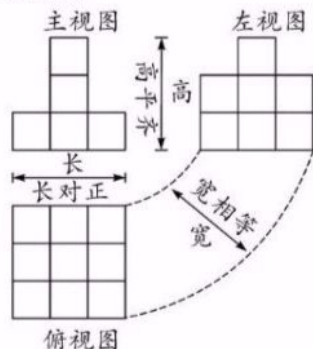


知识必备 10 视图与投影、尺规作图

投影 { 平行投影: 在平行光的照射下, 物体所产生的投影
中心投影: 在点光源(一个点)的照射下, 物体所产生的投影

定义 { 主视图: 从正面看到的图形
左视图: 从左面看到的图形
俯视图: 从上面看到的图形

三视图的画法 { 主视图与俯视图要①长对正
主视图与左视图要②高平齐
左视图与俯视图要③宽相等
看得见的部分的轮廓线画成④实线
看不见的部分的轮廓线画成⑤虚线



视图与投影(含尺规作图)

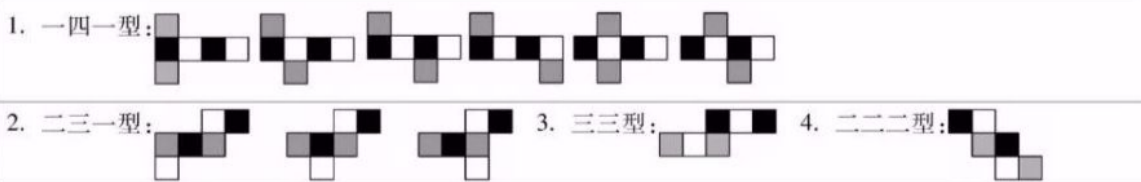
三视图

几种常见几何体的三视图及平面展开图

| 几何体 | 主视图 | 左视图 | 俯视图 | 展开图(其中一种) |
|------|-----|-----|-----|-----------|
| 圆柱 | | | | |
| 圆锥 | | | | |
| 球 | | | | |
| 正方体 | | | | |
| 正三棱柱 | | | | |
| 正三棱锥 | | | | |

由三视图还原几何体 { 1. 想象: 根据各视图想象从各个方向看到的几何体形状;
2. 定形: 综合确定几何体(或实物原型)的形状;
3. 定大小位置: 根据三视图“长对正、高平齐、宽相等”的关系, 确定轮廓线的位置, 以及各个方向的尺寸

正方体展开图的常见形式

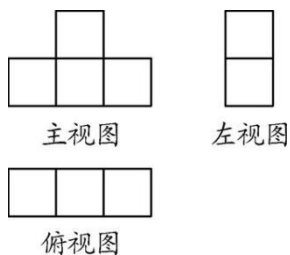


【满分技法】 正方体的表面展开图中不能出现“田”、“凹”图形; 若出现“一四一”图形, 另两面必须在两侧, 可借助此方法来排除错误选项。

| 尺规作图 | | 定义:只用无刻度的直尺和圆规来完成的作图方法 | | | | | |
|------------------|---|--------------------------------------|---|-----------------|--|------------------|---|
| | | 五 种 基 本 尺 规 作 图 | | | | | |
| 视图与投影(含尺规作图) | 作一条线段等于已知线段(已知线段 a) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 作射线 OP; 2. 在 OP 上截取 $OA = a$, OA 即为所求线段 | 图示 | | | |
| | 作一个角等于已知角(已知 $\angle\alpha$) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 在 $\angle\alpha$ 上以 O 为圆心,以任意长为半径作弧,分别交 $\angle\alpha$ 的两边于点 P, Q; 2. 作射线 $O'A$; 3. 以点 O' 为圆心, OP 长为半径作弧,交 $O'A$ 于点 M; 4. 以点 M 为圆心, PQ 长为半径作弧,交步骤3中的弧于点 N; 5. 过点 N 作射线 $O'B$, $\angle AO'B$ 即为所求角 | 图示 | | | |
| | 作已知角的平分线(已知 $\angle AOB$) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 O 为圆心,任意长为半径作弧,分别交 OA, OB 于点 N, M; 2. 分别以点 M, N 为圆心,大于 $\frac{1}{2}MN$ 长为半径作弧,两弧相交于点 P; 3. 作射线 OP, OP 即为所求角的平分线 | 图示 | | | |
| | 作线段的垂直平分线(已知线段 AB) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 分别以点 A, B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径,在 AB 两侧作弧,两弧分别交于 M, N 点; 2. 过点 M, N 作直线 MN 交 AB 于点 O, MN 即为所求线段的垂直平分线 | 图示 | | | |
| | 过一点作已知直线的垂线(已知点 P 和直线 l) | 步骤 | <table border="1"> <tr> <td>点 P 在直线 l 上</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 P 为圆心,任意长为半径作弧,交直线 l 于 A, B 两点; 2. 分别以点 A, B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧,两弧分别交于 M, N 两点; 3. 过点 M, N 作直线 MN, MN 即为所求垂线 </td> </tr> <tr> <td>点 P 不在直线 l 上</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> 1. 在直线 l 另一侧取点 M; 2. 以点 P 为圆心, PM 长为半径作弧,交直线 l 于 A, B 两点; 3. 分别以点 A, B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧,交 M 同侧于点 N; 4. 连接 PN, PN 即为所求垂线 </td> </tr> </table> | 点 P 在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 P 为圆心,任意长为半径作弧,交直线 l 于 A, B 两点; 2. 分别以点 A, B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧,两弧分别交于 M, N 两点; 3. 过点 M, N 作直线 MN, MN 即为所求垂线 | 点 P 不在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 在直线 l 另一侧取点 M; 2. 以点 P 为圆心, PM 长为半径作弧,交直线 l 于 A, B 两点; 3. 分别以点 A, B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧,交 M 同侧于点 N; 4. 连接 PN, PN 即为所求垂线 |
| 点 P 在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 P 为圆心,任意长为半径作弧,交直线 l 于 A, B 两点; 2. 分别以点 A, B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧,两弧分别交于 M, N 两点; 3. 过点 M, N 作直线 MN, MN 即为所求垂线 | | | | | | |
| 点 P 不在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 在直线 l 另一侧取点 M; 2. 以点 P 为圆心, PM 长为半径作弧,交直线 l 于 A, B 两点; 3. 分别以点 A, B 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧,交 M 同侧于点 N; 4. 连接 PN, PN 即为所求垂线 | | | | | | |

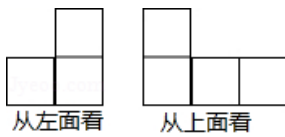
易错点 1: 由三视图确定小正方体的个数时,因无实物图,导致容易出错.

【例 1】 如图是一个用相同的小立方块搭成的几何体的三视图,则组成这个几何体的小立方块的个数是().



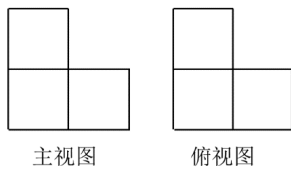
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【变式 1】（2023·南皮县校级一模）用小立方块搭成的几何体，从左面看和从上面看如下，这样的几何体最多要 x 个小立方块，最少要 y 个小立方块，则 $x+y$ 等于()



- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

【变式 2】（2023·巴中一模）一个几何体由若干个相同的正方体组成，其主视图和俯视图如图所示，则这个几何体中正方体的个数最多是()

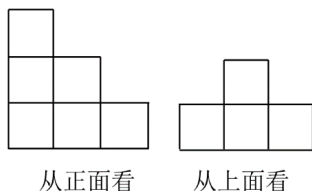


- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【变式 3】（2023·青山区校级模拟）小明用大小相等的正方体摆出了一个立体图形，这个立体图形从主视图、俯视图、左视图看都只能看见 4 个方块，则小明至少用了() 正方体.

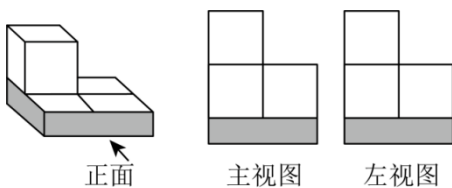
- A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

【变式 4】（2023·来凤县模拟）用小立方块搭成的几何体，从正面和上面看的形状图如图，则组成这样的几何体需要立方块个数为()



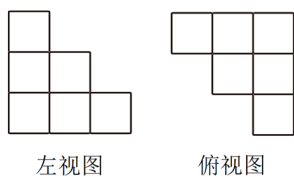
- A. 最多需要 8 块，最少需要 6 块 B. 最多需要 9 块，最少需要 6 块
C. 最多需要 8 块，最少需要 7 块 D. 最多需要 9 块，最少需要 7 块

【变式 5】（2023·河北·统考中考真题）如图 1，一个 2×2 的平台上已经放了一个棱长为 1 的正方体，要得到一个几何体，其主视图和左视图如图 2，平台上至还需再放这样的正方体()



- 图 1 图 2
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【变式 6】（2023·四川眉山·统考中考真题）由相同的小正方体搭成的立体图形的部分视图如图所示，则搭成该立体图形的小正方体的最少个数为（ ）

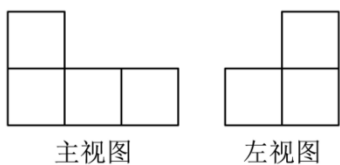


左视图

俯视图

- A. 6 B. 9 C. 10 D. 14

【变式 7】（2023·黑龙江牡丹江·统考中考真题）由若干个完全相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图如图所示，则搭成该几何体所用的小正方体的个数最多是（ ）

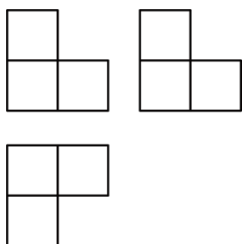


主视图

左视图

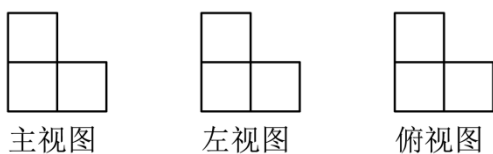
- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【变式 8】（2023·湖北黄石·统考中考真题）如图，根据三视图，它是由（ ）个正方体组合而成的几何体



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【变式 9】（2022·黑龙江牡丹江·统考中考真题）由一些大小相同的小正方体搭成的几何体的三视图如图所示，则搭成这个几何体的小正方体的个数是（ ）



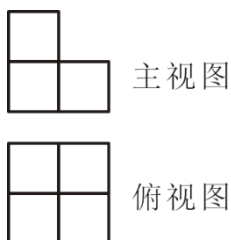
主视图

左视图

俯视图

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

【变式 10】（2023·四川成都·统考中考真题）一个几何体由几个大小相同的小立方块搭成，它的主视图和俯视图如图所示，则搭成这个几何体的小立方块最多有_____个。



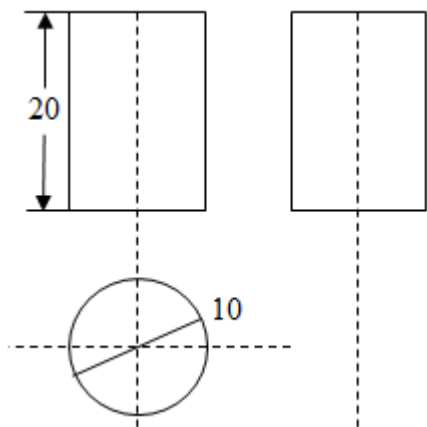
主视图

俯视图

- A. 7.2π B. 11.52π C. 12π D. 13.44π

的侧面展开图是一个扇形. $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lR$, 其中 l 为扇形的弧长, R 为半径.

【变式 3】(2021·内蒙古呼伦贝尔·统考中考真题) 根据三视图, 求出这个几何体的侧面积 ()



- A. 500π B. $100\sqrt{3}\pi$ C. 100π D. 200π

【变式 4】(2020·四川达州·中考真题) 图 2 是图 1 中长方体的三视图, 用 S 表示面积,

$S_{\text{主}} = x^2 + 3x, S_{\text{左}} = x^2 + x$, 则 $S_{\text{俯}} = ()$

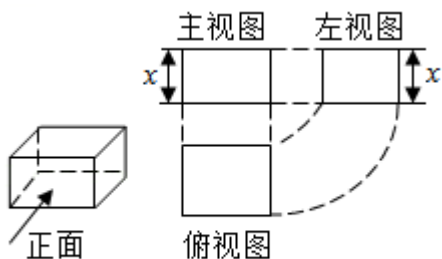


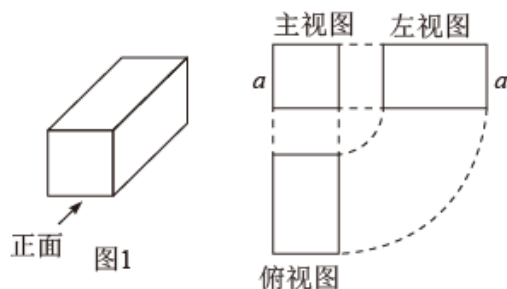
图1

图2

- A. $x^2 + 3x + 2$ B. $x^2 + 2x + 1$ C. $x^2 + 4x + 3$ D. $2x^2 + 4x$

【变式 5】(2020·宁夏·中考真题) 如图 2 是图 1 长方体的三视图, 若用 S 表示面积,

$S_{\text{主}} = a^2, S_{\text{左}} = a^2 + a$, 则 $S_{\text{俯}} = ()$

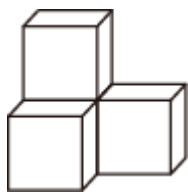


正面 图1

图2

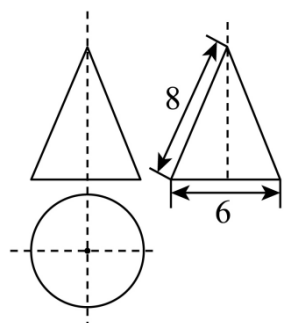
- A. $a^2 + a$ B. $2a^2$ C. $a^2 + 2a + 1$ D. $2a^2 + a$

【变式 6】（2021·贵州黔东南·统考中考真题）由 4 个棱长均为 1 的小正方形组成如图所示的几何体，这个几何体的表面积为（ ）



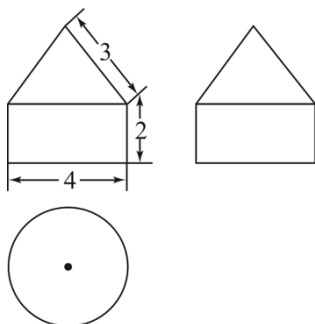
- A. 18 B. 15 C. 12 D. 6

【变式 7】（2020·江苏南通·统考中考真题）如图是一个几何体的三视图（图中尺寸单位： cm ），则这个几何体的侧面积为（ ）



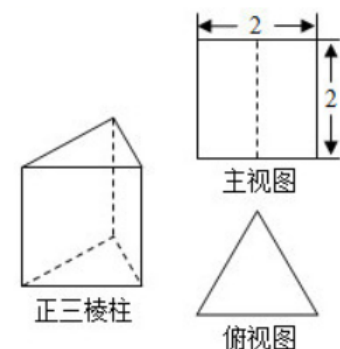
- A. $48\pi cm^2$ B. $24\pi cm^2$ C. $12\pi cm^2$ D. $9\pi cm^2$

【变式 8】（2020·四川·统考中考真题）如图是一个几何体的三视图，根据图中所示数据计算这个几何体的表面积是（ ）



- A. 20π B. 18π C. 16π D. 14π

【变式 9】（2020·湖南永州·中考真题）如图，这是一个底面为等边三角形的正三棱柱和它的主视图、俯视图，则它的左视图的面积是（ ）



主视图

俯视图

正三棱柱

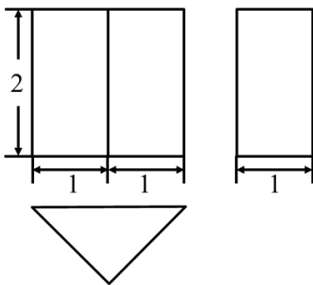
A. 4

B. 2

C. $\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{3}$

【变式 10】（2020·湖北荆门·中考真题）如图是一个几何体的三视图，则该几何体的体积为（ ）



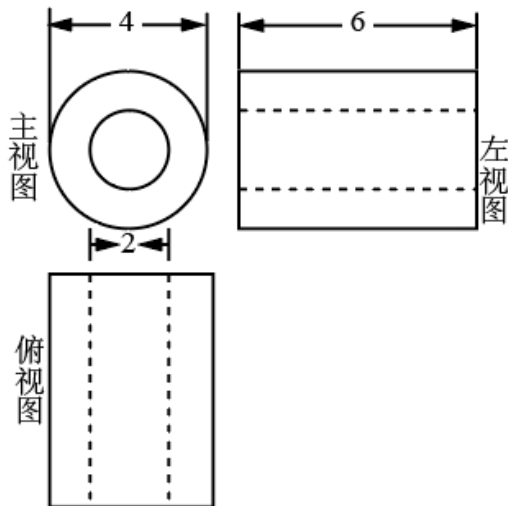
A. 1

B. 2

C. $\sqrt{2}$

D. 4

【变式 11】（2021·山东菏泽·统考中考真题）如图是一个几何体的三视图，根据图中标数据计算这个几何体的体积为（ ）



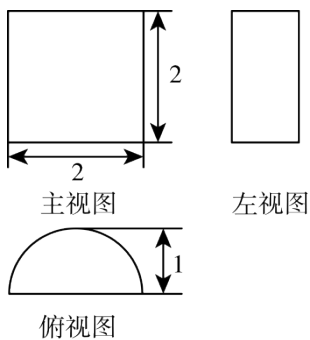
A. 12π

B. 18π

C. 24π

D. 30π

【变式 12】（2020·内蒙古呼和浩特·中考真题）一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为_____。



【变式 13】（2021·江苏扬州·统考中考真题）如图是某圆柱体果罐，它的主视图是边长为 10cm 的正方形，该果罐侧面积为_____ cm^2 。



【变式 14】（2021·云南·统考中考真题）如图是某几何体的三视图（其中主视图也称正视图，左视图也称侧视图）。已知主视图和左视图是两个全等的矩形。若主视图的相邻两边长分别为 2 和 3，俯视图是直径等于 2 的圆，则这个几何体的体积为_____。



主视图



左视图



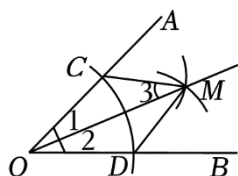
俯视图

一. 作图—基本作图（共 9 小题）

1. （2023·福建）阅读以下作图步骤：

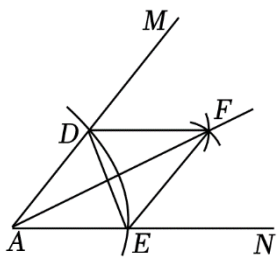
- ①在 OA 和 OB 上分别截取 OC ， OD ，使 $OC = OD$ ；
- ②分别以 C ， D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle AOB$ 内交于点 M ；
- ③作射线 OM ，连接 CM ， DM ，如图所示。

根据以上作图，一定可以推得的结论是()



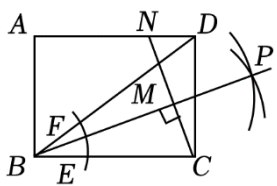
- | | |
|--------------------------------------|--------------------------------------|
| A. $\angle 1 = \angle 2$ 且 $CM = DM$ | B. $\angle 1 = \angle 3$ 且 $CM = DM$ |
| C. $\angle 1 = \angle 2$ 且 $OD = DM$ | D. $\angle 2 = \angle 3$ 且 $OD = DM$ |

2. （2023·长春）如图，用直尺和圆规作 $\angle MAN$ 的角平分线，根据作图痕迹，下列结论不一定正确的是()



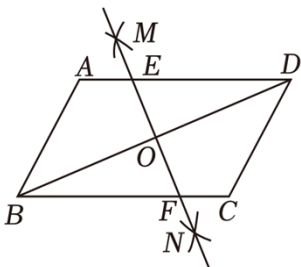
- A. $AD = AE$ B. $AD = DF$ C. $DF = EF$ D. $AF \perp DE$

3. (2023·湖北) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 4$, 以点 B 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 BC , BD 于点 E , F , 再分别以点 E , F 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}EF$ 长为半径画弧交于点 P , 作射线 BP , 过点 C 作 BP 的垂线分别交 BD , AD 于点 M , N , 则 CN 的长为()



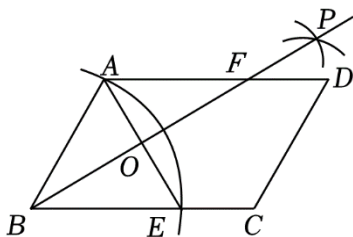
- A. $\sqrt{10}$ B. $\sqrt{11}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

4. (2023·随州) 如图, 在 $\nabla ABCD$ 中, 分别以 B , D 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 M , N , 过 M , N 两点作直线交 BD 于点 O , 交 AD , BC 于点 E , F , 下列结论不正确的是()



- A. $AE = CF$ B. $DE = BF$ C. $OE = OF$ D. $DE = DC$

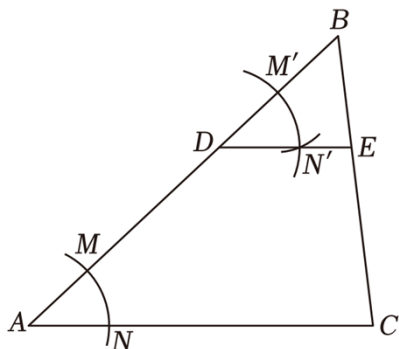
5. (2023·山西) 如图, 在 $\nabla ABCD$ 中, $\angle D = 60^\circ$. 以点 B 为圆心, 以 BA 的长为半径作弧交边 BC 于点 E , 连接 AE . 分别以点 A , E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AE$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 P , 作射线 BP 交 AE 于点 O , 交边 AD 于点 F , 则 $\frac{OF}{OE}$ 的值为 ____.



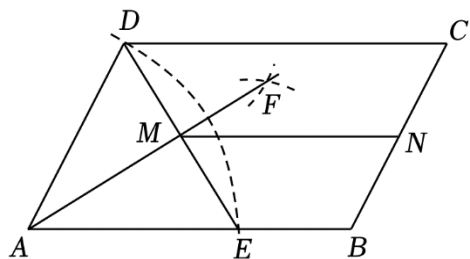
6. (2023·成都) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 AB 上一点, 按以下步骤作图:

- ①以点 A 为圆心, 以适当长为半径作弧, 分别交 AB , AC 于点 M , N ;
- ②以点 D 为圆心, 以 AM 长为半径作弧, 交 DB 于点 M' ;
- ③以点 M' 为圆心, 以 MN 长为半径作弧, 在 $\angle BAC$ 内部交前面的弧于点 N' ;
- ④过点 N' 作射线 DN' 交 BC 于点 E .

若 $\triangle BDE$ 与四边形 $ACED$ 的面积比为 $4:21$, 则 $\frac{BE}{CE}$ 的值为 ____.

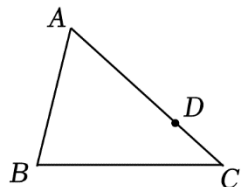


7. (2023·益阳) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB=6$, $AD=4$, 以 A 为圆心, AD 的长为半径画弧交 AB 于点 E , 连接 DE , 分别以 D , E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 F , 作射线 AF , 交 DE 于点 M , 过点 M 作 $MN \parallel AB$ 交 BC 于点 N . 则 MN 的长为 ____.



8. (2023·河南) 如图, $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, 且 $AD=AB$.

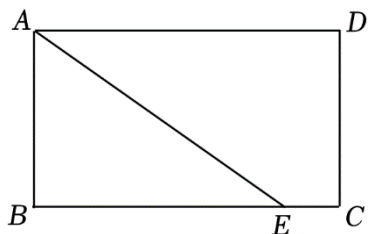
- (1) 请用无刻度的直尺和圆规作出 $\angle A$ 的平分线 (保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 若 (1) 中所作的角平分线与边 BC 交于点 E , 连接 DE . 求证: $DE=BE$.



9. (2023•鄂州) 如图, 点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 BC 上的一点, 且 $AE = AD$.

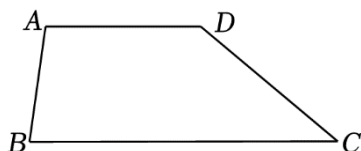
(1) 尺规作图 (请用 $2B$ 铅笔): 作 $\angle DAE$ 的平分线 AF , 交 BC 的延长线于点 F , 连接 DF . (保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 试判断四边形 $AEFD$ 的形状, 并说明理由.



二. 作图—复杂作图 (共 3 小题)

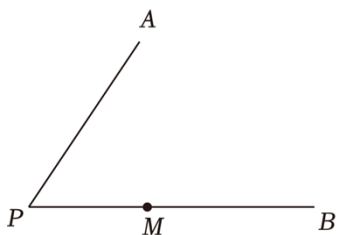
10. (2023•陕西) 如图, 已知四边形 $ABCD$, $AD \parallel BC$. 请用尺规作图法, 在边 AD 上求作一点 E , 在边 BC 上求作一点 F , 使四边形 $BFDE$ 为菱形. (保留作图痕迹, 不写作法)



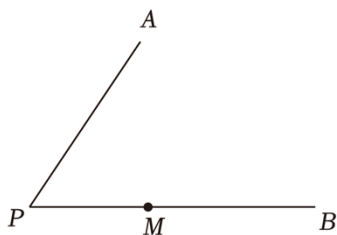
11. (2023•无锡) 如图, 已知 $\angle APB$, 点 M 是 PB 上的一个定点.

(1) 尺规作图: 请在图 1 中作 $\odot O$, 使得 $\odot O$ 与射线 PB 相切于点 M , 同时与 PA 相切, 切点记为 N ;

(2) 在 (1) 的条件下, 若 $\angle APB = 60^\circ$, $PM = 3$, 则所作的 $\odot O$ 的劣弧 MN 与 PM 、 PN 所围成图形的面积是 _____.

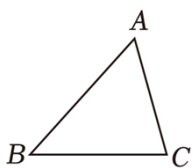


(图1)



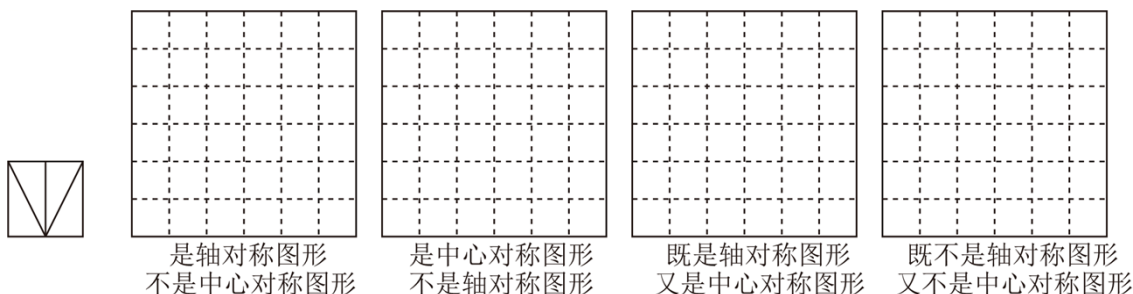
(图2)

12. (2023·陕西) 如图. 已知锐角 $\triangle ABC$, $\angle B = 48^\circ$, 请用尺规作图法, 在 $\triangle ABC$ 内部求作一点 P . 使 $PB = PC$. 且 $\angle PBC = 24^\circ$. (保留作图痕迹, 不写作法)



三. 作图—应用与设计作图 (共 1 小题)

13. (2023·广安) 如图, 将边长为 2 的正方形剪成四个全等的直角三角形, 用这四个直角三角形拼成符合要求的四边形, 请在下列网格中画出你拼成的四边形 (注 ①网格中每个小正方形的边长为 1; ②所拼的图形不得与原图形相同; ③四边形的各顶点都在格点上).



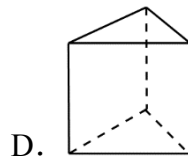
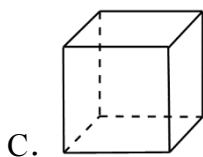
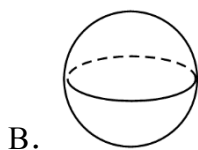
四. 简单几何体的三视图 (共 4 小题)

14. (2023·河南) 北宋时期的汝官窑天蓝釉刻花鹅颈瓶是河南博物院九大镇院之宝之一, 具有极高的历史价值、文化价值. 如图所示, 关于它的三视图, 下列说法正确的是()

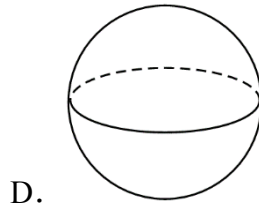
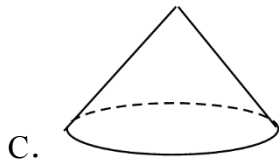
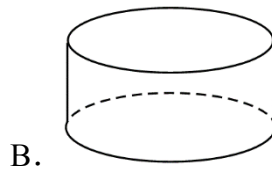
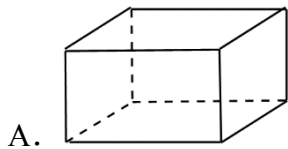


正面

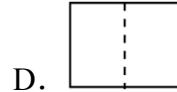
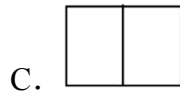
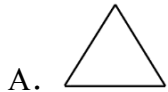
- A. 主视图与左视图相同 B. 主视图与俯视图相同
C. 左视图与俯视图相同 D. 三种视图都相同
15. (2023·济南) 下列几何体中, 主视图是三角形的为()



16. (2023·淄博) 在如图所示的几何体中, 其主视图、左视图和俯视图完全相同的是()

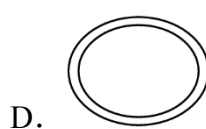
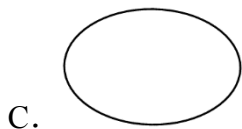
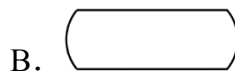


17. (2023•辽宁) 如图所示, 该几何体的俯视图是()

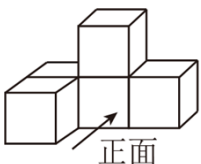


五. 简单组合体的三视图 (共 6 小题)

18. (2023•襄阳) 先贤孔子曾说过“鼓之舞之”, 这是“鼓舞”一词最早的起源, 如图是喜庆集会时击鼓瞬间的情景及鼓的立体图形, 该立体图形的主视图是()

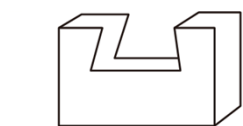


19. (2023•海南) 如图是由 5 个完全相同的小正方体摆成的几何体, 则这个几何体的俯视图是()





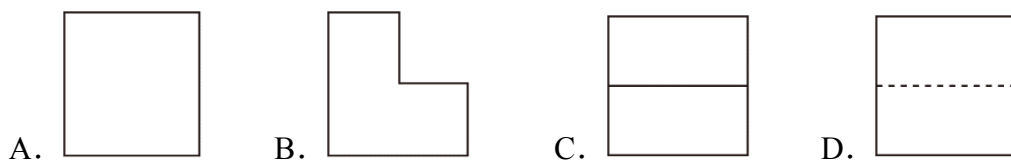
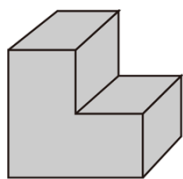
20. (2023•枣庄)榫卯是古代中国建筑、家具及其他器械的主要结构方式,是我国工艺文化精神的传承,凸出部分叫榫,凹进部分叫卯.如图是某个部件“卯”的实物图,它的主视图是()



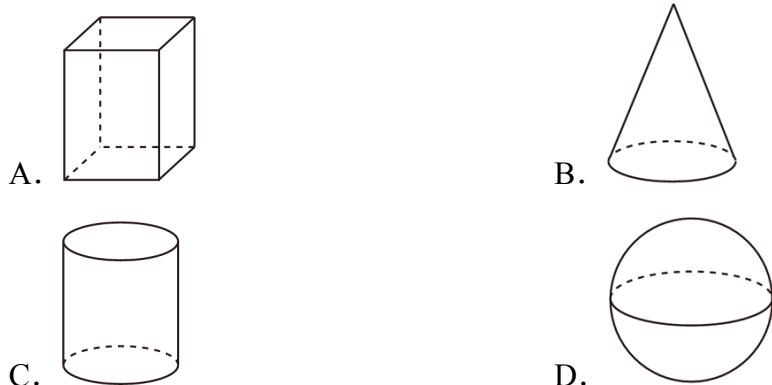
主视方向



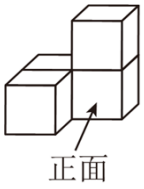
21. (2023•青岛)一个正方体截去四分之一,得到如图所示的几何体,其左视图是()



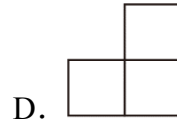
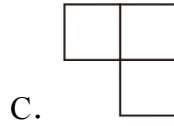
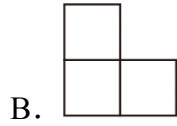
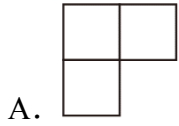
22. (2023•十堰)下列几何体中,三视图的三个视图完全相同的几何体是()



23. (2023•重庆)四个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示,从正面得到的视图是()



正面

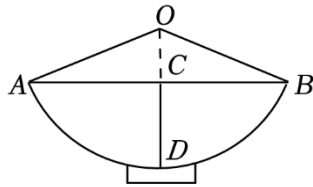


六. 由三视图判断几何体 (共 1 小题)

24. (2023·陕西) 陕西饮食文化源远流长, “老碗面”是陕西地方特色美食之一. 图②是从正面看到的一个“老碗”(图①)的形状示意图. \overline{AB} 是 $\odot O$ 的一部分, D 是 \overline{AB} 的中点, 连接 OD , 与弦 AB 交于点 C , 连接 OA , OB . 已知 $AB=24\text{cm}$, 碗深 $CD=8\text{cm}$, 则 $\odot O$ 的半径 OA 为()



图①



图②

A. 13cm

B. 16cm

C. 17cm

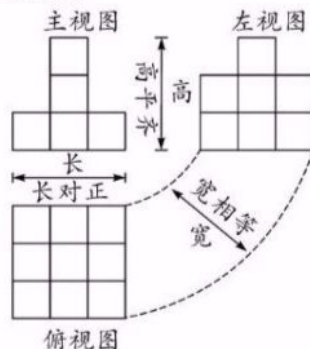
D. 26cm

知识必备 10 视图与投影、尺规作图

投影 { 平行投影: 在平行光的照射下, 物体所产生的投影
中心投影: 在点光源(一个点)的照射下, 物体所产生的投影

定义 { 主视图: 从正面看到的图形
左视图: 从左面看到的图形
俯视图: 从上面看到的图形

三视图的画法 { 主视图与俯视图要①长对正
主视图与左视图要②高平齐
左视图与俯视图要③宽相等
看得见的部分的轮廓线画成④实线
看不见的部分的轮廓线画成⑤虚线



视图与投影(含尺规作图)

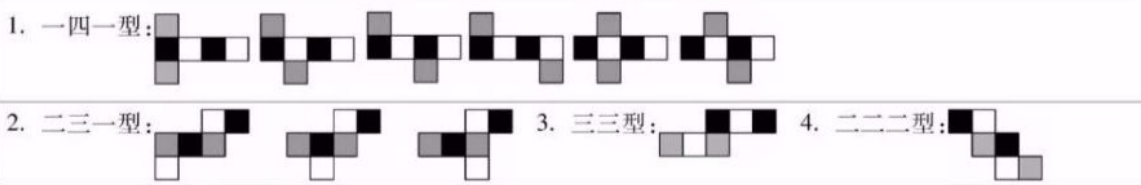
三视图

几种常见几何体的三视图及平面展开图

| 几何体 | 主视图 | 左视图 | 俯视图 | 展开图(其中一种) |
|------|-----|-----|-----|-----------|
| 圆柱 | | | | |
| 圆锥 | | | | |
| 球 | | | | |
| 正方体 | | | | |
| 正三棱柱 | | | | |
| 正三棱锥 | | | | |

由三视图还原几何体 { 1. 想象: 根据各视图想象从各个方向看到的几何体形状;
2. 定形: 综合确定几何体(或实物原型)的形状;
3. 定大小位置: 根据三视图“长对正、高平齐、宽相等”的关系, 确定轮廓线的位置, 以及各个方向的尺寸

正方体展开图的常见形式

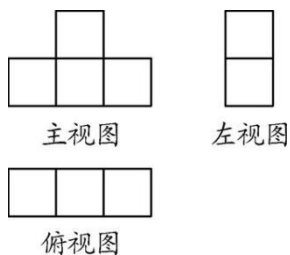


【满分技法】 正方体的表面展开图中不能出现“田”、“凹”图形; 若出现“一四一”图形, 另两面必须在两侧, 可借助此方法来排除错误选项。

| 尺规作图 | | 定义: 只用无刻度的直尺和圆规来完成的作图方法 | | | | | |
|------------------|--|-------------------------|--|-----------------|--|------------------|--|
| | | 五 | 种 | | | | |
| 视图与投影(含尺规作图) | 作一条线段等于已知线段(已知线段 a) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 作射线 OP; 2. 在 OP 上截取 $OA = a$, OA 即为所求线段 | 图示 | | | |
| | 作一个角等于已知角(已知 $\angle\alpha$) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 在 $\angle\alpha$ 上以 O 为圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交 $\angle\alpha$ 的两边于点 P, Q; 2. 作射线 $O'A$; 3. 以点 O' 为圆心, OP 长为半径作弧, 交 $O'A$ 于点 M; 4. 以点 M 为圆心, PQ 长为半径作弧, 交步骤 3 中的弧于点 N; 5. 过点 N 作射线 $O'B$, $\angle AO'B$ 即为所求角 | 图示 | | | |
| | 作已知角的平分线(已知 $\angle AOB$) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 O 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交 OA, OB 于点 N, M; 2. 分别以点 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 长为半径作弧, 两弧相交于点 P; 3. 作射线 OP, OP 即为所求角的平分线 | 图示 | | | |
| | 作线段的垂直平分线(已知线段 AB) | 步骤 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径, 在 AB 两侧作弧, 两弧分别交于 M, N 点; 2. 过点 M, N 作直线 MN 交 AB 于点 O, MN 即为所求线段的垂直平分线 | 图示 | | | |
| | 过一点作已知直线的垂线(已知点 P 和直线 l) | 步骤 | <table border="1"> <tr> <td>点 P 在直线 l 上</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 P 为圆心, 任意长为半径作弧, 交直线 l 于 A, B 两点; 2. 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 两弧分别交于 M, N 两点; 3. 过点 M, N 作直线 MN, MN 即为所求垂线 </td> </tr> <tr> <td>点 P 不在直线 l 上</td> <td> <ol style="list-style-type: none"> 1. 在直线 l 另一侧取点 M; 2. 以点 P 为圆心, PM 长为半径作弧, 交直线 l 于 A, B 两点; 3. 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 交 M 同侧于点 N; 4. 连接 PN, PN 即为所求垂线 </td> </tr> </table> | 点 P 在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 P 为圆心, 任意长为半径作弧, 交直线 l 于 A, B 两点; 2. 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 两弧分别交于 M, N 两点; 3. 过点 M, N 作直线 MN, MN 即为所求垂线 | 点 P 不在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 在直线 l 另一侧取点 M; 2. 以点 P 为圆心, PM 长为半径作弧, 交直线 l 于 A, B 两点; 3. 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 交 M 同侧于点 N; 4. 连接 PN, PN 即为所求垂线 |
| 点 P 在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 以点 P 为圆心, 任意长为半径作弧, 交直线 l 于 A, B 两点; 2. 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 两弧分别交于 M, N 两点; 3. 过点 M, N 作直线 MN, MN 即为所求垂线 | | | | | | |
| 点 P 不在直线 l 上 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 在直线 l 另一侧取点 M; 2. 以点 P 为圆心, PM 长为半径作弧, 交直线 l 于 A, B 两点; 3. 分别以点 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径作弧, 交 M 同侧于点 N; 4. 连接 PN, PN 即为所求垂线 | | | | | | |

易错点 1: 由三视图确定小正方体的个数时, 因无实物图, 导致容易出错.

【例 1】 如图是一个用相同的小立方块搭成的几何体的三视图, 则组成这个几何体的小立方块的个数是().



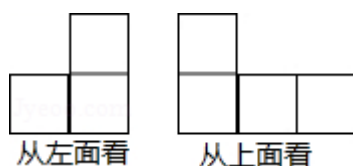
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【解析】 由俯视图可知，该几何体有一行三列，再由主，左视图可知第一列有1个小立方块；第2列有2个小立方块；第3列有1个小立方块，一共有4个小立方块。

【答案】 C

【误区纠错】 解答此类由视图还原几何体的问题，一般情况下都是由俯视图确定几何体的位置(有几行几列)，再由另外两个视图确定第几行第几列处有多少个小正方体，简便的方法是在原俯视图上用标注数字的方法来解答。

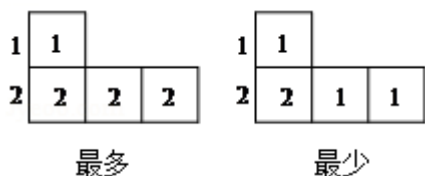
【变式1】 (2023·南皮县校级一模) 用小立方块搭成的几何体，从左面看和从上面看如下，这样的几何体最多要 x 个小立方块，最少要 y 个小立方块，则 $x+y$ 等于()



- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

【分析】 根据左视图以及俯视图，可以在俯视图中标出各个位置的正方体的个数，进而得到 $x+y$ 的值。

【解答】 解：如图，根据俯视图标数法，可知最多需要7个，最少需要5个，即 $x+y=12$ ，

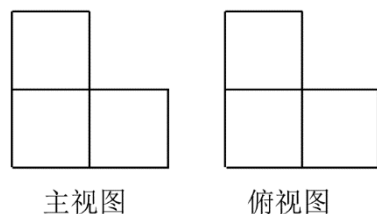


(第2行3个空可相互交换)

故选：A.

【点评】 本题主要考查了由三视图判断几何体，由三视图想象几何体的形状，首先应分别根据主视图、俯视图和左视图想象几何体的前面、上面和左侧面的形状，然后综合起来考虑整体形状。

【变式2】 (2023·巴中一模) 一个几何体由若干个相同的正方体组成，其主视图和俯视图如图所示，则这个几何体中正方体的个数最多是()



- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【分析】由俯视图可得第一层立方体的个数，由主视图可得第二层立方体的可能的个数，相加即可。

【解答】解：结合主视图和俯视图可知，左边上层最多有 2 个，左边下层最多有 2 个，右边只有一层，且只有 1 个。

所以图中的小正方体最多 5 块。

故选：B。

【点评】此题主要考查了由三视图判断几何体，考查学生对三视图掌握程度和灵活运用能力，同时也体现了对空间想象能力方面的考查。

【变式 3】（2023·青山区校级模拟）小明用大小相等的正方体摆出了一个立体图形，这个立体图形从主视图、俯视图、左视图看都只能看见 4 个方块，则小明至少用了()正方体。

- A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

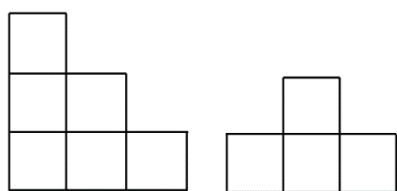
【分析】根据主视图、俯视图和左视图的个数确定答案即可。

【解答】解：根据俯视图有 4 个方块可得最底层有 4 个小立方体，根据主视图和左视图也都能看见 4 个方块可得第二层至少有 2 个小立方体，所以至少有 $4+2=6$ 个正方体，

故选：C。

【点评】本题考查了由三视图判断几何体的知识，重点培养同学们的立体直观能力。

【变式 4】（2023·来凤县模拟）用小立方块搭成的几何体，从正面和上面看的形状图如图，则组成这样的几何体需要立方块个数为()



从正面看 从上面看

- A. 最多需要 8 块，最少需要 6 块 B. 最多需要 9 块，最少需要 6 块
C. 最多需要 8 块，最少需要 7 块 D. 最多需要 9 块，最少需要 7 块

【分析】易得这个几何体共有 3 层，由俯视图可得第一层正方体的个数为 4，由主视图可得第二层最少为 2 块，最多的正方体的个数为 3 块，第三层只有一块，相加即可。

【解答】解：有两种可能；

由主视图可得：这个几何体共有 3 层，

由俯视图可得：第一层正方体的个数为 4，由主视图可得第二层最少为 2

块，最多的正方体的个数为 3 块，

第三层只有一块，

∴最多为 $3+4+1=8$ 个小立方块，最少为个 $2+4+1=7$ 小立方块.

故选：C.

【点评】此题主要考查了由三视图判断几何体，关键是掌握口诀“俯视图打地基，正视图疯狂盖，左视图拆违章”就很容易得到答案.

【变式 5】（2023·河北·统考中考真题）如图 1，一个 2×2 的平台上已经放了一个棱长为 1 的正方体，要得到一个几何体，其主视图和左视图如图 2，平台上至还需再放这样的正方体（ ）

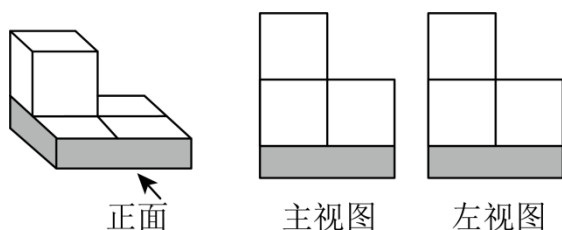


图 1

图 2

A. 1 个

B. 2 个

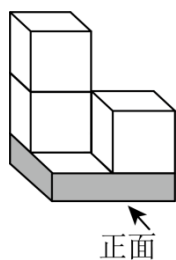
C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【分析】利用左视图和主视图画出草图，进而得出答案.

【详解】解：由题意画出草图，如图，

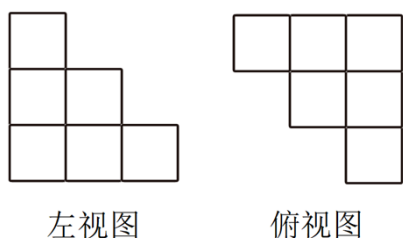


平台上至还需再放这样的正方体 2 个，

故选：B.

【点睛】此题主要考查了三视图，正确掌握观察角度是解题关键.

【变式 6】（2023·四川眉山·统考中考真题）由相同的小正方体搭成的立体图形的部分视图如图所示，则搭成该立体图形的小正方体的最少个数为（ ）



左视图

俯视图

- A. 6 B. 9 C. 10 D. 14

【答案】B

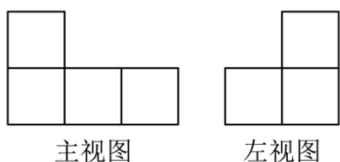
【分析】根据俯视图可得底层最少有 6 个，再结合左视图可得第二层最少有 2 个，即可解答.

【详解】解：根据俯视图可得搭成该立体图形的小正方体第三层最少为 6 个，根据左视图第二层有 2 个，可得搭成该立体图形的小正方体第二层最少为 2 个，根据左视图第三层有 1 个，可得搭成该立体图形的小正方体第三层最少为 1 个，故搭成该立体图形的小正方体最少为 $6+2+1=9$ 个，

故选：B.

【点睛】本题考查了由三视图判断小立方体的个数，准确地得出每层最少的小正方体个数是解题的关键.

【变式 7】（2023·黑龙江牡丹江·统考中考真题）由若干个完全相同的小正方体搭成的几何体的主视图和左视图如图所示，则搭成该几何体所用的小正方体的个数最多是（ ）



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【答案】B

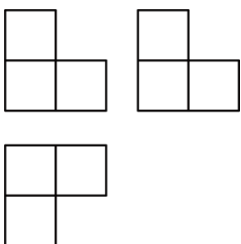
【分析】根据主视图和左视图判断该几何体的层数及每层的最多个数，即可得到答案.

【详解】解：根据主视图和左视图判断该几何体共有两层，下面一层最多有 4 个小正方体，上面的一层最多有 3 个小正方体，故该几何体所用的小正方体的个数最多是 7 个，

故选：B.

【点睛】此题考查了几何体的三视图，由三视图判断小正方体的个数，正确理解三视图是解题的关键.

【变式 8】（2023·湖北黄石·统考中考真题）如图，根据三视图，它是由（ ）个正方体组合而成的几何体



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/405222034331012001>