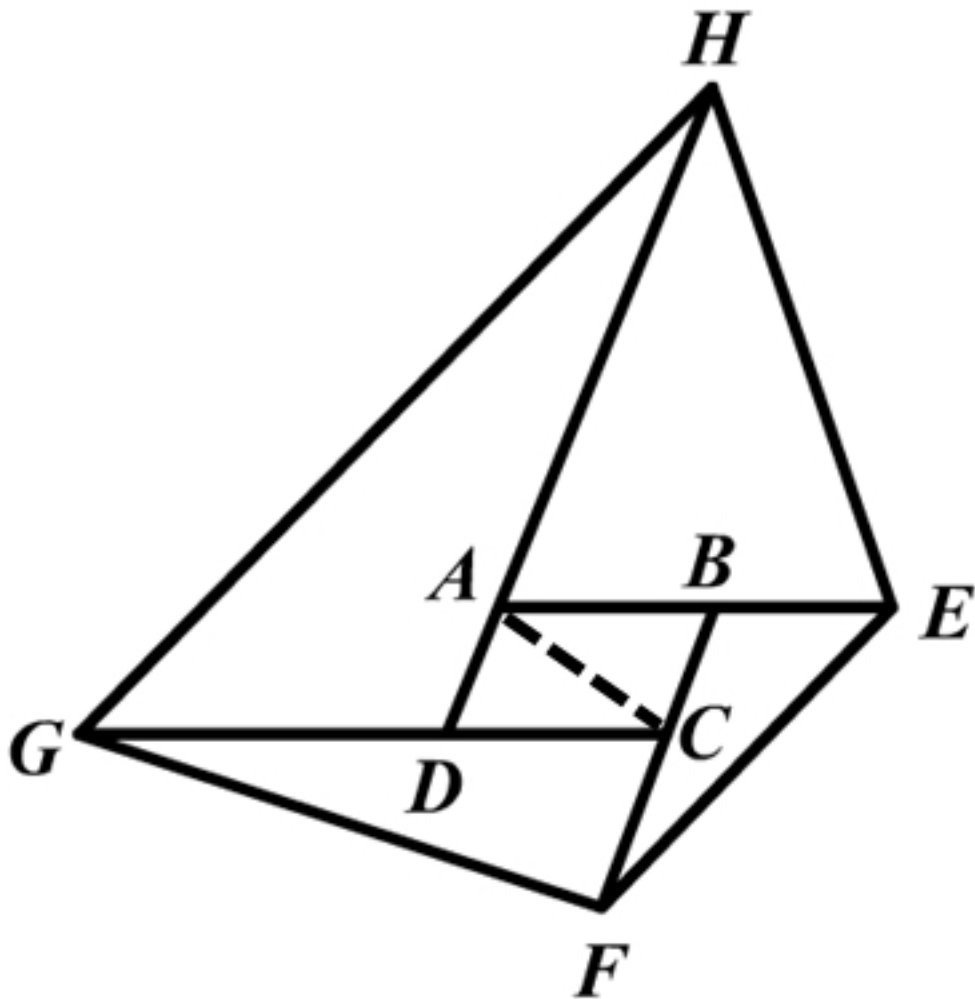
所以 $\triangle AED$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{8}{15}$.

19. 如图, 平行四边形 $ABCD$, $BE=AB$, $CF=2CB$, $GD=3DC$, $HA=4AD$, 平行四边形 $ABCD$ 的面积是 2, 求平行四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 的面积比.



【答案】 1:18

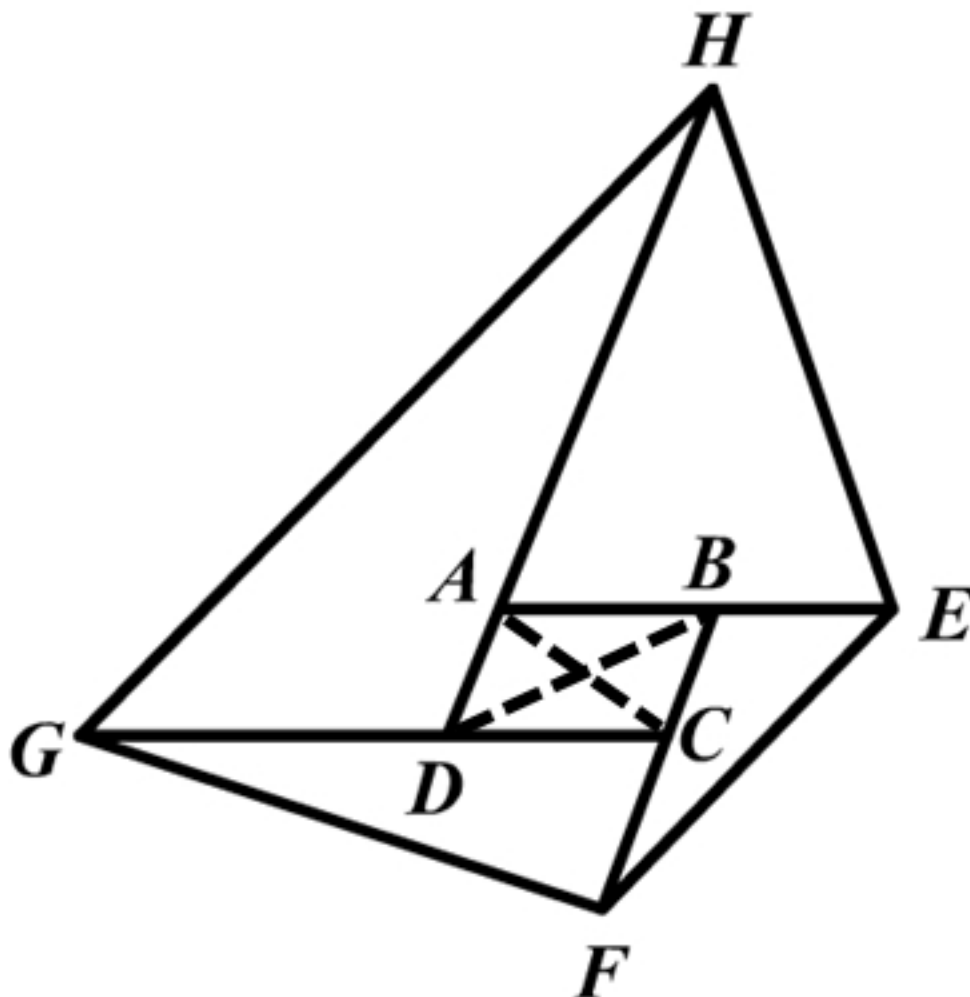
【分析】 连接 AC ，根据共角定理：



$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FBE}} = \frac{BA \times BC}{BE \times BF} = \frac{1 \times 1}{1 \times 3} = \frac{1}{3},$$

又因为 $S_{\triangle ABC} = 1$, 所以, $S_{\triangle FBE} = 3$,

同理可得: $S_{\triangle GCF} = 8$, 连接 BD , $S_{\triangle DHG} = 15, S_{\triangle AEH} = 8$.

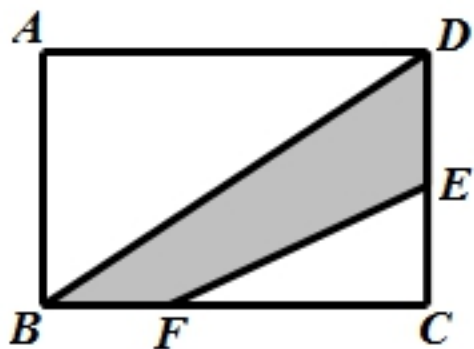


所以

$$\begin{aligned}
 S_{EFGH} &= S_{\triangle AEH} + S_{\triangle CFG} + S_{\triangle DHG} + S_{\triangle BEF} \\
 &= 8 + 8 + 15 + 3 + 2 \\
 &= 36,
 \end{aligned}$$

$$S_{ABCD}:S_{EFGH} = 2:36 = 1:18.$$

20. 如图所示，在长方形 $ABCD$ 中， $DE = CE$ ， $CF = 2BF$ ，如果长方形 $ABCD$ 的面积为 18，那么 阴影部分的面积是多少？



【答案】 6

【分析】 简答：由于长方形 $ABCD$ 的面积为 18，可知三角形 BCD 的面积为 9，三角形 CEF 的面积为三角形 BCD 的面积

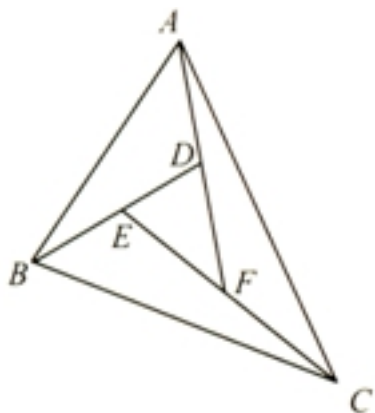
$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3},$$

那么阴影部分的面积是

$$9 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = 6.$$

21. 如图，把三角形 DEF 的各边向外延长 1 倍后得到三角形 ABC ，三角形 ABC 的面积为

1. 三角形 DEF 的面积是多少？



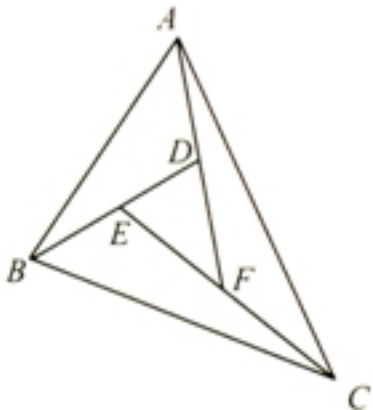
【答案】 $\frac{1}{7}$

【分析】 令三角形 DEF 为 1 份，则根据共角模型，有：

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{EF \times DF}{CF \times FA} = \frac{1}{2}.$$

所以三角形 AFC 的面积为 2 份，同理，三角形 ABD 的面积为 2 份，三角形 BEF 的面积为 2 份。则三角形 ABC 的面积为 7 份，对应面积为 1，所以 $S_{\text{三角形 } DEF} = \frac{1}{7}$ 。

22. 如图，把三角形 DEF 的各边向外延长 2 倍后得到三角形 ABC ，三角形 ABC 的面积为 1。三角形 DEF 的面积是多少？



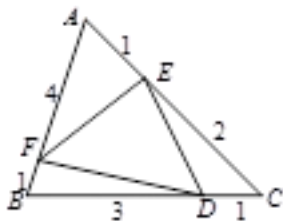
【答案】 $\frac{1}{19}$

【分析】 令三角形 DEF 为 1 份，则根据共角模型，有：

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{EF \times DF}{CF \times FA} = \frac{1}{6}.$$

所以三角形 AFC 的面积为 6 份，同理，三角形 ABD 的面积为 6 份，三角形 BEF 的面积为 6 份。则三角形 ABC 的面积为 $1 + 6 + 6 + 6 = 19$ 份，对应面积为 1，所以 $S_{\text{三角形 } DEF} = \frac{1}{19}$ 。

23. 如图，已知 $AE = \frac{1}{3}AC$ ， $CD = \frac{1}{4}BC$ ， $BF = \frac{1}{5}AB$ ，试求 $\frac{\text{三角形 } DEF \text{ 的面积}}{\text{三角形 } ABC \text{ 的面积}}$ 的值？



【答案】 $\frac{5}{12}$

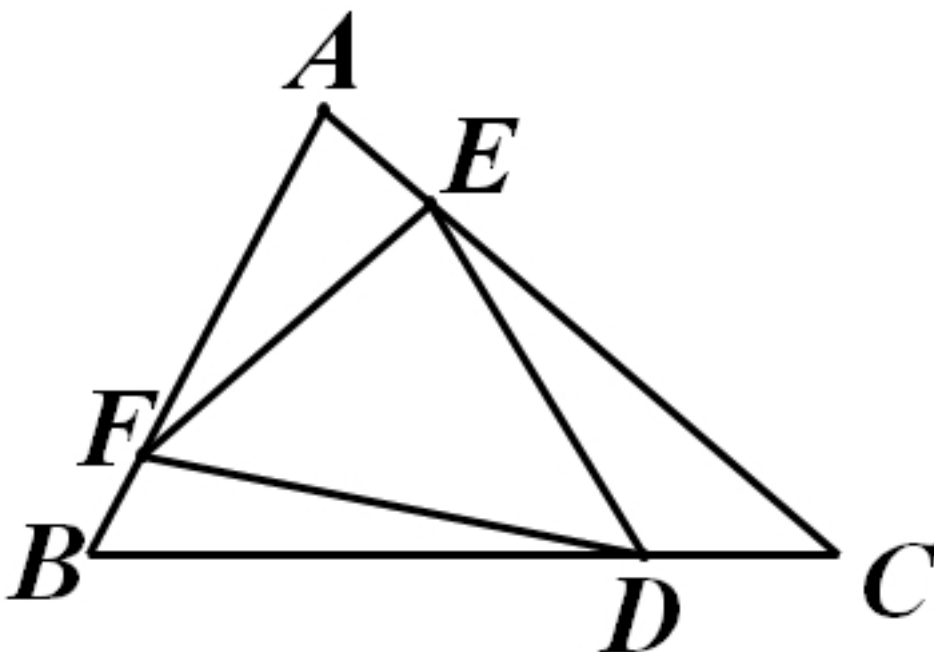
【分析】 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE \times AF}{AC \times AB} = \frac{1 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{15},$

$$\frac{S_{\triangle BDF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD \times BF}{BC \times BA} = \frac{1 \times 3}{5 \times 4} = \frac{3}{20}, \quad \frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{CD \times CE}{CB \times CA} = \frac{1 \times 2}{4 \times 3} = \frac{1}{6},$$

所以

$$\begin{aligned} \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} - S_{\triangle BDF} - S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} \\ &= 1 - \frac{4}{15} - \frac{3}{20} - \frac{1}{6} \\ &= \frac{5}{12}. \end{aligned}$$

24. 已知, $AC:AE=5:1$, $BC:CD=4:1$, $BA:BF=6:1$, 那么, $\triangle DEF$ 的面积是 $\triangle ABC$ 的几分之几?



【答案】 $\frac{61}{120}$

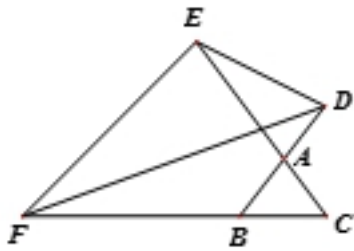
【分析】 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AE \times AF}{AC \times AB} = \frac{1 \times 5}{5 \times 6} = \frac{1}{6},$

$$\frac{S_{\triangle BDF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{BD \times BF}{BC \times BA} = \frac{3 \times 1}{4 \times 6} = \frac{1}{8},$$

$$\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{CD \times CE}{CB \times CA} = \frac{1 \times 4}{4 \times 5} = \frac{1}{5},$$

$$\begin{aligned} \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AEF} - S_{\triangle BDF} - S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}} \\ &= 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} - \frac{1}{5} \\ &= \frac{61}{120}. \end{aligned}$$

25. 如图，三角形 ABC 面积为 1，延长 BA 至 D ，使得 $DA = AB$ ；延长 CA 至 E ，使得 $EA = 2AC$ ；延长 CB 至 F ，使得 $FB = 3BC$ ，求三角形 DEF 的面积？



【答案】 7

【分析】

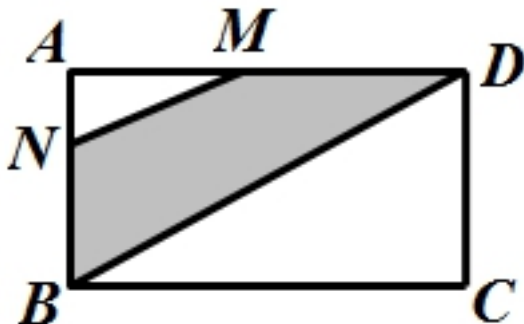
$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD \times AE}{AB \times AC} = 2,$$

$$\frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{CE \times CF}{CA \times CB} = 3 \times 4 = 12,$$

$$\frac{S_{\triangle DBF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{DB \times BF}{BA \times CB} = 2 \times 3 = 6,$$

$$\begin{aligned} S_{\triangle DEF} &= S_{\triangle ADE} + S_{\triangle CEF} - S_{\triangle DBF} - S_{\triangle ABC} \\ &= 2 + 12 - 6 - 1 \\ &= 7. \end{aligned}$$

26. 如图，长方形 $ABCD$ 的面积是 1， M 是 AD 边的中点， N 在 AB 边上，且 $2AN = BN$ 。那么，阴影部分的面积是多少？



【答案】 $\frac{5}{12}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/398114121120007036>