

邢台市重点中学 2024 年高三数学第一学期期末复习检测试题

注意事项：

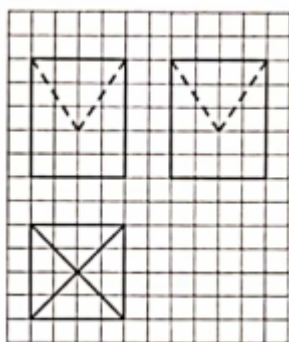
1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 一个正三角形的三个顶点都在双曲线 $x^2 + ay^2 = 1$ 的右支上，且其中一个顶点在双曲线的右顶点，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(3, +\infty)$ B. $(\sqrt{3}, +\infty)$ C. $(-\infty, -\sqrt{3})$ D. $(-\infty, -3)$

2. 如图所示，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是由一个棱柱挖去一个棱锥后的几何体的三视图，则该几何体的体积为



- A. 72 B. 64 C. 48 D. 32

3. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 ，点 $E(0, t) (t > 0)$. 已知动点 P 在双曲线 C 的右支上，且点 P, E, F_2 不共线. 若 $\triangle PEF_2$ 的周长的最小值为 $4b$ ，则双曲线 C 的离心率 e 的取值范围是 ()

- A. $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ B. $\left[1, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$ C. $[\sqrt{3}, +\infty)$ D. $(1, \sqrt{3}]$

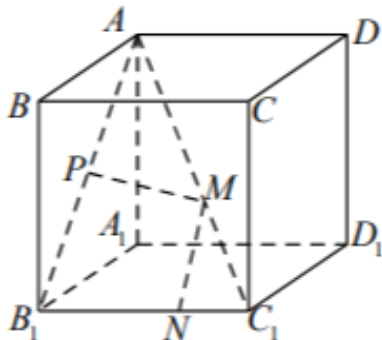
4. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (a-2)x, & x \geq 2 \\ \left(\frac{1}{2}\right)^x - 1, & x < 2 \end{cases}$ ，满足对任意的实数 $x_1 \neq x_2$ ，都有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$ 成立，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$ C. $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right)$ D. $\left(\frac{13}{8}, +\infty\right)$

5. 已知集合 $A = \{(x, y) | y = \sqrt{1-x^2}\}$ ， $B = \{(x, y) | y = 2x\}$ ，则 $A \cap B$ 中元素的个数为 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

6. 如图，棱长为1的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， P 为线段 AB_1 的中点， M, N 分别为线段 AC_1 和 棱 B_1C_1 上任意一点，则 $2PM + \sqrt{2}MN$ 的最小值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

7. 设集合 $A = \{1, 2, 6\}$, $B = \{-2, 2, 4\}$, $C = \{x \in \mathbf{R} \mid -2 < x < 6\}$, 则 $(A \cup B) \cap C =$ ()

- A. $\{2\}$ B. $\{1, 2, 4\}$
C. $\{1, 2, 4, 6\}$ D. $\{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x \leq 5\}$

8. $\left(x - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$ 的二项展开式中， x^2 的系数是 ()

- A. 70 B. -70 C. 28 D. -28

9. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ 2x - 3y \leq 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 则目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值是 ()

- A. 7 B. 5 C. 3 D. 2

10. 已知角 α 的顶点与坐标原点 O 重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，它的终边过点 $P(-3, -4)$, 则 $\tan\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值为 ()

- A. $-\frac{24}{7}$ B. $-\frac{17}{31}$ C. $\frac{24}{7}$ D. $\frac{17}{31}$

11. 设不等式组 $\begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ x + y \geq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为 Ω , 在区域 Ω 内任取一点 $P(x, y)$, 则 P 点的坐标满足不等式

$x^2 + y^2 \leq 2$ 的概率为

A. $\frac{\pi}{8}$

B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{1}{2+\pi}$

D. $\frac{1}{\sqrt{2}+\pi}$

12. 已知向量 $\vec{a} = (1, m)$, $\vec{b} = (3, -2)$, 且 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 $m =$ ()

A. -8

B. -6

C. 6

D. 8

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 根据记载，最早发现勾股定理的人应是我国西周时期的数学家商高，商高曾经和周公讨论过“勾 3 股 4 弦 5”的问题. 现有 $\triangle ABC$ 满足“勾 3 股 4 弦 5”，其中“股” $AB = 4$ ， D 为“弦” BC 上一点（不含端点），且 $\triangle ABD$ 满足勾股定理，则 $(\vec{CB} - \vec{CA}) \cdot \vec{AD} =$ _____.

14. 若向量 $\vec{a} = (x^2, 2)$, $\vec{b} = (1, x)$ 满足 $\vec{a} \cdot \vec{b} < 3$ ，则实数 x 的取值范围是_____.

15. 若复数 z 满足 $\frac{z}{i} = 2 + i$ ，其中 i 是虚数单位，则 z 的模是_____.

16. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点为 $F_1(-2, 0)$ ，点 $A(0, \sqrt{5})$ ，点 P 为双曲线右支上的动点，且 $\triangle APF_1$ 周长的最小值为 8，则双曲线的实轴长为_____，离心率为_____.

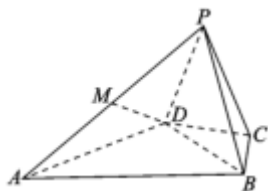
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设 O 为坐标原点，动点 M 在椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (1 < a < 5)$ 上，该椭圆的左顶点 A 到直线 $x - y + 5 = 0$ 的距离为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程；

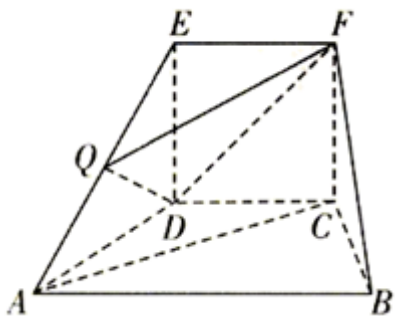
(2) 若椭圆 C 外一点 N 满足， $\vec{MN}$ 平行于 y 轴， $(\vec{ON} - 2\vec{OM}) \cdot \vec{MN} = 0$ ，动点 P 在直线 $x = 2\sqrt{3}$ 上，满足 $\vec{ON} \cdot \vec{NP} = 2$. 设过点 N 且垂直 OP 的直线 l ，试问直线 l 是否过定点？若过定点，请写出该定点，若不过定点请说明理由.

18. (12 分) 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 中， $\triangle ABD$ 为等边三角形， $\triangle BCD$ 是等腰三角形，且顶角 $\angle BCD = 120^\circ$ ， $PC \perp BD$ ，平面 $PBD \perp$ 平面 $ABCD$ ， M 为 PA 中点.



- (1) 求证: $DM \parallel$ 平面 PBC ;
- (2) 若 $PD \perp PB$, 求二面角 $C-PA-B$ 的余弦值大小.

19. (12 分) 在如图所示的几何体中, 面 $CDEF$ 为正方形, 平面 $ABCD$ 为等腰梯形, $AB \parallel CD$, $AB = 2BC$, 点 Q 为 AE 的中点.

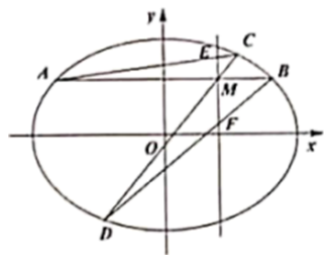


- (1) 求证: $AC \parallel$ 平面 DQF ;
- (2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$, $AC \perp FB$, 求 BC 与平面 DQF 所成角的正弦值.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = e^{ax} - x$ ($a \in \mathbb{R}$, e 为自然对数的底数), $g(x) = \ln x + mx + 1$.

- (1) 若 $f(x)$ 有两个零点, 求实数 a 的取值范围;
- (2) 当 $a = 1$ 时, $x[f(x) + x] \geq g(x)$ 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

21. (12 分) 如图, 过点 $M(2, 2)$ 且平行与 x 轴的直线交椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = m$ ($m > 0$) 于 A, B 两点, 且 $\vec{AM} = 3\vec{MB}$.



- (1) 求椭圆的标准方程;
- (2) 过点 M 且斜率为正的直线交椭圆于点 C, D , 直线 AC, BD 分别交直线 $x = 2$ 于点 E, F , 求证: $\frac{1}{|ME|} - \frac{1}{|MF|}$

是定值.

22. (10 分) S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_n - S_n = \frac{1}{2}n - \frac{1}{2}n^2$.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若 $b_n = 2^{a_n} - 5a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 中最小的项.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

因为双曲线分左右支，所以 $a < 0$ ，根据双曲线和正三角形的对称性可知：第一象限的顶点坐标为 $(1+t, \frac{\sqrt{3}}{3}t)(t > 0)$ ，将其代入双曲线可解得。

【详解】

因为双曲线分左右支，所以 $a < 0$ ，

根据双曲线和正三角形的对称性可知：第一象限的顶点坐标为 $(1+t, \frac{\sqrt{3}}{3}t)(t > 0)$ ，将其代入双曲线方程得：

$$(1+t)^2 + a(\frac{\sqrt{3}}{3}t)^2 = 1,$$

$$\text{即 } t = \frac{-2}{\frac{1}{3}a+1}, \text{ 由 } t > 0 \text{ 得 } a < -3.$$

故选：D.

【点睛】

本题考查了双曲线的性质，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

2、B

【解析】

由三视图可知该几何体是一个底面边长为 4 的正方形，高为 5 的正四棱柱，挖去一个底面边长为 4，高为 3 的正四棱锥，利用体积公式，即可求解。

【详解】

由题意，几何体的三视图可知该几何体是一个底面边长为 4 的正方形，高为 5 的正四棱柱，挖去一个底面边长为 4，高为 3 的正四棱锥，

$$\text{所以几何体的体积为 } V = V_{\text{柱}} - V_{\text{锥}} = 4 \times 4 \times 5 - \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 3 = 64, \text{ 故选 B.}$$

【点睛】

本题考查了几何体的三视图及体积的计算，在由三视图还原为空间几何体的实际形状时，要根据三视图的规则，空间几何体的可见轮廓线在三视图中为实线，不可见轮廓线在三视图中为虚线。求解以三视图为载体的空间几何体的表面积与体积的关键是由三视图确定直观图的形状以及直观图中线面的位置关系和数量关系，利用相应公式求解。

3、A

【解析】

依题意可得 $C_{\triangle PEF_2} = PE + PF_2 + EF_2 = PE + PF_2 + EF_1 \geq 2PF_1 - 2a = 4b$

即可得到 $2a + 4b > 2(a + c)$ ，从而求出双曲线的离心率的取值范围；

【详解】

解：依题意可得如下图象， $C_{\triangle PEF_2} = PE + PF_2 + EF_2 = PE + PF_2 + EF_1$

$$= PE + PF_1 + EF_1 - 2a$$

$$\geq 2PF_1 - 2a = 4b$$

$$\therefore 2PF_1 = 2a + 4b > 2(a + c)$$

所以 $2b > c$

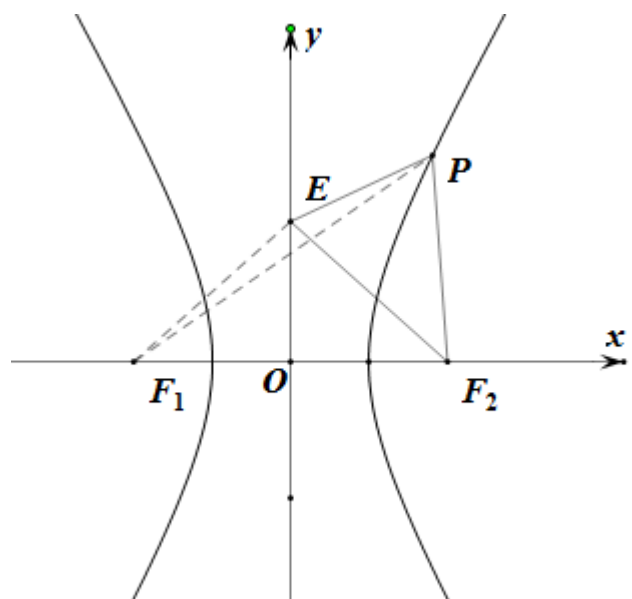
$$\text{则 } 4c^2 - 4a^2 > c^2$$

$$\text{所以 } 3c^2 > 4a^2$$

$$\text{所以 } e^2 = \frac{c^2}{a^2} > \frac{4}{3}$$

$$\text{所以 } e > \frac{2\sqrt{3}}{3}, \text{ 即 } e \in \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty \right)$$

故选：A



【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，属于中档题.

4、B

【解析】

由题意可知函数 $y = f(x)$ 为 R 上为减函数，可知函数 $y = (a-2)x$ 为减函数，且 $2(a-2) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1$ ，由此可解得实数 a 的取值范围.

【详解】

由题意知函数 $y = f(x)$ 是 R 上的减函数，于是有
$$\begin{cases} a-2 < 0 \\ 2(a-2) \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 \end{cases}, \text{ 解得 } a \leq \frac{13}{8},$$

因此，实数 a 的取值范围是 $\left(-\infty, \frac{13}{8}\right]$.

故选：B.

【点睛】

本题考查利用分段函数的单调性求参数，一般要分析每支函数的单调性，同时还要考虑分段点处函数值的大小关系，考查运算求解能力，属于中等题.

5、C

【解析】

集合 A 表示半圆上的点，集合 B 表示直线上的点，联立方程组求得方程组解的个数，即为交集中元素的个数.

【详解】

由题可知：集合 A 表示半圆上的点，集合 B 表示直线上的点，

联立 $y = \sqrt{1-x^2}$ 与 $y = 2x$ ，

可得 $\sqrt{1-x^2} = 2x$ ，整理得 $x^2 = \frac{1}{5}$ ，

即 $x = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，

当 $x = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 时， $y = 2x < 0$ ，不满足题意；

故方程组有唯一的解 $\left(\frac{\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$.

7、B

【解析】

直接进行集合的并集、交集的运算即可.

【详解】

解: $A \cup B = \{-2, 1, 2, 4, 6\}$;

$\therefore (A \cup B) \cap C = \{1, 2, 4\}$.

故选: B.

【点睛】

本题主要考查集合描述法、列举法的定义, 以及交集、并集的运算, 是基础题.

8、A

【解析】

试题分析: 由题意得, 二项展开式的通项为 $T_{r+1} = C_8^r x^{8-r} \left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r = (-1)^r C_8^r x^{8-\frac{3}{2}r}$, 令 $8 - \frac{3}{2}r = 2 \Rightarrow r = 4$, 所以 x^2

的系数是 $(-1)^4 C_8^4 = 70$, 故选 A.

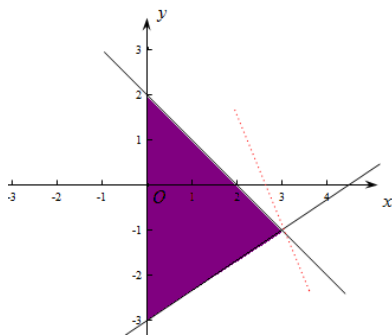
考点: 二项式定理的应用.

9、B

【解析】

由约束条件作出可行域, 化目标函数为直线方程的斜截式, 数形结合得到最优解, 联立方程组求得最优解的坐标, 把最优解的坐标代入目标函数得结论.

【详解】



画出约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ 2x - 3y \leq 9 \\ x \geq 0 \end{cases}$, 表示的可行域, 如图,

由 $\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x - 3y - 9 = 0 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/405214140012011131>