

第二十二章 二次函数

二次函数与一元二次方程

课件

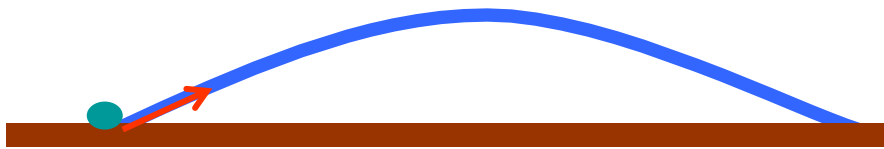
学习目标

- 1 通过探索，理解二次函数与一元二次方程之间的联系.
- 2 能运用二次函数的图象与性质确定方程的解.
- 3 了解用图象法求一元二次方程的近似根.



情景导入

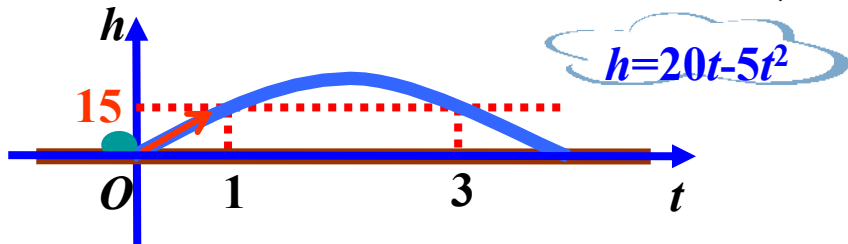
问题：如图，以 40 m/s 的速度将小球沿与地面成 30° 角的方向击出时，小球的飞行路线是一条抛物线. 如果不考虑空气阻力，小球的飞行高度 h (单位: m) 与飞行时间 t (单位: s) 之间具有函数关系： $h = 20t - 5t^2$.



知识讲解

1. 二次函数与一元二次方程的关系

问题1 小球的飞行高度能否达到15 m? 如果能, 需要多长飞行时间?



解: 解方程 $15 = 20t - 5t^2$,

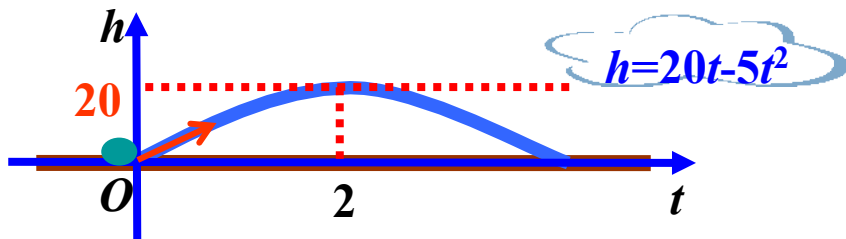
$$\text{即 } t^2 - 4t + 3 = 0,$$

解得 $t_1 = 1$, $t_2 = 3$.

故当小球飞行1 s或3 s时, 它的高度为15 m.

想一想: 为什么在这两个时间小球的高度为15m?

问题2 小球的飞行高度能否达到20 m? 如果能, 需要多长时间飞行时间?

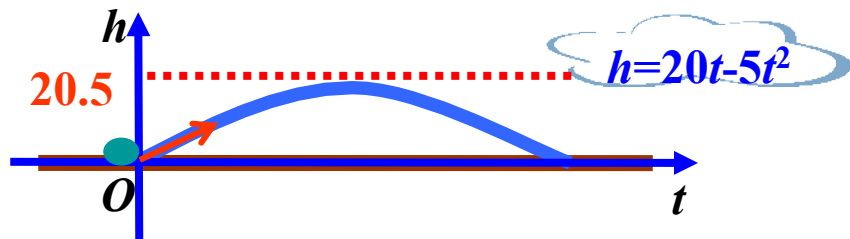


解: 解方程 $20 = 20t - 5t^2$,
即 $t^2 - 4t + 4 = 0$,
解得 $t_1 = t_2 = 2$.

故当小球飞行2 s时, 它的高度为20 m.

想一想: 为什么只
在一个时间小球的高
度为20 m?

问题3 小球的飞行高度能否达到20.5 m? 如果能, 需要多长时间飞行时间?



解: 解方程 $20.5 = 20t - 5t^2$,

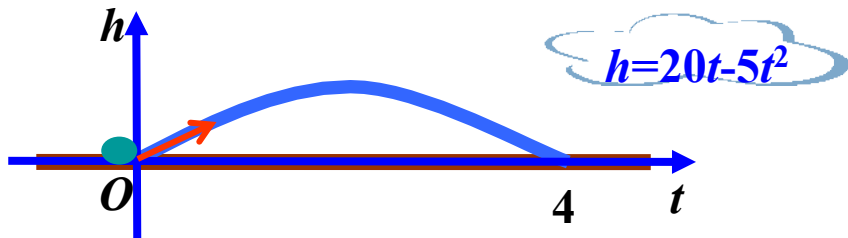
$$\text{即 } t^2 - 4t + 4.1 = 0,$$

因为 $(-4)^2 - 4 \times 4.1 < 0$, 所以方程无实数根.

想一想: 为什么小球的高度不能达到20.5 m?

这就是说, 小球的飞行高度达不到20.5 m.

问题4 小球从飞出到落地要用多长时间？



解：解方程 $0 = 20t - 5t^2$,

$$\text{即 } t^2 - 4t = 0,$$

$$\text{解得 } t_1 = 0, t_2 = 4.$$

即当小球飞行0 s和4 s时，它的高度为0 m.

故0 s时小球从地面飞出，4 s时小球落回地面.

想一想：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 何时为一元二次方程？

$y = ax^2 + bx + c$ y 取定值 \rightarrow 一元二次方程

已知二次函数
值求自变量的
值



求相应的一元二
次方程的根

2. 深入讨论二次函数与一元二次方程的关系

思考

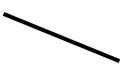
下列二次函数的图象与 x 轴有公共点吗？如果有，公共点的横坐标是多少？当 x 取公共点的横坐标时，函数值是多少？由此，你能得出相应的一元二次方程的根吗？

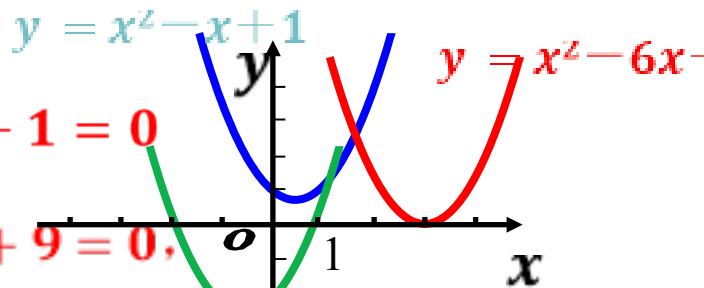
(1) $y = x^2 + x - 2$;

(2) $y = x^2 - 6x + 9$;

(3) $y = x^2 - x + 1$.

观察图象，完成下表

	抛物线与x轴公共点个数	公共点横坐标	相应的一元二次方程的根
$y = x^2 - x + 1$	0个		
$y = x^2 - 6x + 9$	1个	3	
$y = x^2 + x - 2$	2个		



$$x^2 - x + 1 = 0$$

无解

$$x^2 - 6x + 9 = 0,$$

$$x_1 = x_2 = 3$$

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$x_1 = -2, x_2 = 1$$

-2, 1

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交点的情况与对应的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的情况

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交点的个数	一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的情况	$b^2 - 4ac$ 的符号
有两个交点	有两个不相等的实数根 $-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$	$b^2 - 4ac > 0$
有一个交点	有两个相等的实数根	$b^2 - 4ac = 0$
没有交点	没有实数根	$b^2 - 4ac < 0$

3. 图象法解一元二次方程

例 利用函数图象求方程 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 的实数根 (结果保留小数点后一位).

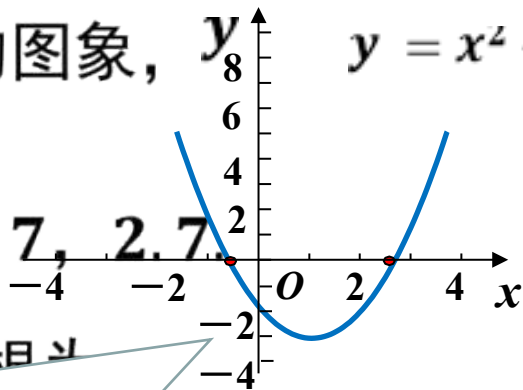
解: 画出函数 $y = x^2 - 2x - 2$ 的图象, $y = x^2 - 2x - 2$

如图所示,

它与 x 轴的交点的横坐标大约是 $0.7, 2.7$.



所以方程 $x^2 - 2x - 2 = 0$

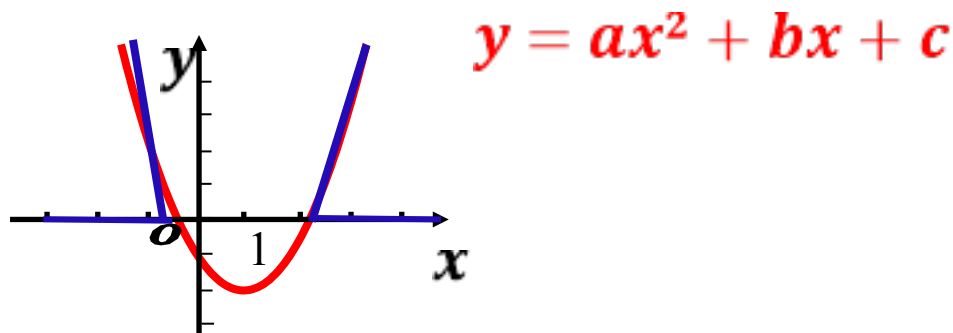
$x_1 \approx -0.7, x_2 \approx 2.7$.



4.二次函数与一元二次不等式的关系

一元二次方程不等式 $ax^2 + bx + c > 0$

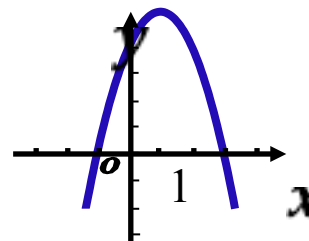
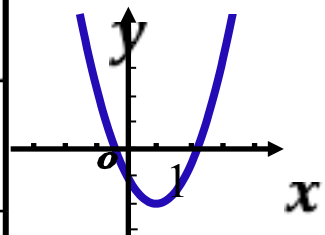
抛物线 $y = ax^2 + bx + c$  



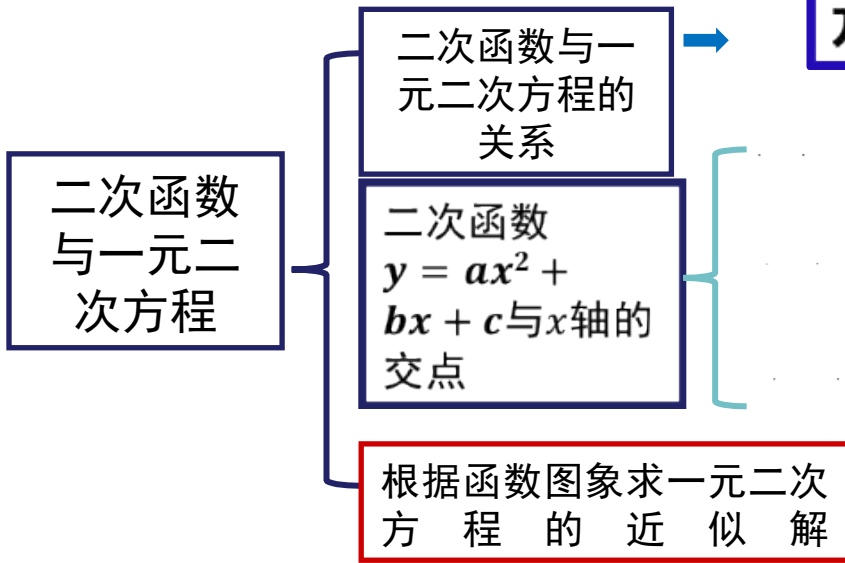
抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 在x轴上方的点所对应的x的值就是不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 与一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 及 $ax^2 + bx + c < 0$ 的关系

$b^2 - 4ac$ 的取值情况		$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
$a > 0$	抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点	有两个交点 $(x_1, 0)(x_2, 0)$	有一个交点 $(x_1, 0)$	
	不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$x < x_1$ 或 $x > x_2$	$x \neq x_1$	
	不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集	$x_1 < x < x_2$		
$a < 0$	抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点	有两个交点 $(x_1, 0)(x_2, 0)$	有一个交点 $(x_1, 0)$	
	不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集	$x_1 < x < x_2$		
	不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集	$x < x_1$ 或 $x > x_2$	$x \neq x_1$	

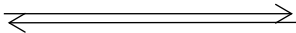


课堂小结

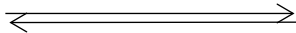


如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的交点为 $(x_1, 0)(x_2, 0)$, 那么 x_1, x_2 即为方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根

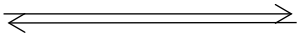
$$b^2 - 4ac > 0$$



$$b^2 - 4ac = 0$$



$$b^2 - 4ac < 0$$



一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的个数

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/405240044042011320>