六年级沪教版数学下册期中考点大串讲

串讲02 一次方程（组）和一次不等式（组）

目录

考点透视

一、方程的有关概念

1. 方程：含有未知数的等式叫做方程.

2. 一元一次方程的概念：只含有__一__个未知数，未知数的次数都是__1__，等号两边都是__整式__，这样的方程叫做一元一次方程.

3. 方程的解：使方程左右两边的值相等的未知数的值叫做方程的解.

4. 解方程：求方程解的过程叫做解方程.

二、等式的性质

1. 等式的性质1：等式两边加 (或减) 同一个数 (或式子)，结果仍相等．如果 $a=b$，那么 $a\pm$____c____$=b\pm c$.

2. 等式的性质2：等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等．如果 $a=b$，那么 $ac=$____bc____；如果 $a=b$ ($c\neq0$)，那么 $\frac{a}{c}=$____$\frac{b}{c}$____.

三、一元一次方程的解法

解一元一次方程的一般步骤：

(1) 去分母：方程两边都乘各分母的最小公倍数，别漏乘.

(2) 去括号：注意括号前的系数与符号.

(3) 移项：把含有未知数的项移到方程的左边，常数项移到方程右边，移项注意要改变符号.

(4) 合并同类项：把方程化成 $ax = b$ $(a\neq0)$的形式.

(5) 系数化为1：方程两边同除以 x 的系数，得 $x=m$ 的形式.

四、实际问题与一元一次方程

1. 列方程解决实际问题的一般步骤：

审：审清题意，分清题中的已知量、未知量.

设：设未知数，设其中某个未知量为x.

列：根据题意寻找等量关系列方程.

解：解方程.

验：检验方程的解是否符合题意.

答：写出答案 (包括单位).

审题是基础，找等量关系是关键.

2. 常见的几种方程类型及等量关系：

(1) 行程问题中基本量之间关系：

路程＝速度×时间.

① 相遇问题：

全路程＝甲走的路程＋乙走的路程；

② 追及问题：

甲为快者，被追路程＝甲走路程－乙走路程；

③ 流水行船问题：

$v_{顺}=v_{静}+v_{水}$，$v_{逆}=v_{静}-v_{水}$.

(2) 工程问题中基本量之间的关系：

① 工作量＝工作效率×工作时间；

② 合作的工作效率＝工作效率之和；

③ 工作总量＝各部分工作量之和＝合作的工作效率×工作时间；

④ 在没有具体数值的情况下，通常把工作总量看做1.

(3) 销售问题中基本量之间的关系：

① 商品利润＝商品售价－商品进价；

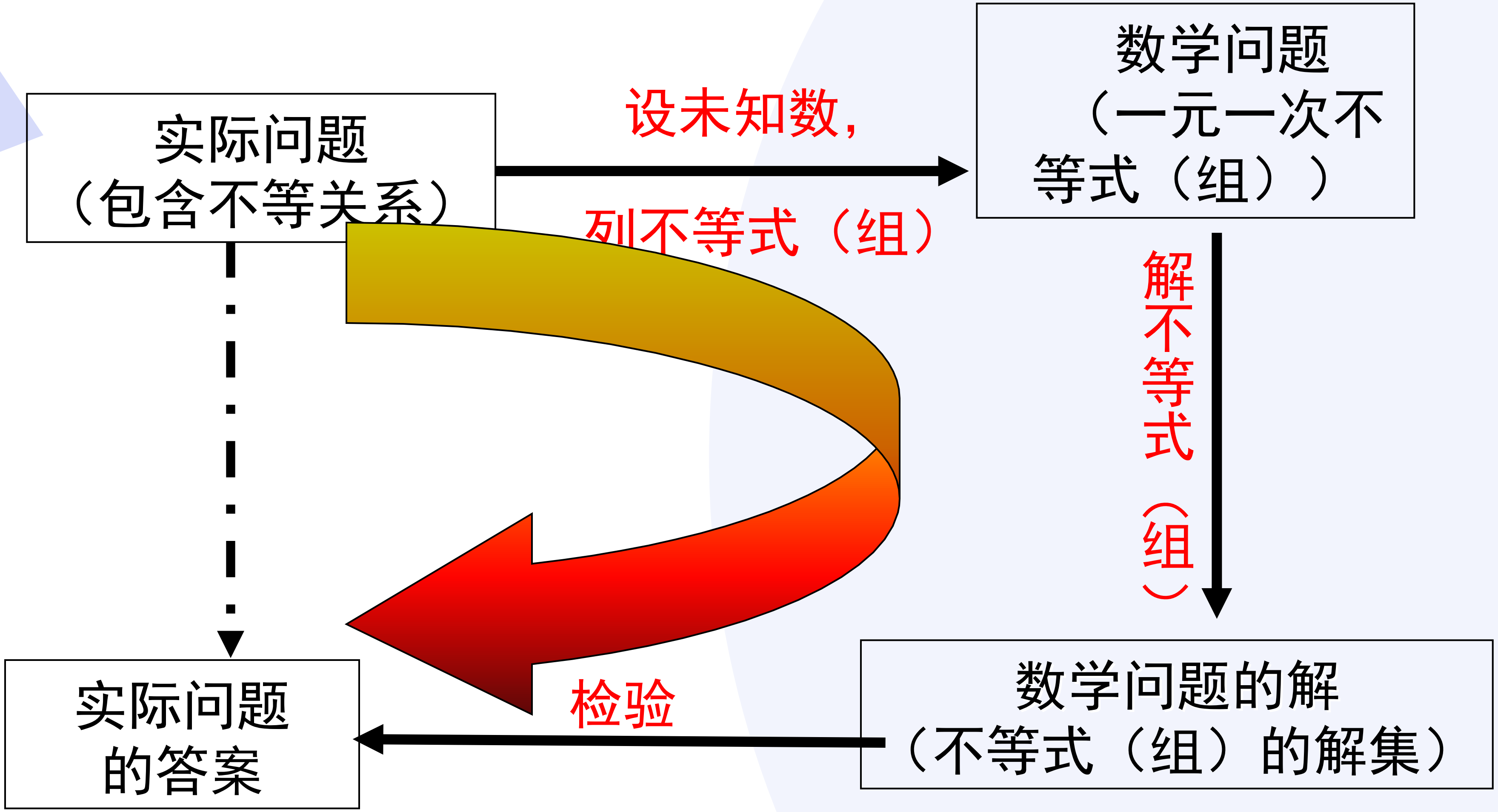
② 利润率＝$\frac{\text{商品利润}}{\text{商品进价}}\times 100\%$；

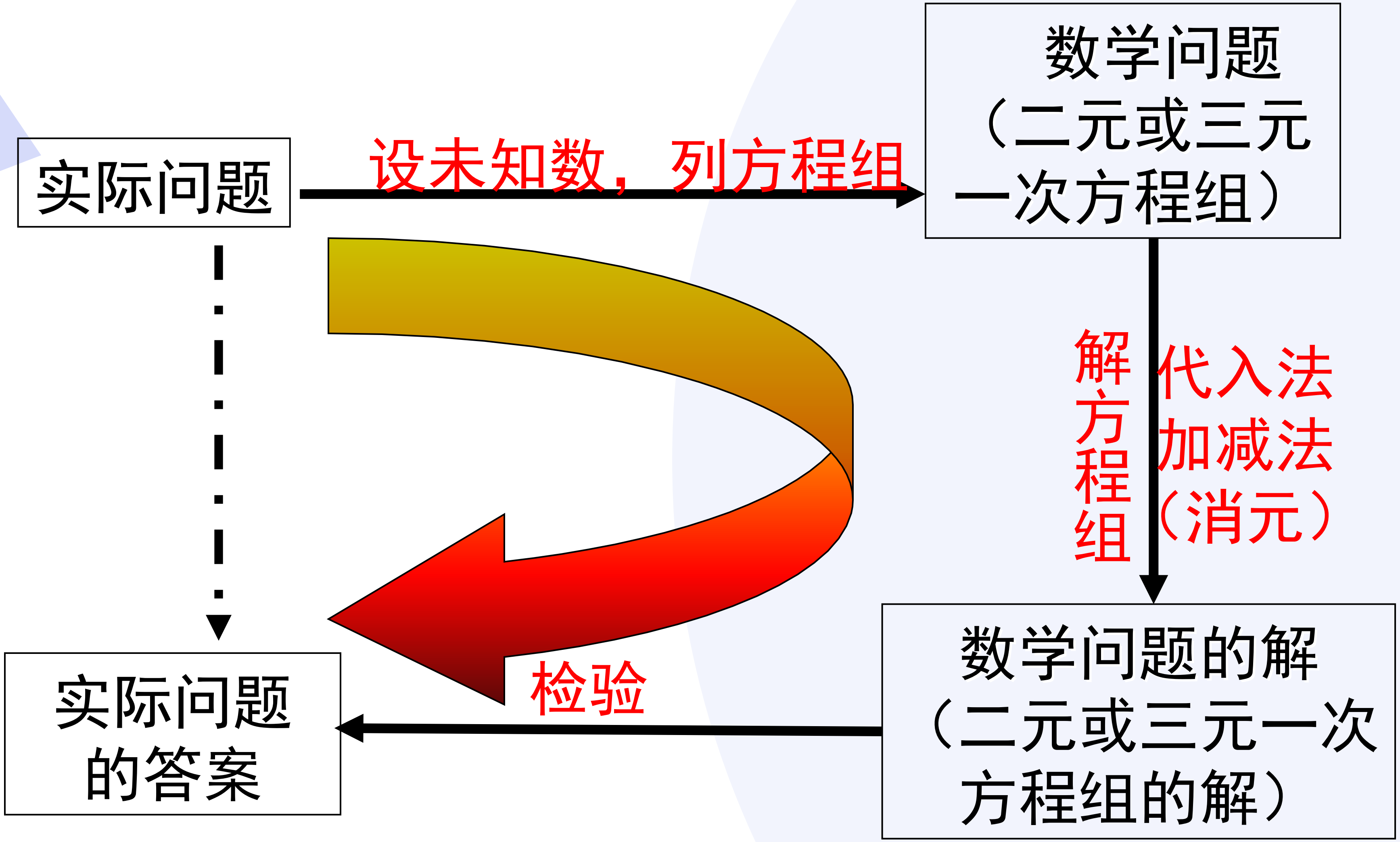
③ 商品售价＝标价×$\frac{\text{折扣数}}{10}$；

④ 商品售价＝商品进价+商品利润

＝商品进价+商品进价×利润率

＝商品进价×(1+利润率).


实际问题
（包含不等关系）
设未知数，
列不等式（组）
数学问题
（一元一次不等式（组））
解不等式（组）
数学问题的解
（不等式（组）的解集）
检验
实际问题的答案


实际问题
设未知数，列方程组
数学问题（二元或三元一次方程组）
解方程组
代入法
加减法
（消元）
数学问题的解（二元或三元一次方程组的解）
检验
实际问题的答案

典例剖析

类型一：一元一次方程

一元一次方程必须满足的条件：(1)是整式方程；(2)只含有一个未知数(一元)；(3)未知数的次数都是1(一次)，三者缺一不可．二元一次方程满足的条件：①是整式方程；②方程组中有两个未知数；③未知项的次数是1.

【例1】下列各式是一元一次方程的有__1__个．

(1)$\frac{3}{4}x=\frac{1}{2}$；(2)$3x-2$；(3)$\frac{1}{7}y-\frac{1}{5}=\frac{2}{3}x-1$；(4)$1-7y^2=2y$；(5)$x-1=\frac{2}{x}$.

【思路分析】(1)是，因为含有一个未知数，并且未知数的次数是1；(2)不是，因为$3x-2$不是等式；(3)不是，因为它含有两个未知数x、y；(4)不是，因为它的未知数的最高次数为2，不是1；(5)不是，因为$\frac{2}{x}$的分母中含有未知数不是整式．

【方法归纳】首先应将原方程化简，整理，然后再判断是否满足下列条件：①未知数只有一个；②未知数的指数是1；③未知数不能在分母里，并符合整式方程的要求．

类型二：根据一元一次方程的概念求字母的值.

【例 2】若$(m+2)x^{|m|-1}=4$是关于x的一元一次方程，求m的值.

【思路分析】由一元一次方程的概念可知，未知数的次数为 1，未知数的系数不为 0，由此列出关于m的方程求解即可.

【规范解答】由一元一次方程的概念可得$m+2\neq 0$且$|m|-1=1$，所以$m\neq -2$且$m=\pm 2$，所以$m=2$，即m的值为 2.

【方法归纳】在利用一元一次方程的定义确定字母的值时，如果只根据未知数的次数为 1，求出字母的值，结果不一定正确，因为求出的字母的值可能会使未知数的系数为 0，此时即使未知数的次数为 1，也不是一元一次方程.

类型三：通过方程的解，确定字母的值.

【例 3】已知 $x=-1$ 是关于 x 的方程 $3n-5nx=3-n$ 的解，求 n 的值.

【思路分析】将 x 的值代入原方程中，再解方程求出字母的值.

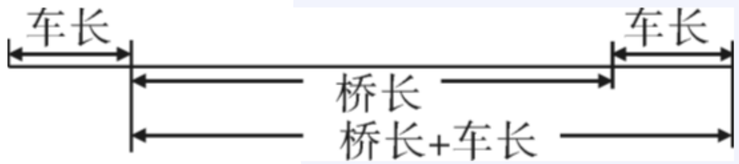
【规范解答】将 $x=-1$ 代入原方程中得 $3n+5n=3-n$，移项，得 $3n+5n+n=3$，合并同类项，得 $9n=3$，系数化为 1，得 $n=\frac{1}{3}$.

【方法归纳】把方程的解代入方程，将原方程转化为只含有一个未知数的方程，再求解.

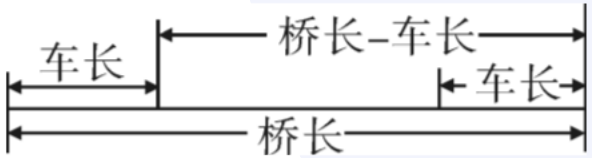
类型四：方程的应用.

【例 4】一座铁路桥长 1200m，现有一列火车从桥上通过，测得火车从上桥到完全通过桥共用时 50s，整列火车在桥上的时间为 30s，求火车的长度和速度.

【思路分析】火车“完全过桥”是指从火车头上桥到火车尾离桥，如图.



而“火车完全在桥上”是指火车尾上桥到火车头离桥，如图.



【规范解答】设火车的长度为 xm.依题意有 $\frac{1200+x}{50}=\frac{1200-x}{30}$.解得 $x=300$.

则 $\frac{1200+x}{50}=\frac{1200+300}{50}=30$(m/s). 故火车长为 300m，火车的速度为 30m/s.

【方法归纳】“图示法”解决行程问题方便：行程问题一般比较复杂，不易寻找等量关系，因此我们在解决行程问题时画出示意图，根据图示找出等量关系，本题通过设火车的长度为未知数，根据图示可知火车的速度可以用两个不同的式子表示，令两个式子相等可列出方程，再求解方程即可.

类型五：不等式的性质

【例 5】已知 $a<b$，下列四个不等式中不正确的是(B)

A．$4a<4b$　　B．$-4a<-4b$

C．$a+4<b+4$　　D．$a-4<b-4$

【思路分析】 若 $a<b$，由性质 1，在不等式的两边都加上 4，不等号的方向不改变，得 $a+4<b+4$，在不等式的两边都减去 4，不等号的方向不改变，得 $a-4<b-4$，故 C、D 选项都正确；由性质 2，在不等式的两边都乘以 4，不等号的方向不改变，得 $4a<4b$，故 A 选项也正确；由性质 3，在不等式的两边都乘以-4，不等号的方向改变，得$-4a>-4b$.故选项 B 不正确.

类型六：一元一次不等式及其解集

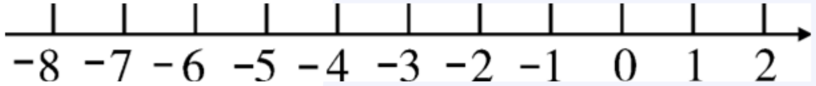
【例 6】阅读理解：我们把$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$称作二阶行列式，规定它的运算法则为$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$.如$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}=1\times4-2\times3=-2$.如果有$\begin{vmatrix} 2 & 3-x \\ 1 & x \end{vmatrix}>0$，求 x 的取值范围.

【思路分析】 首先要看懂题目所给的运算法则，再根据法则得到 $2x-(3-x)>0$，然后去括号、移项、合并同类项，再把 x 的系数化为 1 即可.

【规范解答】 由题意，得 $2x-(3-x)>0$.去括号，得 $2x-3+x>0$.移项，合并同类项，得 $3x>3$.系数化为 1，得 $x>1$.

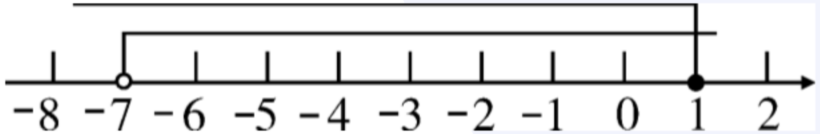
类型七：不等式组及其解集

【例 7】(黔东南中考)解不等式组 $\begin{cases} x-3(x-2)\geq 4 \\ \dfrac{2x-1}{5}<\dfrac{x+1}{2} \end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.



【思路分析】 先解不等式组中的一个不等式，再根据大大取较大，小小取较小，大小小大取中间，大大小小无解，把它们的解集用一条不等式表示出来.

【规范解答】 由①得：$-2x\geq -2$，即 $x\leq 1$，由②得：$4x-2<5x+5$，即 $x>-7$，所以 $-7<x\leq 1$.在数轴上表示为：



类型八：不等式的应用

【例8】(怀化中考)为加强中小学生安全教育，某校组织了“防溺水”知识竞赛，对表现优异的班级进行奖励，学校购买了若干副乒乓球拍和羽毛球拍，购买2副乒乓球拍和1副羽毛球拍共需116元；购买3副乒乓球拍和2副羽毛球拍共需204元.

(1)求购买1副乒乓球拍和1副羽毛球拍各需多少元；

(2)若学校购买乒乓球拍和羽毛球拍共30副，且支出不超过1480元，则最多能够购买多少副羽毛球拍？

【思路分析】(1)设购买一副乒乓球拍 x 元，一副羽毛球拍 y 元，由购买2副乒乓球拍和1副羽毛球拍共需116元，购买3副乒乓球拍和2副羽毛球拍共需204元，可得出方程组，解出即可；

(2)设可购买 a 副羽毛球拍，则购买乒乓球拍 $(30-a)$ 副，根据购买球拍的总费用不超过1480元建立不等式，求出其解即可.

【规范解答】 (1)设购买一副乒乓球拍 x 元，一副羽毛球拍 y 元，由题意，

得$\begin{cases}2x+y=116\\3x+2y=204\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=28\\y=60\end{cases}$.

答：购买一副乒乓球拍 28 元，一副羽毛球拍 60 元；

(2)设可购买 a 副羽毛球拍，则购买乒乓球拍$(30-a)$副，由题意，得 $60a+28(30-a)\leqslant 1480$.解得 $a\leqslant 20$.

答：这所中学最多可购买 20 副羽毛球拍.

类型九：二元一次方程组及其解

【例 9】已知$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$是方程组$\begin{cases}ax+by=5\\bx+ay=1\end{cases}$的解，则 $a+b$ 的值是(B)

A．-1

B．2

C．3

D．4

【思路分析】 此题考查了二元一次方程组的解，方程组的解即为能使方程组中两方程都成立的未知数的值.

【规范解答】 B．把$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$代入方程组，得$\begin{cases}2a+b=5 & ①\\2b+a=1 & ②\end{cases}$，①+②，得 $3a+3b=6$.等式两边都除以 3，得 $a+b=2$.故选 B.

类型十：列方程组解应用题

【例 10】为满足市民对优质教育的需求，某中学决定改变办学条件，计划拆除一部分旧校舍，建造新校舍．拆除旧校舍每平方米需 80 元，建造新校舍每平方米需 700 元，该校计划在一年内拆除旧校舍与建造新校舍共 $7200m^2$，在实施中为扩大绿化面积，新建校舍只完成了计划的 80%，拆除校舍则超过了计划的 10%，结果恰好完成了原计划的拆、建的总面积．

(1)求原计划拆、建面积各是多少平方米？

(2)若绿化 $1m^2$ 需 200 元，那么在实际完成的拆、建工程中节余的资金大约可绿化多少平方米？

【思路分析】 根据原计划与实际实施中"拆除旧校舍面积＋建造新校舍面积＝拆、建总面积"的关系，可以建立二元一次方程组.

【规范解答】 (1)设原计划拆、建面积分别是 xm^2、ym^2，根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=7200 \\ (1+10\%)x+80\%y=7200 \end{cases}$$，解得$\begin{cases} x=4800 \\ y=2400 \end{cases}$.所以，原计划拆除旧校舍 $4800m^2$，新建校舍 $2400m^2$；

(2)原计划所需费用为 $4800\times80+2400\times700=2064000$(元)，实际施工的费用为$(1+10\%)\times4800\times80+2400\times80\%\times700=1766400$(元). 所以节约资金：$2064000-1766400=297600$(元)，可以用来实施绿化 $2976000\div200=1488(m^2)$.

类型十一:三元一次方程组

【例 11】解方程组$\begin{cases}2x+4y+3z=9 & ①\\3x-2y+5z=11 & ②\\5x-6y+7z=13 & ③\end{cases}$.

【思路分析】 观察方程组中的三个方程，发现未知数 y 的系数部分成倍数关系，因此可考虑先消去 y.

【规范解答】 ①+②×2，得 $8x+13z=31$④，②×3−③，得 $4x+8z=20$，即 $x+2z=5$⑤，由④⑤组成方程组，得$\begin{cases}8x+13z=31\\x+2z=5\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=-1\\z=3\end{cases}$.

把 $x=-1$，$z=3$ 代入②，得 $y=0.5$.所以原方程组的解为$\begin{cases}x=-1\\y=0.5\\z=3\end{cases}$.

技巧总结

技巧1：巧求不等式(组)中参数的取值(范围)

强化角度1　根据不等式(组)的解集确定取值范围

1．已知一元一次不等式组$\begin{cases}x<a\\x<b\end{cases}$ $(a\neq b)$的解集为$x<a$，则(　B　)

A．$a>b$　　B．$a<b$

C．$a>b>0$　　D．$a<b<0$

2．若不等式组$\begin{cases}x-b<0\\x+a>0\end{cases}$的解集为$2<x<3$，则$a$、$b$的值分别为(　A　)

A．$-2,3$　　B．$2，-3$

C．$3，-2$　　D．$-3,2$

3．若关于x的一元一次不等式组$\begin{cases}x-a>0\\1-2x>x-2\end{cases}$无解，则$a$的取值范围是(A)

A．$a\geq1$　　B．$a>1$

C．$a\leq-1$　　D．$a<-1$

4．如果关于x的不等式$(a-1)x<a+5$和$2x<4$的解集相同，则a的值为__7__．

5．若不等式组$\begin{cases}x>a\\3x+2<4x-1\end{cases}$的解集是$x>3$，则$a$的取值范围是__$a\leq3$__．

6．关于x的不等式组$\begin{cases}\dfrac{2x-1}{3}>x-1\\ \dfrac{1}{2}x-3k<0\end{cases}$的解集为$x<2$，求$k$的取值范围．

解：$\begin{cases}\dfrac{2x-1}{3}>x-1 & ①\\ \dfrac{1}{2}x-3k<0 & ②\end{cases}$，由①得$x<2$，由②得$x<6k$.由题知$x<2$，则$6k\geq2$，$k\geq\dfrac{1}{3}$.

强化角度2　根据不等式(组)的特殊解确定取值范围

7．不等式组$\begin{cases}x>a\\x<3\end{cases}$的整数解有三个，则$a$的取值范围是(A　)

A．$-1\leqslant a<0$　　　　B．$-1<a\leqslant 0$

C．$-1\leqslant a\leqslant 0$　　　　D．$-1<a<0$

8．(荆门中考)已知关于x的不等式$3x-m+1>0$的最小整数解为2，则实数m的取值范围是(A　)

A．$4\leqslant m<7$　　　　B．$4<m<7$

C．$4\leqslant m\leqslant 7$　　　　D．$4<m\leqslant 7$

9．如果不等式$3x-m\leqslant 0$的正整数解是1、2、3，那么m的范围是$\underline{9\leq m<12}$.

10．若不等式$x<a$只有4个正整数解，则a的取值范围是__$4<a\leq5$__．

11．若关于x的不等式组$\begin{cases}x-a\geqslant0\\x-2<0\end{cases}$的整数解有4个，则$a$的取值范围是

__$-3<a\leq-2$__．

12．试确定a的取值范围，使不等式组：$\begin{cases}\dfrac{x}{2}+\dfrac{x+1}{3}>0\\x+\dfrac{5a+4}{3}>\dfrac{4}{3}(x+1)+a\end{cases}$恰有两个整数解．

解：解原不等式组得$-\dfrac{2}{5}<x<2a$.∵原不等式组恰好有两个整数解，∴整数解$x=0,1$，∴$1<2a\leqslant2$，∴$\dfrac{1}{2}<a\leqslant1$.

技巧2：利用不等式设计最佳方案问题

强化角度1 通过计算比较选择最佳方案

1．甲、乙两商场以同样的价格出售同样的商品，并且又各自推出不同的优惠方案：在甲商场累计购物超过200元后，超出200元的部分按90%收费；在乙商场累计购物超过100元后，超出100元的部分按95%收费．你认为当累计购物为多少元时在乙商场购物比较划算？

解：当累计购物不超过100元时，在甲乙两商场购物花费都一样；当累计购物超过100元且不超出200元时在乙商场购物比较划算；当累计购物超过200元时，设累计购物为$x(x>200)$元时，在乙商场购物比较划算．根据题意，得$100+0.95(x-100)<200+0.9(x-200)$，解得$x<300$.综上所述，当累计购物超过100元而不到300元时，在乙商场购物比较划算.

2．(广州中考)友谊商店A型号笔记本电脑的售价是a元/台．最近，该商店对A型号笔记本电脑举行促销活动，有两种优惠方案．方案一：每台按售价的九折销售；方案二：若购买不超过5台，每台按售价销售；若超过5台，超过的部分每台按售价的八折销售．某公司一次性从友谊商店购买A型号笔记本电脑x台．

(1)当$x=8$时，应选择哪种方案，该公司购买费用最少？最少费用是多少元？

(2)若该公司采用方案二购买更合算，求x的取值范围．

解：设购买A型号笔记本电脑x台时的费用为w元，(1)当$x=8$时，方案一：$w=90\%a\times 8=7.2a$，方案二：$w=5a+(8-5)a\times 80\%=7.4a$，$\therefore$当$x=8$时，应选择方案一，该公司购买费用最少，最少费用是$7.2a$元；

(2)$\because$若该公司采用方案二购买更合算，$\therefore x>5$，方案一：$w=90\%ax=0.9ax$，方案二：当$x>5$时，$w=5a+(x-5)a\times 80\%=5a+0.8ax-4a=a+0.8ax$，则$0.9ax>a+0.8ax$，$x>10$，$\therefore x$的取值范围是$x>10$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/405041214123011142