华师一附中 2024 届高三独立作业（10）

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

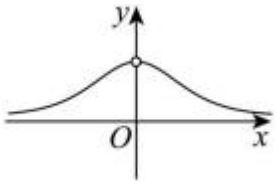
1．已知集合$M=\{a\in\mathbf{N}\mid ax^2=9,x\in\mathbf{Z}\},N=\{x\in\mathbf{Z}\mid ax^2=9,a\in\mathbf{N}\}$，则（　）

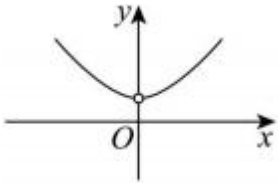
A．$M\cap N=\{1\}$　　B．$N\subseteq M$　　C．$M\cap N=\varnothing$　　D．$M\subseteq N$

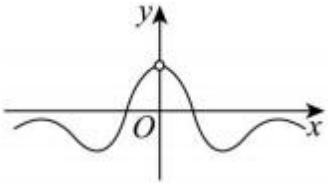
2．已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n,a_1+a_3=30,S_4=120$，则其公比$q=$（　）

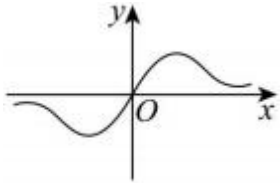
A．1　　B．2　　C．3　　D．1 或 3

3．函数$f(x)=\dfrac{3x}{e^x-e^{-x}}$的大致图象是（　）

A． 

B． 

C． 

D． 

4．已知$|\varphi|<\pi$，将$y=\sin(x+\varphi)$向左平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位长度，再将横坐标缩短为原来的$\dfrac{1}{2}$，得到函数$y=f(x)$.若对$\forall x\in\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{12}\right)$，都有$f(x)<0$成立，则实数$\varphi$的取值范围是（　）

A．$\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{3}\right]$　　B．$\left[-\dfrac{\pi}{2},0\right]$　　C．$\left[0,\dfrac{\pi}{3}\right]$　　D．$\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{3}\right]$

5．已知直线$y=ax+b$与曲线$y=\ln(ex)$相切，则$a+b$的最小值为(　)

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．1　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

6．已知定义在 **R** 上的函数$f(x)$满足$f(x+2)=f(-x),f(x+1)=-f(x-1)$，当$x\in[0,1]$时，$f(x)=-x^2+2x$，若$f(a)=f(2b)$，其中$a\in[1,2],b\in\left[2,\dfrac{5}{2}\right]$，则当$\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b-1}$取最小值时，$f(a)=$（　）

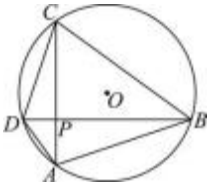
A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．$\dfrac{7}{2}$　　D．$\dfrac{8}{3}$

2　　4　　8　　9

7．设$a=10\sin 0.1, b=\cos\frac{1}{20}, c=20\sin\frac{1}{20}$，则（　）

A．$c<b<a$　B．$b<a<c$　C．$a<c<b$　D．$a<b<c$

8．“圆幂定理”是平面几何中关于圆的一个重要定理，它包含三个结论，其中一个是相交弦定理：圆内的两条相交弦，被交点分成的两条线段长的积相等，如图，已知圆 O 的半径 2，点 P 是圆 O 内的定点，且 $OP=\sqrt{2}$，弦 AC，BD 均过点 P，则下列说法错误的是（　）



A．$PA\cdot PC$ 为定值　　B．当 $AC\perp BD$ 时，$AB\cdot CD$ 为定值

C．$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$ 的取值范围是 $[-4,0]$　　D．$|\overrightarrow{AC}|\cdot|\overrightarrow{BD}|$ 的最大值为 12

二、多选题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分)

9．已知直线 $y=a$ 与曲线 $y=\dfrac{x}{e^x}$ 相交于 A，B 两点，与曲线 $y=\dfrac{\ln x}{x}$ 相交于 B，C 两点，A，B，C 的横坐标分别为 x_1，x_2，x_3，则下列结论正确的是（　）

A．$x_2=ae^{x_2}$　　B．$x_2=\ln x_1$　　C．$x_3=e^{x_2}$　　D．$x_1+x_3>2x_2$

10．下列说法正确的是（　）

A．命题 $\exists x>0,e^x<1$ 的否定为 $\forall x>0,e^x>1$　　B．在锐角 ΔABC 中，恒有 $\sin A>\cos B$ 成立

C．若 $\tan 2\theta=\dfrac{4}{3}$，则 $\tan\theta=-2$　　D．若 $x>\dfrac{1}{2}$，则 $x+\dfrac{1}{x}$ 的最小值为 2

11．已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图像过点 $M\left(0,\dfrac{A}{2}\right)$ 和 $N(\pi,0)$，$f(x)$ 的最小正周期为 T，则（　）

A．T 可能取 $\dfrac{12\pi}{7}$

B．$f(x)$ 在 $(0,4\pi)$ 上至少有 3 个零点

C．若函数 $f(x)$ 的图像在 $[0,2\pi]$ 上的最高点和最低点共有 4 个，则 $\omega=\dfrac{11}{6}$

D．直线 $x=\dfrac{8\pi}{11}$ 可能是曲线 $y=f(x)$ 的一条对称轴

三、填空题(本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

12．已知 ΔABC 中，内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，且 $c=\sqrt{10}$，$b\cos C+c\cos B=2$，若点 P 是边 BC 上一点，Q 是 AC 的中点，点 O 是 ΔABC 所在平面内一点，$\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}+3\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，则下列说法中正确的命题有_____.（填序号）

①若$\left(\overrightarrow{A}-\overrightarrow{B}+\overrightarrow{AC}\right)\cdot\overrightarrow{B}-\overrightarrow{C}=0$，则$\left|\overrightarrow{A}-\overrightarrow{B}+\overrightarrow{AC}\right|=6$；

②若$\overrightarrow{CA}$在$\overrightarrow{CB}$方向上的投影向量为$\overrightarrow{CB}$，则$\left|\overrightarrow{P}-\overrightarrow{Q}\right|$的最小值为$\frac{\sqrt{10}}{4}$；

③若点 P 为 BC 的中点，则 $2\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}=\vec{0}$；

④若 $\left(\overrightarrow{AB}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$，则 $\overrightarrow{AP}\cdot\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$ 为定值

18.

13．已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 60°，满足 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|=2$，则 $|2\vec{a}-\vec{b}|=$_____.

14．已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos\omega x-\sin\omega x(\omega>0)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上恰有三个极值点和三个零点，则 ω 的取值范围是_____.

15．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2}+(-1)^n a_n=3n-1$，且数列 $\{a_n\}$ 的前16项和为486，则 $a_1=$_____.

16．在锐角 ΔABC 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c．若 $a\sin A=b(\sin B+\sin C)$，则 $\tan A\tan B$ 的取值范围为_____.

四、解答题(本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17．已知函数 $f(x)=2\sqrt{3}\sin x\cos x+2\cos^2 x-1$（$x\in\mathbf{R}$）.

(1)求函数 $f(x)$ 的单调递减区间；

(2)若 $f(x_0)=\frac{6}{5}$，$x_0\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$，求 $\cos 2x_0$ 的值.

18．已知锐角 ΔABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，$\frac{3c}{bc\cos A}=\tan A+\tan B$．

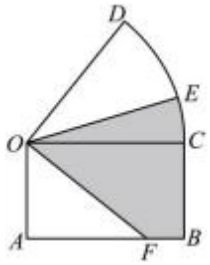
(1)求 B；　　(2)若 $c=4$，求 ΔABC 面积的取值范围.

19．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+1}=3a_n-2a_{n-1}$ $(n>2, n\in N^*)$.设$b_n=a_{n+1}-a_n$.

(1)求证：数列$\{b_n\}$是等比数列；

(2)设$c_n=\dfrac{a_{n+1}}{(1+b_n)\ (2^n+1)}$，记数列$\{c_n\}$的前 n 项和T_n，求证：$T_n<1$.

20．学校里的生物园地由矩形 $OABC$ 与扇形 OCD 组成，$OA = 2\text{m}$，$AB = 2\sqrt{3}\text{m}$，$\angle COD = \frac{\pi}{3}$，生物园地从 O 点出水喷洒灌溉，喷洒张角 $\angle EOF = \frac{\pi}{3}$，阴影部分为可灌溉范围，点 E 在弧 CD 上，点 F 在线段 AB 上，设 $\angle FOC = \theta$，可灌溉范围的面积为 S．



(1)求灌溉面积 S 关于 θ 的关系式，并求出 θ 的范围；

(2)求灌溉面积 S 取得最大值时 $\sin\theta$ 的值.

21．已知函数 $f(x) = \ln\frac{2x}{a} + \left(a - \frac{2}{a}\right)x - x^2$.(1)若 $a < 0$，$f(x)$ 的极大值为 3，求实数 a 的值；

(2)若 $\forall x \in (0,+\infty)$，$f(x) < axe^x + \left(a - \frac{2}{a} - 1\right)x - x^2$，求实数 a 的取值范围.

.（其中 $e = 2.71828\ldots$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
如要下载或阅读全文，请访问：
https://d.book118.com/405104133314011131